Tecnológico de Monterrey

Física Experimental I

Práctica Numérica 03

Propagación a través de medios ABCD

Names:

Rubén Darío Casso De León	A01196975
Bernardo Barrera Godínez	A01194182
Carla Judith López Zurita	A00822301

Profesor:

Raúl Hernández Aranda

Viernes 24 de abril, 2020

1. Propagación de un haz Gaussiano

Expresión analítica para la descripción de un haz gaussiano que se ha propagado a través de un medio ABCD.

Usando la integral de difracción generalizada:

18) $$u_2(\vec{r}_2) = \frac{k e^{ikL}}{i2\pi B} \iint_{-\infty}^{\infty} u_1(\vec{r}_1)\, e^{\frac{ik}{2B}\left(A r_1^2 - 2(x_2x_1 + y_2y_1) + D r_2^2\right)}$$

Considerando un haz gaussiano de la forma:

(s) $$u_1(\vec{r}_1) = e^{-r_1^2/w_0^2}$$

Desarrollamos:

$$u_2(\vec{r}_2) = \frac{k e^{ikL}}{i2\pi B} \iint_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{x_1^2+y_1^2}{w_0^2} + \frac{ik}{2B}\left(A(x_1^2+y_1^2) - 2x_2x_1 - 2y_2y_1 + D(x_2^2+y_2^2)\right)} dx_1 dy_1$$

Separamos la expresión en dos integrales:

$$u_2(\vec{r}_2) = \frac{k e^{ikL}}{i2\pi B} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{x_1^2}{w_0^2} + \frac{ik}{2B}\left(Ax_1^2 - 2x_1x_2 + Dx_2^2\right)} dx_1 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{y_1^2}{w_0^2} + \frac{ik}{2B}\left(Ay_1^2 - 2y_2y_1 + Dy_2^2\right)} dy_1$$

Nos enfocamos en el argumento de la primera integral:

$$-\left[\left(\frac{1}{w_0^2} - \frac{ikA}{2B}\right)x_1^2 + \frac{ik}{B}x_2x_1 - \frac{ikD}{2B}x_2^2\right]$$

completamos el cuadrado:

$$(\alpha x_1 + \beta x_2)^2 = \alpha^2 x_1^2 + 2\alpha\beta x_1x_2 + \beta^2 x_2^2$$

Identificamos:

$$\alpha^2 = \frac{1}{w_0^2} - \frac{ikA}{2B} \qquad 2\alpha\beta = \frac{ik}{B} = 2\beta\sqrt{\frac{1}{w_0^2} - \frac{ikA}{2B}} \qquad \beta = \frac{ik}{2B}\left(\frac{1}{w_0^2} - \frac{ikA}{2B}\right)^{-1/2} \qquad \beta^2 = \frac{-k^2}{4B^2\alpha^2}$$

Entonces la primera integral:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(\alpha x_1 + \beta x_2)^2 + \left(\frac{ikD}{2B} + \beta^2\right)x_2^2} dx_1 = e^{\left(\frac{ikD}{2B} + \beta^2\right)x_2^2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-s^2} \frac{ds}{\alpha} = \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha} e^{\left(\frac{ikD}{2B} + \beta^2\right)x_2^2}$$

Hacemos un cambio de variable $s = \alpha x_1 + \beta x_2$ $ds = \alpha\, dx_1$ para integrar fácilmente la gaussiana
Reconocemos el patrón para la otra integral, entonces $u_2(\vec{r}_2)$ resulta en:

$$u_2(\vec{r}_2) = \frac{k e^{ikL}}{i2\pi B}\left(\frac{\sqrt{\pi}}{\alpha} e^{\left(\frac{ikD}{2B} + \beta^2\right)x_2^2}\right)\left(\frac{\sqrt{\pi}}{\alpha} e^{\left(\frac{ikD}{2B} + \beta^2\right)y_2^2}\right)$$

Finalmente

$$u_2(\vec{r}_2) = \frac{k e^{ikL}}{i2B\alpha^2} e^{\left(\frac{ikD}{2B} - \frac{k^2}{4B^2\alpha^2}\right) r_2^2} \qquad \text{donde} \quad \alpha^2 = \frac{1}{w_0^2} - \frac{ikA}{2B}$$

Figura 1: Expresión analítica para el haz gaussiano propagado con elementos ABCD

1.1. Un segmento de espacio libre de longitud 1.5 z_r

Sustituimos los elementos de la matriz ABCD con los correspondientes a un segmento de espacio libre de distancia $1.5z_R$:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1{,}5z_R \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1}$$

Lo cual resulta en la expresión:

$$U_2(\vec{r}_2) = \frac{\exp{(ikL)}}{1+3/2i} \exp\left(r_2^2 \frac{k}{2z_R} \frac{i}{3/2-i}\right)$$

Se generaron las gráficas en Matlab con $w_0 = 0{,}15 \times 10^{-3}$ m:

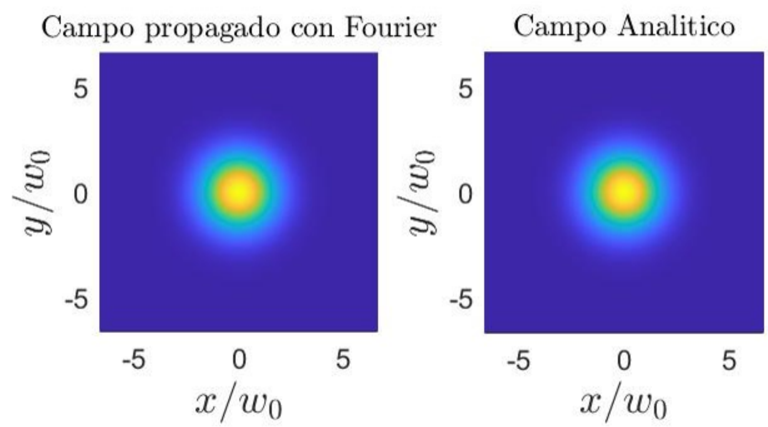


Figura 2: Comparación del campo transversal propagado numéricamente contra el campo analítico

