Tecnológico de Monterrey

Física Experimental I

Práctica Numérica 02

Resondores Ópticos

Names:

Rubén Darío Casso De León	A01196975
Bernardo Barrera Godínez	A01194182
Carla Judith López Zurita	A00822301

Profesor:

Raúl Hernández Aranda

Viernes 24 de abril, 2020

1. Cuadratura Gauss-Legendre

1.1. Programa el método de cuadratura Gauss-Legendre para calcular los siguientes valores de la función Bessel y compara tu resultado con la rutina *besselj* implementada en MATLAB.

A continuación se presenta una tabla hecha con los resultados del método programado de cuadratura Gauss-Legendre; cada uno para un distinto orden de bessel. La segunda columna representa el valor usando el método de cuadratura, mientras que en la tercera se utiliza la rutina *besselj* implementada en MATLAB:

Bessel	Cuadratura Gauss-Legendre	besselj
$J_0(8)$	0.171650807137556 + 0.000000000000011i	0.171650807137554
$J_1(5)$	-0.327579137591455 - 0.000000000000003i	-0.327579137591465
$J_2(2)$	0.352834028615633 - 0.000000000000010i	0.352834028615638

1.2. Escribe una rutina para graficar la función $J_1(2x)$ usando el método de cuadratura gauleg. Grafica la función en el intervalo de x = [-10, 10]

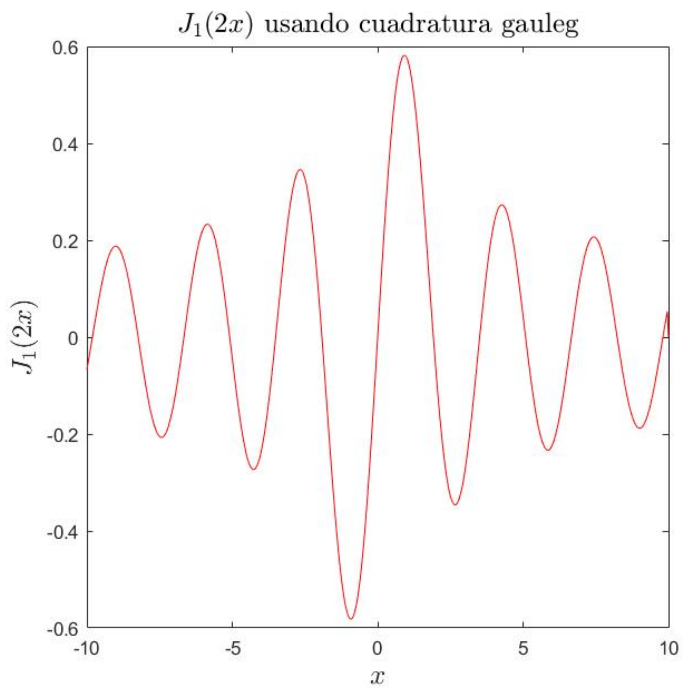

Figura 1: Gráfica de función $J_1(2x)$ usando método de cuadratura Gauss-Legendre

2. Obtén los eigenmodos de un resonador óptico estable cuya cavidad está formada por un axicón y un espejo esférico

Para lo parámetros:

Longitud de onda	λ	$10{,}6 \times 10^{-3}$	[mm]
Ángulo	θ_0	$12{,}22 \times 10^{-3}$	[rad]
Longitud	L	409,2	[mm]
Radio de curvatura	R	$50L$	[mm]
Número de onda	k	$2 * \pi/\lambda$	[rad/mm]

