Construcción de un modelo estadístico base

Jesús David Núñez Rodríguez A01634928

2022-09-09

Descripción del problema:

Detectar los factores que afectan el nivel de contaminación por mercurio en los peces de agua dulce comestibles. Los datos recolectados son de un estudio realizado en 53 lagos de florida.

Preguntas a responder:

¿Hay evidencia para suponer que la concentración máxima de mercurio en los lagos es dañino para la salud humana?

¿Habrá diferencia significativa entre la concentración de mercurio por la edad de los peces?

Si el muestreo se realizó lanzando una red y analizando los peces que la red encontraba ¿Habrá influencia del número de peces encontrados en la concentración de mercurio en los peces?

¿Las concentraciones de alcalinidad, clorofila, calcio en el agua del lago influyen en la concentración de mercurio de los peces?

Consideraciones

Las normativas de referencia para evaluar los niveles máximos de Hg (Reglamento 34687-MAG y los reglamentos internacionales CE 1881/2006 y Codex Standard 193-1995) establecen que la concentración promedio de mercurio en productos de la pesca no debe superar los 0.5 mg de Hg/kg.

Introdución

Hay evidencia de que tiene efectos adversos en la salud de los humanos, especialmente en el desarrollo neuronal en fetos y algunos organos como higado y riñon(Li et al. 2010). Los grupos más suceptibles de intoxicación por mercurio son fetos en desarrollo, mujeres que amamanten y niños pequeños. además hay evidencia que en adultos también tiene efectos neurotoxicos y afecta al sistema inmune y cardiovascular, el consumo de MeHg incluso en pequeñas cantidades es dañino si se está expuesto durante periodos prolongados de tiempo(USEPA 2013).

Etapa de exploración

```
##   X1           X2    X3  X4   X5    X6   X7 X8   X9  X10  X11 X12
## 1  1    Alligator   5.9 6.1  3.0   0.7 1.23  5 0.85 1.43 1.53   1
## 2  2        Annie   3.5 5.1  1.9   3.2 1.33  7 0.92 1.90 1.33   0
## 3  3       Apopka 116.0 9.1 44.1 128.3 0.04  6 0.04 0.06 0.04   0
## 4  4 Blue Cypress  39.4 6.9 16.4   3.5 0.44 12 0.13 0.84 0.44   0
## 5  5        Brick   2.5 4.6  2.9   1.8 1.20 12 0.69 1.50 1.33   1
## 6  6       Bryant  19.6 7.3  4.5  44.1 0.27 14 0.04 0.48 0.25   1
```

El tamaño del dataframe es de 53 filas con 12 variables, de las cuales la variable dependiente es X7, Variables que sirven de identificador X1, X2 y finalmente el resto de variables son independientes(se validará más adelante si efectivamente son independientes).

Descripción de variables(nombre, descripción, tipo de variable):

X1 = número de indentificación, variable cuantitativa discreta
X2 = nombre del lago, variable cualitativa nominal
X3 = alcalinidad (mg/l de carbonato de calcio), variable cuantitativa continua
X4 = PH, variable cuantitativa continua
X5 = calcio (mg/l), variable cuantitativa continua
X6 = clorofila (mg/l), variable cuantitativa continua
X7 = concentración media de mercurio (parte por millón) en el tejido muscular del grupo de peces estudiados en cada lago, variable cuantitativa continua
X8 = número de peces estudiados en el lago, variable cuantitativa continua
X9 = mínimo de la concentración de mercurio en cada grupo de peces, variable cuantitativa continua
X10 = máximo de la concentración de mercurio en cada grupo de peces, variable cuantitativa continua
X11 = estimación (mediante regresión) de la concentración de mercurio en el pez de 3 años (o promedio de mercurio cuando la edad no está disponible), variable cuantitativa continua
X12 = indicador de la edad de los peces (0: jóvenes; 1: maduros), variable cuantitativa discreta

Descripción de los datos.