1.2. Una lente delgada y convergente (f = 5 cm), seguida por un segmento de espacio libre de 1.5 z_R

Una vez más, sustituimos las elementos de la matriz ABCD del lente convergetne seguida por la del espacio libre (de derecha a izquierda), para obtener los valores necesarios:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1{,}5z_R \\ 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/0{,}05 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-30z_R & 1{,}5z_R \\ -20 & 1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

Obtuvimos la expresión:

$$U_2(\vec{r}_2) = \frac{\exp{(ikL)}}{i[1{,}5 - i(1-30z_R)]} \exp\left(r_2^2 \frac{k}{3z_R}\left[i - \frac{1}{1{,}5-i(1-30z_R)}\right]\right)$$

Se generaron las gráficas en Matlab con $w_0 = 0{,}15 \times 10^{-3}$ m, como se muestra en la figura 3.

Podemos observar que la luz que pasa a través del lente de distancia focal de 5 cm hace que el campo se enfoque a esta distancia después del origen, a comparación del campo que se propaga sin interrupcioón. Esto resulta que el segudno campo diverja en el plano de observación $z = 1{,}5z_R$.

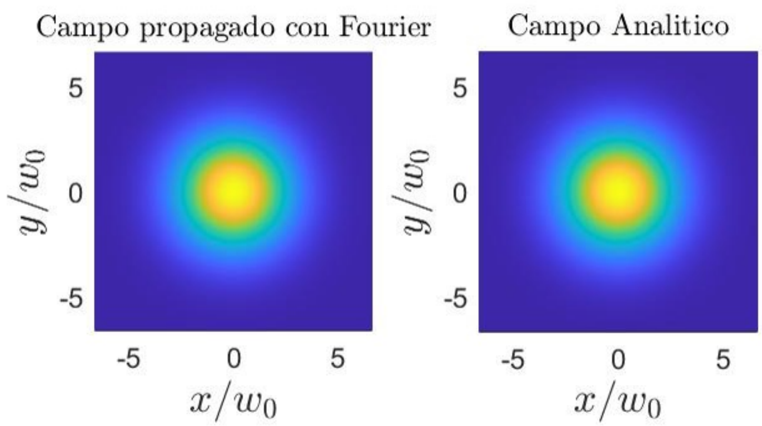


Figura 3: Comparación del campo transversal propagado numéricamente contra el campo analítico

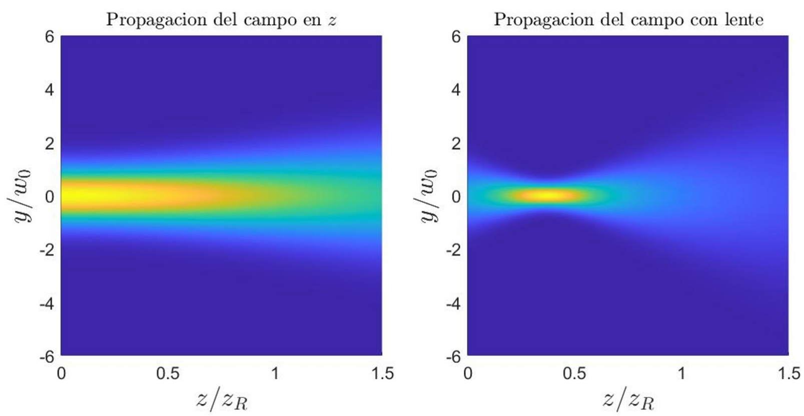


Figura 4: Comparación de los campos anteriores propagados en z

2. Propagación de haces Helmholtz-Gauss generalizados

Consideramos la distrubición transversal de un haz HzG generalizado en un plano $z = z_1$, dada por el producto entre un factor Gaussiano y una función escalar W

$$U_1(\mathbf{r_1}) = \exp\left(\frac{ikr_1^2}{2q_1}\right)W(\mathbf{r}_1; k_1) \tag{3}$$

La función $W(\mathbf{r}_1; k_1)$ es una solución adifraccional de la ecuación de Helmholtz, y puede ser expresada de la siguiente forma

$$W(\mathbf{r}_1; k_1) = \int_{\pi}^{\pi} g(\phi)\exp[ik_1(x_1\cos\phi + y_1\sin\phi)]d\phi \tag{4}$$

2.1. Distribución transversal del haz en el plano $z = z_2$

A continuación se muestra el procedimiento hecho para obtener la expresión transversal general de un haz Helmholtz-Gauss para una expresión dependiente de la fase $g(\phi)$ cualquiera en un plano z_2.

$$2 \cdot U_1(\vec{r}_1) = e^{i\frac{K r_1^2}{2q_1}} W(\vec{r}_1; K_1) \qquad W(\vec{r}_1, K_1) = \int_{-\pi}^{\pi} g(\phi) e^{iK_1(x_1\cos\phi + y_1 \sin\phi)} d\phi$$

