

## ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К КОЛЛОКВИУМУ

### Раздел 1. Элементы линейной алгебры

1. Сформулировать понятия: матрица, элемент матрицы, размерность, квадратная матрица, диагональная, единичная, нулевая матрица, равные матрицы.
2. Перечислить операции над матрицами, сформулировать свойства операций, пояснить примерами.
3. Привести примеры вычисления определителя 2-го и 3-го порядка.
4. Сформулировать понятия минора и алгебраического дополнения элемента квадратной матрицы.
5. Сформулировать правило вычисления определителя матрицы  $n$ -го порядка. Сформулировать теорему Лапласа (о вычислении определителя  $n$ -го порядка разложением по элементам строки (столбца)).
6. Перечислить свойства определителей  $n$ -го порядка, привести примеры.
7. Сформулировать условия существования обратной матрицы. Дать определение обратной матрицы.
8. Записать формулу вычисления обратной матрицы.
9. Сформулировать понятие минора  $k$ -го порядка матрицы. Дать определение ранга матрицы на языке миноров.
10. Сформулировать понятие ступенчатой (трапецеидальной) матрицы. Дать определение ранга матрицы на языке линейно независимых строк.
11. Матричный метод решения СЛАУ.
12. Элементарные преобразования матриц.
13. Теорема Кронекера – Капелли.
14. Метод Крамера решения СЛАУ.
15. Метод Гаусса решения СЛАУ.

### Раздел 2. Векторная алгебра

1. Перечислить основные свойства скалярного произведения.
2. Определить угол между векторами, используя свойства скалярного произведения (формула).
3. Сформулировать признак коллинеарности двух векторов.
4. Объяснить механический смысл векторного произведения векторов.
5. Перечислить основные свойства векторного произведения.
6. Определить площадь треугольника, построенного на двух векторах, используя свойства векторного произведения.
7. Объяснить геометрический смысл смешанного произведения векторов.
8. Перечислить основные свойства смешанного произведения.
9. Сформулировать признак компланарности трех векторов.
10. Определить объем параллелепипеда, треугольной пирамиды, построенной на трех векторах, используя свойства смешанного произведения.

### Раздел 3. Аналитическая геометрия

1. Плоскость. Виды уравнений плоскости.
2. Расстояние от точки до плоскости.
3. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Угол между плоскостями.
4. Прямая в пространстве. Виды уравнений прямой в пространстве.
5. Условия параллельности и перпендикулярности прямых в пространстве. Угол между прямыми в пространстве.
6. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости в пространстве.
7. Угол между прямой и плоскостью.
8. Прямая на плоскости: основные виды уравнений прямой на плоскости.
9. Условия взаимного расположения прямых на плоскости.
10. Кривые 2-го порядка: эллипс, окружность
11. Кривые 2-го порядка: гипербола
12. Кривые 2-го порядка: парабола
13. Общее уравнение кривой 2-го порядка.

Основные задачи:

1. Найти канонические уравнения прямой  $\begin{cases} 2x - 3y + 2z + 3 = 0; \\ 5x + y + z + 4 = 0. \end{cases}$
2. Найти проекцию точки на плоскость.
3. Найти расстояние между параллельными прямыми  $\frac{x+3}{4} = \frac{y-1}{0} = \frac{z+2}{3}$  и  $\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{0} = \frac{z-3}{3}$ .
4. Составить уравнение прямой, проходящей через точки  $M(2;6)$  и  $N(1;3)$ .
5. Найти отрезки, которые отсекает прямая  $2x - 3y + 6 = 0$  на координатных осях.
6. Найти расстояние от точки до прямой на плоскости
7. Составить уравнения парабол с вершиной в начале координат, проходящих через точку  $M(2;1)$ .
8. Определить вид кривой  $4x^2 + 6y^2 - 8x + 12y - 6 = 0$  и составить ее каноническое уравнение.
9. Найти асимптоты гиперболы и эксцентриситет гиперболы  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ .
10. Найти координаты фокусов и эксцентриситет эллипса  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ .
11. Найти расстояние от центра окружности  $x^2 + y^2 + 2y = 0$  до прямой  $y = 2(2 - x)$ .

#### Раздел 4. Введение в математический анализ

1. Перечислить основные свойства модуля вещественного числа.
2. Сформулировать свойства бесконечно малых последовательностей.
3. Дать определение бесконечно большой последовательности.
4. Найти область значений функции  $y = 3 \sin x - 4 \cos x$ .
5. Вычислить предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \left( \frac{n-1}{n} \right)^{3n} \right\}$ .
6. Сформулировать основные свойства функций, имеющих конечный предел.
7. Сформулировать основные свойства бесконечно малых функций.
8. Перечислить основные типы неопределённости.
9. Сформулировать свойства функций, непрерывных в точке.
10. Исследовать на непрерывность функцию  $f(x) = \frac{x+1}{x^2-1}$ .