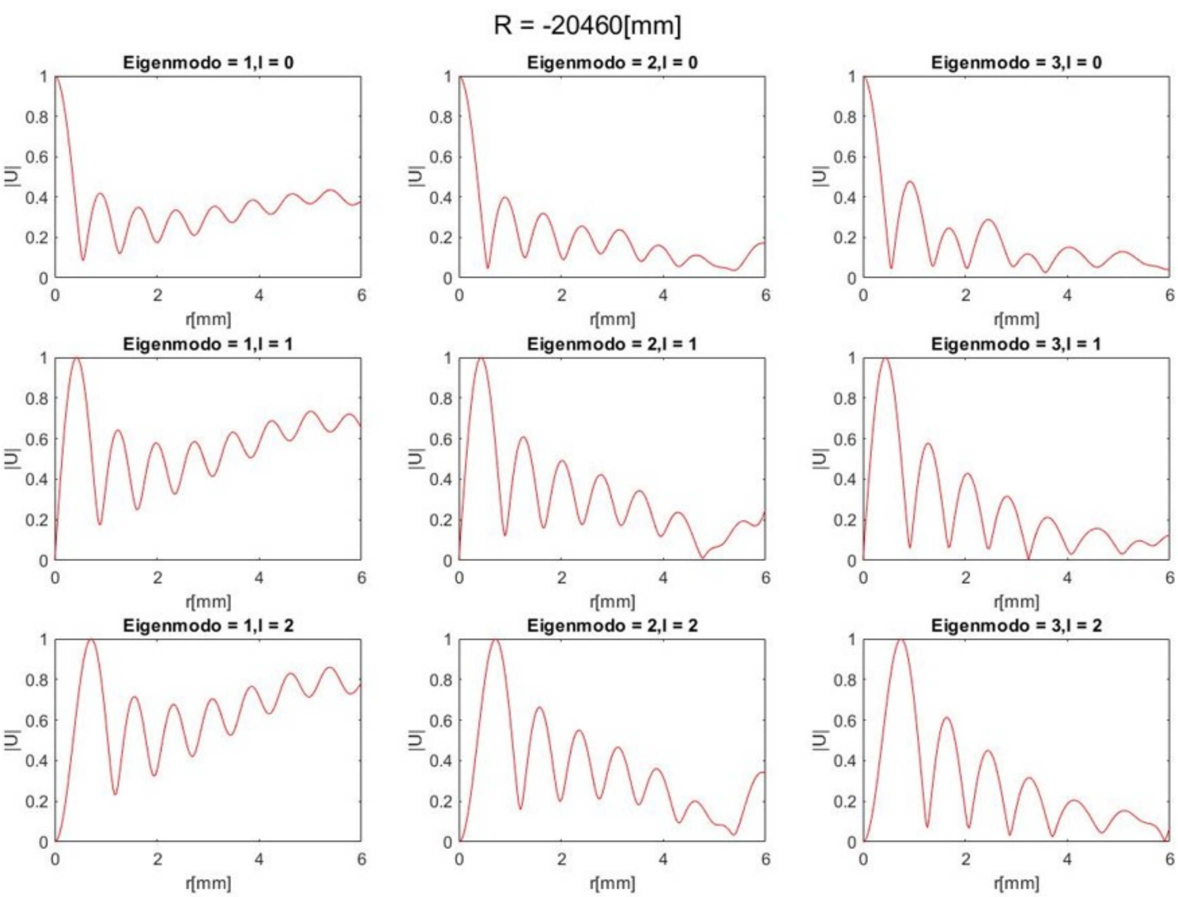

Figura 2: Diferentes eigenmodos para un R constante

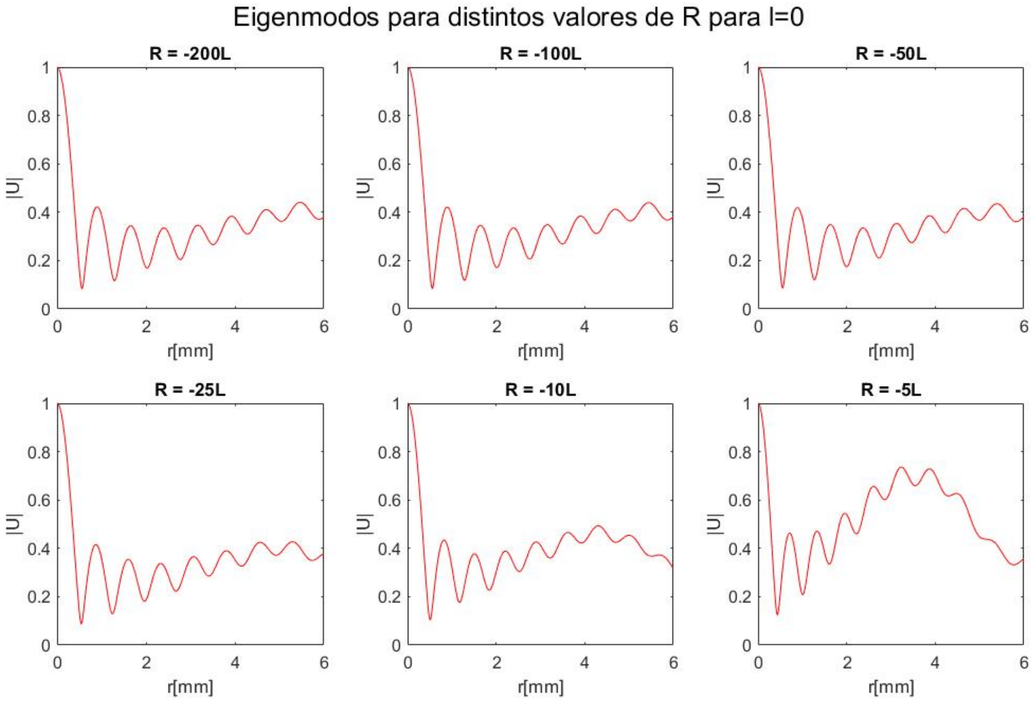

Figura 3: Eigenmodos para R variantes

2.1. Análisis

De las gráficas resultantes, rescatamos las siguientes observaciones: De forma general, notamos que la amplitud del haz resultante decrece a medida que se acerca a la orilla del espejo en el que trabajamos. Asimismo, los eigenmodos parecen asemejarse a las teóricas funciones Bessel en el plano del axicón, por lo que podríamos imaginarnos que se trata de haces Bessel. Además, nos percatamos de que los eigenmodos de los tres órdenes graficados son similares entre sí, con solo el primero empezando en 1, como con la Bessel.