Propagación ABCD: $U_2(\vec{r}_2) = \dfrac{K e^{iKL}}{i2\pi B} \displaystyle\iint U_1(\vec{r}_1) e^{i\frac{K}{2B}\left(A r_1^2 - 2(x_1x_2 + y_2y_1) + D r_2^2\right)} dx_1 dy_1$

$$U_2(\vec{r}_2) = \frac{K e^{iKL}}{i2\pi B} \iint e^{i\frac{K r_1^2}{2q_1} + \frac{K}{2B}\left(A r_1^2 - 2x_1x_2 - 2y_2y_1 + D r_2^2\right)} \underbrace{W(\vec{r}_1, K_1)}_{\int_{-\pi}^{\pi} g(\phi) e^{iK_1(x_1\cos\phi + y_1\sin\phi)} d\phi} dx_1 dy_1$$

$$= \frac{K e^{iKL}}{i2\pi B} \left(\int_{-\pi}^{\pi} g(\phi) d\phi\right) e^{i\frac{KD}{2B} r_2^2} \iint_{-\infty}^{\infty} e^{iK\left[(x_1^2 + y_1^2)\left(\frac{1}{2q_1} + \frac{A}{2B}\right)\right] - x_1\left(\frac{x_2}{B} - \frac{K_1\cos\phi}{K}\right) - y_1\left(\frac{y_2}{B} - \frac{K_1\sin\phi}{K}\right)} dx_1 dy_1$$

Concentrándonos sólo en $x_1 \longrightarrow \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} e^{iK\left[\left(\frac{1}{2q_1} + \frac{A}{2B}\right)x_1^2 - \left(\frac{x_2}{B} - \frac{K_1\cos\phi}{K}\right)x_1\right]} dx_1$

Definimos: $\left.\begin{aligned} \frac{K}{2i}\left(\frac{1}{q_1} + \frac{A}{B}\right) &= \alpha \\ \frac{K}{i}\left(\frac{x_2}{B} - \frac{K_1\cos\phi}{K}\right) &= \beta \end{aligned}\right\}$ $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x_1^2 + \beta x_1} dx_1$ $\quad x_1 = \dfrac{U_1}{\sqrt{\alpha}} \quad dx_1 = \dfrac{dU_1}{\sqrt{\alpha}}$ $\quad \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} e^{-U_1^2 + \frac{\beta}{\sqrt{\alpha}} U_1} \frac{dU_1}{\sqrt{\alpha}}$

$$\frac{1}{\sqrt{\alpha}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\left(U_1^2 - \frac{\beta}{\sqrt{\alpha}}U_1 + \frac{\beta^2}{4\alpha}\right) + \frac{\beta^2}{4\alpha}} dU_1 = \frac{e^{\frac{\beta^2}{4\alpha}}}{\sqrt{\alpha}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\left(U_1 - \frac{\beta}{2\sqrt{\alpha}}\right)^2} dU_1$$

$\omega_1 = U_1 - \dfrac{\beta}{2\sqrt{\alpha}} \longrightarrow \dfrac{e^{\frac{\beta^2}{4\alpha}}}{\sqrt{\alpha}} \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega_1^2} d\omega_1 = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}\, e^{\frac{\beta^2}{4\alpha}}$

$d\omega_1 = dU_1$

Reemplazando las definiciones de α y β:

$$\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \exp\left[-iK \frac{\left(\frac{x_2}{B} - \frac{K_1}{K}\cos\phi\right)^2}{\frac{2}{q_1} + \frac{2A}{B}}\right] = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \exp\left[-\frac{iB}{2}\left(\overbrace{\frac{K}{\frac{B}{q_1} + A}}^{\frac{K_2 K}{K_1}}\right)\left(\frac{x_2^2}{B^2} - \frac{2K_1 x_1 \cos\phi}{BK} + \frac{K_1^2}{K^2}\cos^2\phi\right)\right.$$

Tomando en consideración la integración en y_1:

$$U_2(\vec{r}_2) = \frac{\cancel{K} e^{iKL}}{i\cancel{2}\cancel{\pi}\cancel{B}} \left(\int_{-\pi}^{\pi} g(\phi) d\phi\right) \frac{\cancel{\pi}\cancel{B}}{\frac{\cancel{K}}{\cancel{2i}}\left(\frac{B}{q_1} + A\right)} e^{i\frac{KD}{2B} r_2^2} e^{-i\frac{K_2 K}{2K_1 B} r_2^2} e^{iK_2(x_2\cos\phi + y_2\sin\phi)} e^{-\overbrace{\tfrac{iBK_1K_2}{2K}}^{\cos^2\phi + \sin^2\phi = 1}}$$

Podemos insertar los términos $\sin\phi$, $\cos\phi$ dentro de la integral de $g(\phi)$

$$U_2(\vec{r}_2) = \frac{e^{iKL}}{\frac{B}{q_1} + A} \left[\underbrace{\int_{-\pi}^{\pi} g(\phi) e^{iK_2(x_2\cos\phi + y_2\sin\phi)} d\phi}_{W(\vec{r}_2; K_2)}\right] e^{-i\frac{BK_1K_2}{2K}} e^{i\left(\frac{KD}{2B} - \frac{K_2 K}{2K_1 B}\right) r_2^2}$$

Ahora sólo debemos simplificar el término: $\frac{KD}{2B} - \frac{K_2 K}{2K_1 B}$

$$\frac{KD}{2B} - \frac{K_2 K}{2K_1 B} = \frac{K}{2B}\left[D - \frac{K_2}{K_1}\right]$$ Sabemos que $\frac{K_2}{K_1} = \frac{1}{A + B/q_1}$

$$= \frac{K}{2B}\left[D - \frac{1}{A + B/q_1}\right] = \frac{K}{2B}\left(\frac{DA + \frac{BD}{q_1} - 1}{A + B/q_1}\right) = \frac{K}{2B}\left(\frac{DAq_1 + BD - q_1}{Aq_1 + B}\right)$$

$$= \frac{K}{2}\left(\frac{\left[\frac{DA-1}{B}\right]q_1 + D}{Aq_1 + B}\right)$$ Recordamos que el determinante de la matriz ABCD es unitario. Es decir, $AD - CB = 1 \therefore C = \frac{AD-1}{B}$

$$= \frac{K}{2}\left(\frac{Cq_1 + D}{Aq_1 + B}\right) = \frac{K}{2q_2}$$

Finalmente, el campo $U_2(\vec{r_2})$:

$$U_2(\vec{r_2}) = e^{-i\frac{BK_1K_2}{2K}} \underbrace{\left[\frac{e^{iKL}}{\frac{B}{q_1} + A}\, e^{i\frac{K r_2^2}{2q_2}}\right]}_{GB(\vec{r_2},\, q_2)} \underbrace{\int_{-\pi}^{\pi} g(\phi)\, e^{iK_2(x_2\cos\phi + y_2\sin\phi)}\, d\phi}_{W(\vec{r_2};\, K_2)}$$

$$\boxed{U_2(\vec{r_2}) = e^{-i\frac{BK_1K_2}{2K}}\, GB(\vec{r_2}, q_2)\, W(\vec{r_2}; K_2)}$$

Figura 5: Expresión analítica transversal general de un haz Helmholtz-Gauss

2.2. Propagación de un haz Bessel-Gauss

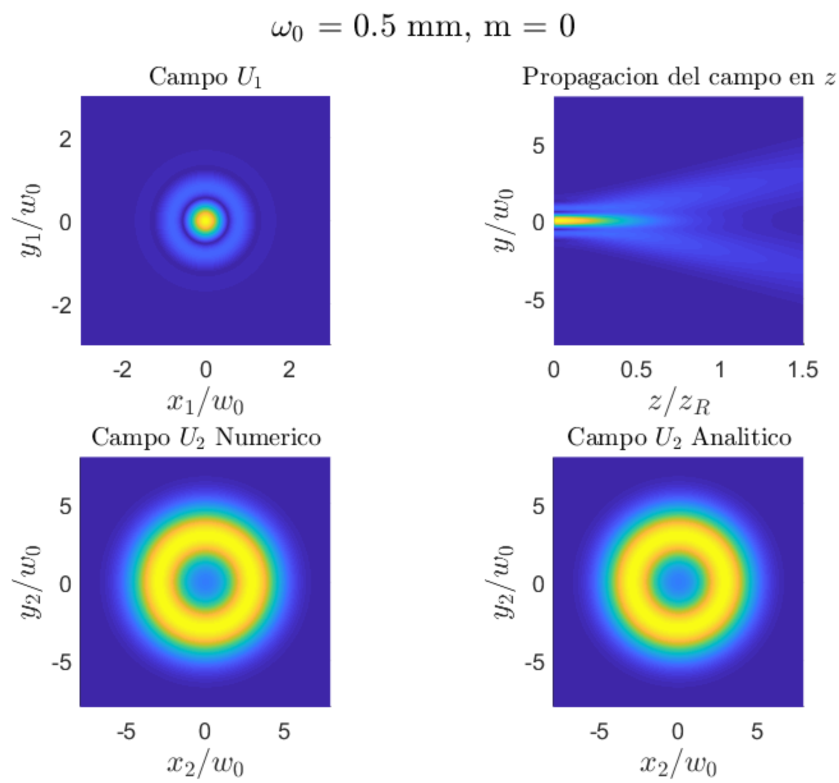
Utilizando los resultados demostrados en el inciso anterior, se determinó la distribución transversal del haz en el plano z = 1.5 z_R para el caso especial de un haz Bessel-Gauss de la forma

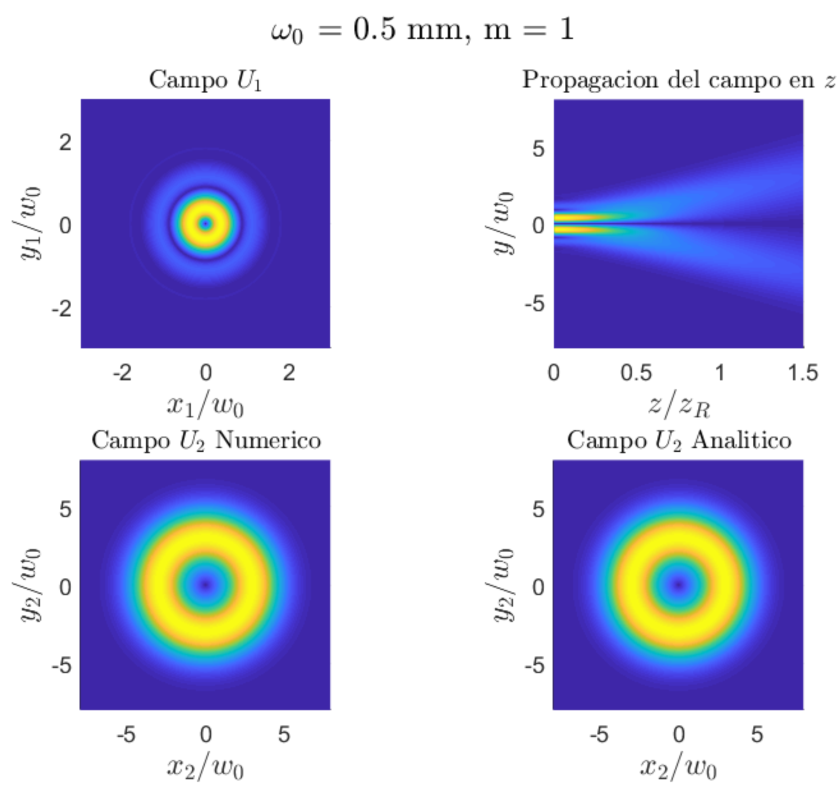
$$U_1(\mathbf{r_1}) = \exp\left(-\frac{r_1^2}{w_0^2}\right) J_m(\kappa_1 r_1)\exp(im\phi) \tag{5}$$