Se vuelve relevante mencionar también cambios en el radio de curvatura R, ya que este es un parámetro libre, útil para variar las características de difracción del haz de salida. Al observar la figura 3, es evidente que, a partir de cierto tamaño de radio, los patrones de las amplitudes no varían. Una posibilidad es que el haz alcanza una estabilidad a partir de cierto radio de curvatura del espejo hasta llegar a un espejo plano (radio de curvatura infinito). Para radios que no cumplen con este criterio, la distribución de amplitudes no están tan bien defindas. Interesantemente, cuando el radio de curvatura del lente es igual a la distancia entre los elementos ópticos, nuestra rutina nos indica que no existen eignemodos. Podemos concluir que es un arreglo que no se puede usar como cavidad para generar láseres o haya un error en el código.

3. Código de Matlab

3.1. Problema 1

```
%%% Programa el metodo de cuadratura Gauss-Legendre para calcular la
%%% funcion Bessel
[x,w] = gauleg(0,2*pi,100);
f =@(m,R) 1i^(-m)/(2*pi)*exp(1i*m*x).*exp(1i*R*cos(x));
```

```

%%% Calcula J0(8), J1(5) y J2(2) con 6 decimales de exactitud.
J = zeros(1,3);
J(1) = f(0,8)*w';
J(2) = f(1,5)*w';
J(3) = f(2,2)*w';

%%% Compara tu resultado con la rutina besselj
J2 = [besselj(0,8),besselj(1,5),besselj(2,2)];

format long
disp(J')
disp(J2')

%%% Escribe una rutina para graficar la funcion J1(2x) usando el
%%% metodo de cuadratura gauleg.
close all; set(0,'defaultTextInterpreter','latex');
n=1;
R = linspace(-10,10,500);
h = R(2)-R(1);
Y = zeros(1,length(R));
for r = -10:h:10
Y(n) = f(1,2*r)*w';
n = n +1;
end

%%% Grafica la funcion en el intervalo de x = [-10; 10]:
figure(1); plot(R,real(Y),'r')
ejes = gca;
ejes.FontSize = 10;
title('$J_1(2x)$ usando cuadratura gauleg','FontSize',15)
xlabel('$x$','FontSize',15);
ylabel('$J_1(2x)$','FontSize',15);
axis square;
```

3.2. Problema 2

```
%%%%%%%%%CUADRATURA GAUSSIANA %%%%%%%%%
a = 0; b = 6; n = 2^8;
[r1,w] = gauleg(a,b,n);
[R1,R2] = meshgrid(r1);

%%%%%%%%%PARAMETROS INICIALES %%%%%%%%%
lambda = 10.6*1e-3;
theta0 = 12.22e-3;
L = 409.2;                   %Distancia entre los elementos
R = 50*L;                    %Radio de curvatura
k = 2*pi/lambda;             %Numero de onda

%%%%%%%%%MATRICES %%%%%%%%%
%M3 = [1,0;-2*theta0./b,1]; %Matriz del axicon
%M2 = [ 1, L; 0, 1];        %Matriz del espacio libre
```

```
%M1 = [ 1, 0; -2/R  1];      %Matriz del lente convexo para un punto focal f = R/2
%M = M2*M1*M2;               %Valores de la matriz air-len-air
%A = M(1); B = M(3); C = M(2); D = M(4);

x1 = (L-R)*theta0;
Q = L/R;
A = 1 - 2*Q - 2*(theta0./x1)*2*L*(1-Q);
B = 2*L*(1-Q);
D = 1 - 2*Q;

%%%%%%%%%INTEGRAL %%%%%%%%%
H = @(l) k./B.*(-1i)^(l+1).*besselj(l,k.*R1.*R2./B).*...
    exp(1i*k./(2*B).*(A.*R1.^2+D.*R2.^2)).*R1.*exp(-1i*2*k*theta0*R1);
W = diag(w);

%%%%%%%%%PLOTS %%%%%%%%%
m=1;
for n = 0:2
    for p = 1:3
    K = H(n)*W;
    [V,Y] = eig(K);
    norm = max(abs(V(:,p)));

    sgtitle('R = -' + string(R) + '[mm]')
    subplot(3,3,m); plot(r1,abs(V(:,p))/norm,'r')
    title('Eigenmodo = '+string(p)+',l = '+string(n))
    xlabel('r[mm]');
    ylabel('|U|');

    m = m +1;
    end
end
```