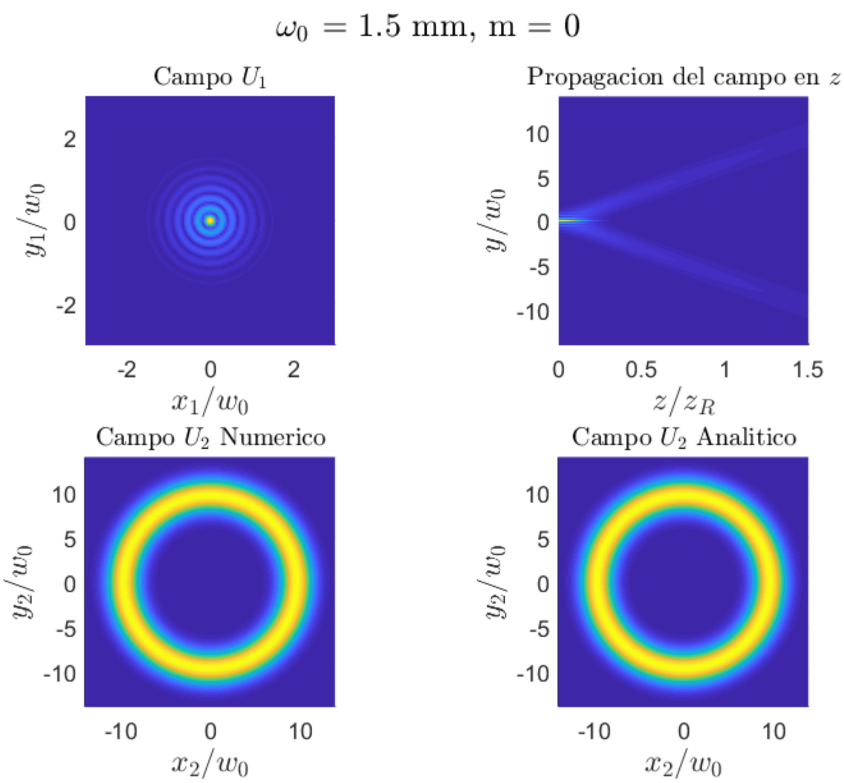
Con valores de $\kappa_1 = 8665\ \text{m}^{-1}$, $\lambda = 632{,}8$ nm, y $\omega_0 = [0{,}5, 1{,}5, 3]$ mm, y para la matriz ABCD descrita en (1). Para ello, simplemente se sustituyó en (3) los siguientes valores:

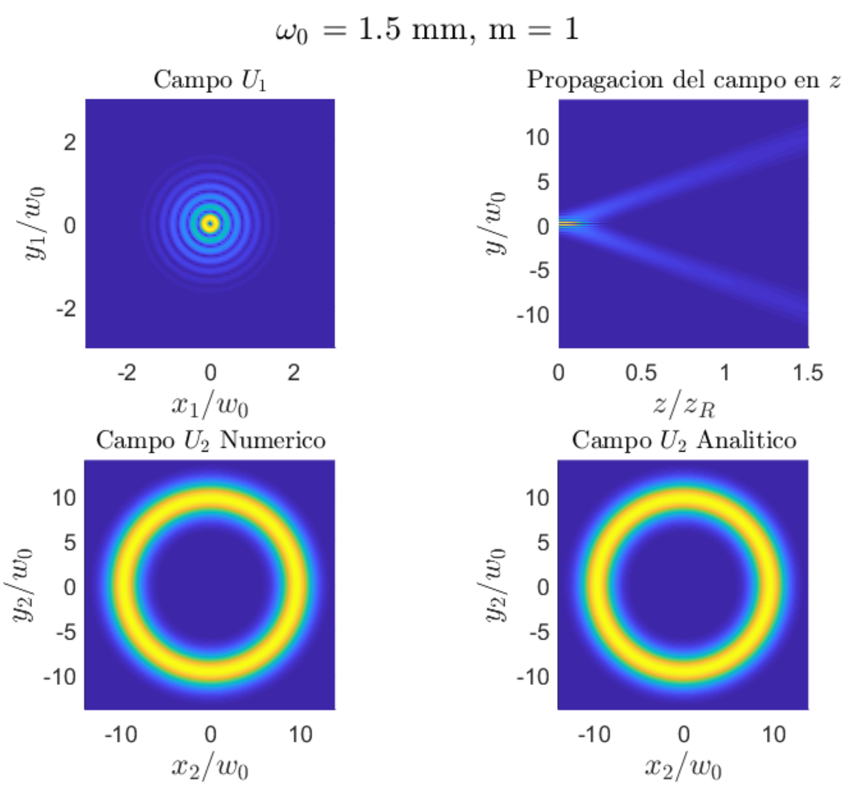
$$W(\mathbf{r_1}; \kappa_1) = J_m(\kappa_1 r_1)\exp(im\phi) \qquad q_1 = -\frac{ik\omega_0^2}{2} \tag{6}$$

La expresión analítica para el campo propagado se obtuvo utilizando las transformaciones descritas en el inciso anterior para q_2 y κ_2. A continuación se muestran figuras comparativas mostrando nuestros resultados analíticos, junto con la propagación numérica obtenida utilizando **PropFourier.m**. Como se aprecia en las figuras, los resultados son muy similares. Se observó que la propagación resulta en un campo con forma de anillo, que corresponde al espectro angular del haz Bessel-Gauss. Mientras aumenta el valor de ω_0, la contribución Gaussiana disminuye y el campo inicial se asemeja más a un haz Bessel puro, lo cual resulta en un anillo más definido en el campo lejano.


ω_0 = 0.5 mm, m = 0
Campo U_1
Propagacion del campo en z
y_1/w_0
x_1/w_0
y/w_0
z/z_R
Campo U_2 Numerico
Campo U_2 Analitico
y_2/w_0
x_2/w_0


ω_0 = 0.5 mm, m = 1
Campo U_1
Propagacion del campo en z
y_1/w_0
x_1/w_0
y/w_0
z/z_R
Campo U_2 Numerico
Campo U_2 Analitico
y_2/w_0
x_2/w_0


ω_0 = 1.5 mm, m = 0
Campo U_1
Propagacion del campo en z
y_1/w_0
x_1/w_0
y/w_0
z/z_R
Campo U_2 Numerico
Campo U_2 Analitico
y_2/w_0
x_2/w_0


ω_0 = 1.5 mm, m = 1
Campo U_1
Propagacion del campo en z
y_1/w_0
x_1/w_0
y/w_0
z/z_R
Campo U_2 Numerico
Campo U_2 Analitico
y_2/w_0
x_2/w_0

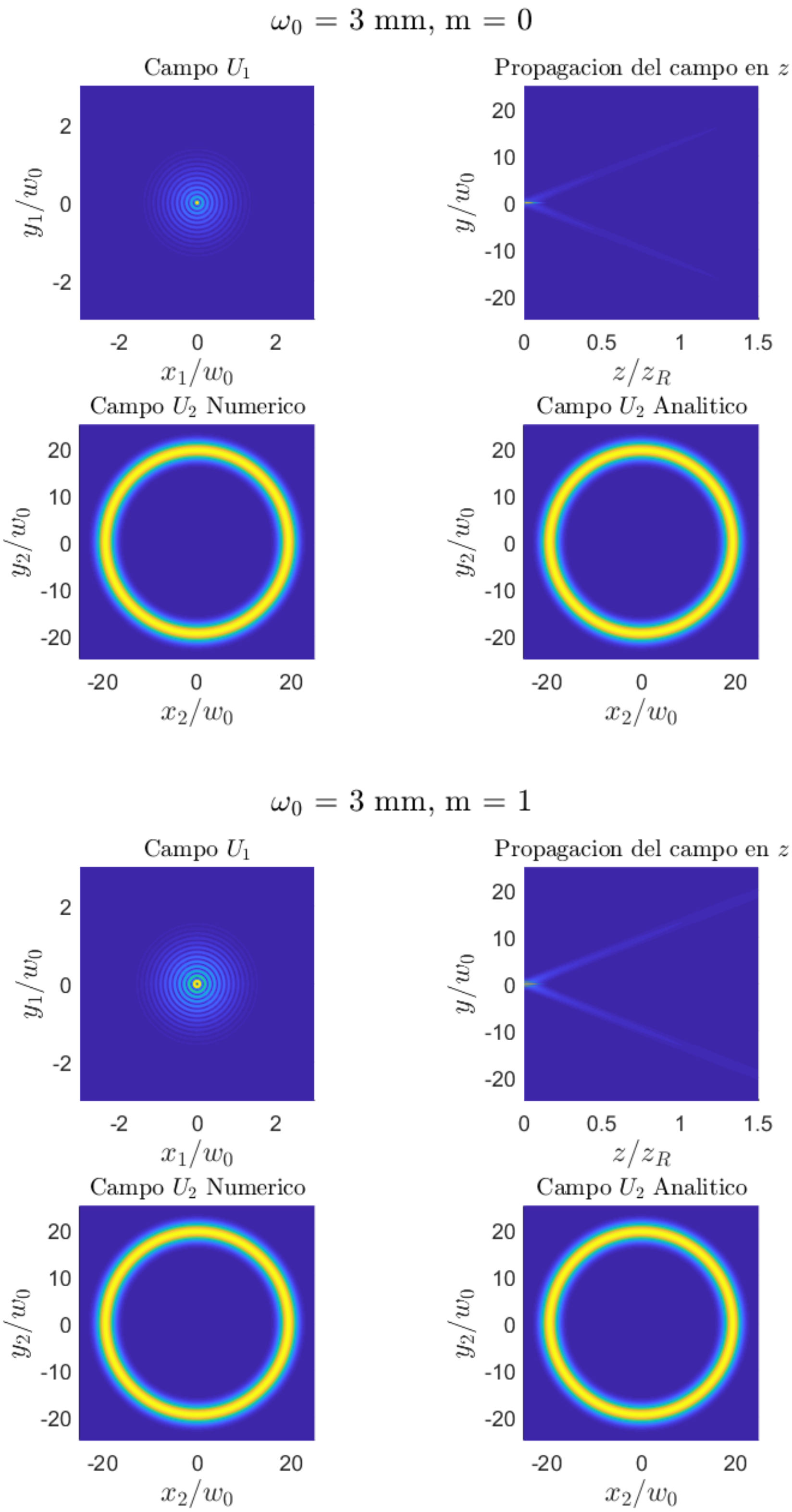


Figura 6: Campo U_1 propagado en z, y U_2 numérico y analítico propagado para diferentes valores de ω_0 y m

3. Código de Matlab

3.1. Ejercicio 1.a

```
% Propagador de Fourier
clear all; close all;
set(0,'defaultTextInterpreter','latex');

N = 2^10;                  % Numero de puntos

% Creamos el vector de indices
NV = (-N/2:1:N/2-1);       % Con esto nos aseguramos de tener la frecuencia 0
                           % y de que NV tiene N elementos
L = 1e-3;                  % Las unidades son metros
dx = 2*L/N;
kmax = pi/dx;
[X,Y] = meshgrid(NV*dx);
[Kx,Ky] = meshgrid(kmax*2/N*NV);

lambda = 633e-9;
k = 2*pi/lambda;

r = sqrt(X.^2+Y.^2);
kt = sqrt(Kx.^2+Ky.^2);

w0 = 0.2e-3;                              % Cintura del haz Gaussiano
zR = k*w0^2/2;
z = 1.5*zR;       %Distancia de propagaci n maxima en unidades de la distancia de Rayleigh
nz = 300;
dz = z/nz;

%************Propagador ************
Prop = (exp(-1i*0.5*dz*(kt.^2)/k));       %Full paraxial propagator
%Prop = exp(i*dz*sqrt(k^2-kt.^2));        %Non paraxial propagator

%************Perfil Inicial************
flens = 1; %0.3*zR;
Tlens = 1;                                % Funcion de transmitancia de lente
f = exp(-r.^2/w0^2).*Tlens;               % Haz Gaussiano

Ur = zeros(N,nz+1);
U0 = f;
Ur(:,1) = U0(:,N/2+1);

%************Inicia la propagacion************
F = fftshift(fft2(U0));
for ii=1:nz
    F = F.*Prop;
    A = ifft2(F);
    Ur(:,ii+1)=A(:,N/2+1);
```

```
end

%************Grafica del campo inicial************
figure(2),subplot(1,2,1),surf(X(N/2+1,:)/w0,Y(:,N/2+1)/w0,abs(A)); shading interp,lighting phong, view(2)
colormap parula;
ejes = gca;
ejes.FontSize = 13;
title('Campo␣propagado␣con␣Fourier')
xlabel('$x/w_{0}$','FontSize',20);
ylabel('$y/w_{0}$','FontSize',20);
axis square;


%************Grafica del campo anal tico************
U = exp(1i*k*L)/(1+1.5*1i).*exp(r.^2./zR.*k./2.*1i./(1.5-1i));
figure(2),subplot(1,2,2),surf(X(N/2+1,:)/w0,Y(:,N/2+1)/w0,abs(U)); shading interp,lighting phong, view(2)
colormap parula; ejes = gca;
ejes.FontSize = 13;
title('Campo␣Analitico')
xlabel('$x/w_{0}$','FontSize',20);
ylabel('$y/w_{0}$','FontSize',20);
axis square;
```

3.2. Ejercicio 1.b

```
% Propagador de Fourier
clear all; close all;
set(0,'defaultTextInterpreter','latex');

N = 2^10;                   % Numero de puntos
% Creamos el vector de indices
NV = (-N/2:1:N/2-1);        % Con esto nos aseguramos de tener la frecuencia 0
                            % y de que NV tiene N elementos
L = 1e-3;                   % Las unidades son metros
dx = 2*L/N;
kmax = pi/dx;
[X,Y] = meshgrid(NV*dx);
[Kx,Ky] = meshgrid(kmax*2/N*NV);

lambda = 633e-9;
k = 2*pi/lambda;

r = sqrt(X.^2+Y.^2);
kt = sqrt(Kx.^2+Ky.^2);

w0 = 0.15e-3;                                % Cintura del haz Gaussiano
zR = k*w0^2/2;
z = 1.5*zR;        %Distancia de propagaci n maxima en unidades de la distancia de Rayleigh
```

```
nz = 300;
dz = z/nz;

%************Propagador************
Prop = (exp(-1i*0.5*dz*(kt.^2)/k));       %Full paraxial propagator
%Prop = exp(i*dz*sqrt(k^2-kt.^2));        %Non paraxial propagator

%************Perfil Inicial************
flens = 0.05; %0.3*zR;
Tlens = exp(-1i*k/(2*flens)*r.^2);              % Funcion de transmitancia de lente
f = exp(-r.^2/w0^2).*Tlens;                     % Haz Gaussiano

Ur = zeros(N,nz+1);
U0 = f;
Ur(:,1) = U0(:,N/2+1);

%************Inicia la propagacion************
F = fftshift(fft2(U0));
for ii=1:nz
    F = F.*Prop;
    A = ifft2(F);
    Ur(:,ii+1)=A(:,N/2+1);
end
%Ur = ifft2(Ur);

%************Grafica del campo inicial************
figure(2),subplot(1,2,1),surf(X(N/2+1,:)/w0,Y(:,N/2+1)/w0,abs(A)); shading interp,lighting phong, view(2)
colormap parula;
ejes = gca;
ejes.FontSize = 13;
title('Campo propagado con Fourier')
xlabel('$x/w_{0}$','FontSize',20);
ylabel('$y/w_{0}$','FontSize',20);
axis square;


%************Grafica del campo anal tico************
U = exp(1i*k*L)/(1i*(1.5-1i*(1-30*zR))).*exp(r.^2./zR.*k./3.*(1i-1/(1.5-1i*(1-30*zR))));
figure(2),subplot(1,2,2),surf(X(N/2+1,:)/w0,Y(:,N/2+1)/w0,abs(U)); shading interp,lighting phong, view(2)
colormap parula; ejes = gca;
ejes.FontSize = 13;
title('Campo Analitico')
xlabel('$x/w_{0}$','FontSize',20);
ylabel('$y/w_{0}$','FontSize',20);
axis square;
```

3.3. Ejercicio 2.b

```
% Propagador de Fourier
clear all; close all;
set(0,'defaultTextInterpreter','latex');

N = 256*4;                  % Numero de puntos, escogemos una potencia de 2
                            % para que el calculo de la transformada sea m s
                            % r pido

% Creamos el vector de indices
NV = (-N/2:1:N/2-1);        % Con esto nos aseguramos de tener la frecuencia 0

w0 = 3e-3;                  % Cintura del haz Gaussiano
L = 20*w0;                  % Las unidades son metros

dx = 2*L/N;
kmax = pi/dx;
[X,Y] = meshgrid(NV*dx);
[Kx,Ky] = meshgrid(kmax*2/N*NV);

lambda = 632.8e-9;
k = 2*pi/lambda;

r = sqrt(X.^2+Y.^2);
kt = sqrt(Kx.^2+Ky.^2);
Phi = angle(X + 1i*Y);

zR = k*w0^2/2;
z = 1.5*zR;       %Distancia de propagaci n maxima en unidades de la distancia de Rayleigh
nz = 300;
dz = z/nz;

%****************************** Propagador ******************************
Prop = (exp(-1i*0.5*dz*(kt.^2)/k));       %Full paraxial propagator
%Prop = exp(1i*dz*sqrt(k^2-kt.^2));       %Non paraxial propagator

%************************ Perfil Inicial ******************************
flens = 0.3*zR;
Tlens = 1;
%Tlens = exp(-1i*k/(2*flens)*r.^2);              % Funcion de transmitancia de lente
m = 0;
f = besselj(m,8665*r).*exp(1i*m*Phi).*exp(-r.^2/w0^2).*Tlens;

Ur = zeros(N,nz+1);
U0 = f;

```

```
%******************  Grafica del campo inicial ************************
figure(1),subplot(2,2,1),surf(X(N/2+1,:)/w0,Y(:,N/2+1)/w0,abs(U0)); shading interp,colormap parula, view(2)
%ejes = gca;
%ejes.FontSize = 13;
title('Campo $U_{1}$')
xlabel('$x_1/w_{0}$','FontSize',12);
ylabel('$y_1/w_{0}$','FontSize',12);
axis square;
axis([-3 3 -3 3]);

%****************** Inicia la propagacion *****************************
F = fftshift(fft2(U0));
for ii=1:nz
    F = F.*Prop;
    A = ifft2(F);
    Ur(:,ii+1)=A(:,N/2+1);
end

%******************  Grafica del campo propagado **********************
figure(1),subplot(2,2,3),surf(X(N/2+1,:)/w0,Y(:,N/2+1)/w0,abs(A)); shading interp,colormap parula, view(2)
%ejes = gca;
%ejes.FontSize = 13;
title('Campo $U_{2}$ Numerico')
xlabel('$x_2/w_{0}$','FontSize',12);
ylabel('$y_2/w_{0}$','FontSize',12);
axis square;
axis([-L/w0 L/w0 -L/w0 L/w0]);

figure(1),subplot(2,2,2),surf((0:dz:z)/zR,Y(:,N/2+1)/w0,abs(Ur)), shading interp,colormap parula, view(2);
%ejes = gca;
%ejes.FontSize = 13;
title('Propagacion del campo en $z$')
xlabel('$z/z_{R}$','FontSize',12);
ylabel('$y/w_{0}$','FontSize',12);
axis square;%axis tight;
%set(gcf, 'Position',[1400 900 900 400])
axis([0 1.5 -L/w0 L/w0]);


figure(1),subplot(2,2,4);
A = 1;
B = z;
C = 0;
D = 1;
q1 = -1i*k*w0^2/2;
q2 = (A*q1 + B)/(C*q1 + D);
k2 = 8665/(A+B/q1);
```

```
U2 = exp(1i*k*r.^2/(2*q2))./(A + B/q1).*besselj(m,k2*r).*exp(1i*m*Phi);
surf(X(N/2+1,:)/w0,Y(:,N/2+1)/w0,abs(U2)),shading interp,colormap
    parula, view(2);
%ejes = gca;
%ejes.FontSize = 13;
title('Campo␣$U_{2}$␣Analitico')
xlabel('$x_2/w_{0}$','FontSize',12);
ylabel('$y_2/w_{0}$','FontSize',12);
axis square;
axis([-L/w0 L/w0 -L/w0 L/w0]);
s = string(w0*10^3);
sgtitle('$\omega_0$␣=␣' + s + '␣mm,␣m␣=␣' + string(m));
```