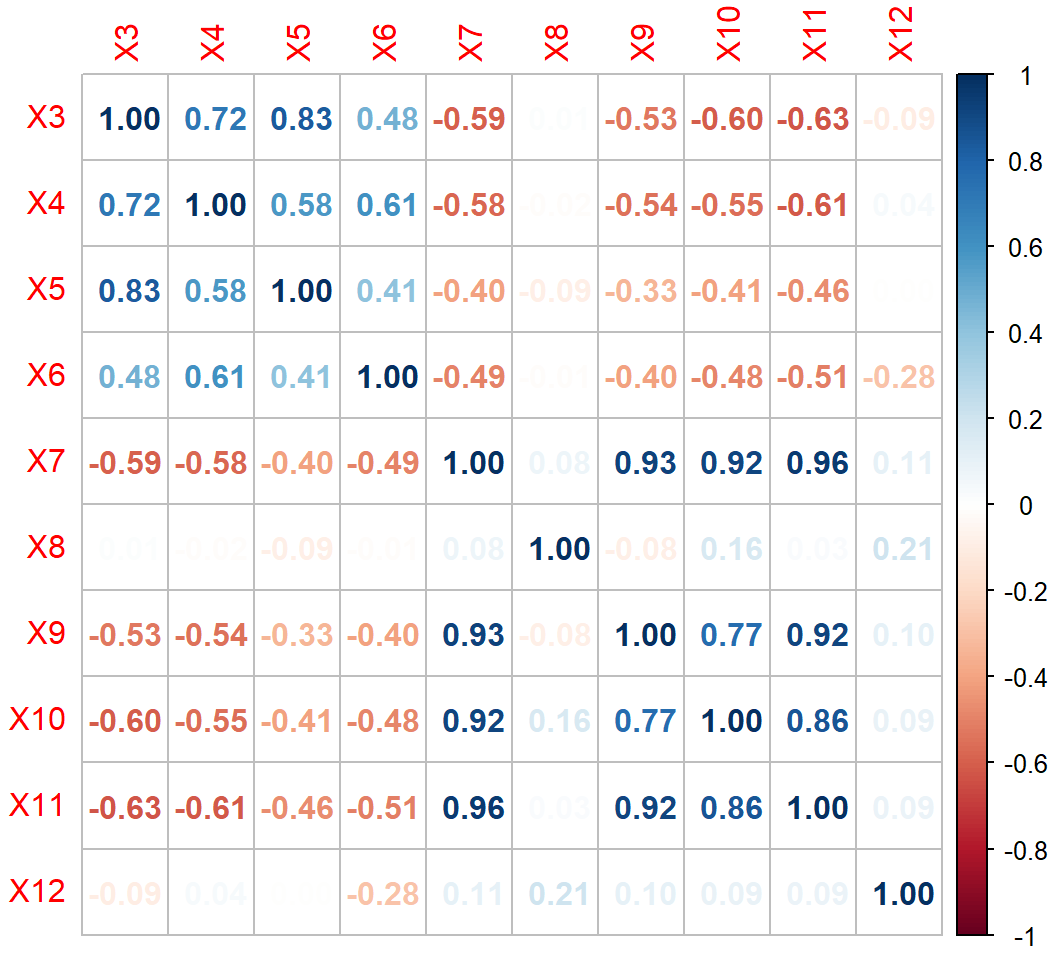
```
##        X1          X2                  X3              X4
##  Min.   : 1   Length:53          Min.   :  1.20   Min.   :3.600
##  1st Qu.:14   Class :character   1st Qu.:  6.60   1st Qu.:5.800
##  Median :27   Mode  :character   Median : 19.60   Median :6.800
##  Mean   :27                      Mean   : 37.53   Mean   :6.591
##  3rd Qu.:40                      3rd Qu.: 66.50   3rd Qu.:7.400
##  Max.   :53                      Max.   :128.00   Max.   :9.100
##        X5              X6              X7              X8
##  Min.   : 1.1   Min.   :  0.70   Min.   :0.0400   Min.   : 4.00
##  1st Qu.: 3.3   1st Qu.:  4.60   1st Qu.:0.2700   1st Qu.:10.00
##  Median :12.6   Median : 12.80   Median :0.4800   Median :12.00
##  Mean   :22.2   Mean   : 23.12   Mean   :0.5272   Mean   :13.06
##  3rd Qu.:35.6   3rd Qu.: 24.70   3rd Qu.:0.7700   3rd Qu.:12.00
##  Max.   :90.7   Max.   :152.40   Max.   :1.3300   Max.   :44.00
##        X9              X10             X11             X12
##  Min.   :0.0400   Min.   :0.0600   Min.   :0.0400   Min.   :0.0000
##  1st Qu.:0.0900   1st Qu.:0.4800   1st Qu.:0.2500   1st Qu.:1.0000
##  Median :0.2500   Median :0.8400   Median :0.4500   Median :1.0000
##  Mean   :0.2798   Mean   :0.8745   Mean   :0.5132   Mean   :0.8113
##  3rd Qu.:0.3300   3rd Qu.:1.3300   3rd Qu.:0.7000   3rd Qu.:1.0000
##  Max.   :0.9200   Max.   :2.0400   Max.   :1.5300   Max.   :1.0000
```

```
##  [1] "sd: 15.4434" "sd: 38.2035" "sd: 1.2884"  "sd: 24.9326" "sd: 30.8163"
##  [6] "sd: 0.341"   "sd: 8.5607"  "sd: 0.2264"  "sd: 0.522"   "sd: 0.3387"
## [11] "sd: 0.395"
```

```
##
##         Alligator            Annie            Apopka      Blue Cypress
##                 1                1                 1                 1
##             Brick           Bryant           Cherry          Crescent
##                 1                1                 1                 1
##        Deer Point             Dias             Dorr              Down
##                 1                1                 1                 1
## East Tohopekaliga            Eaton          Farm-13            George
##                 1                1                 1                 1
##           Griffin           Harney             Hart        Hatchineha
##                 1                1                 1                 1
##           Iamonia         Istokpoga           Jackson         Josephine
##                 1                1                 1                 1
##          Kingsley         Kissimmee         Lochloosa            Louisa
##                 1                1                 1                 1
##        Miccasukee          Minneola            Monroe           Newmans
##                 1                1                 1                 1
##        Ocean Pond      Ocheese Pond        Okeechobee            Orange
##                 1                1                 1                 1
##       Panasoffkee            Parker            Placid            Puzzle
##                 1                1                 1                 1
##            Rodman          Rousseau           Sampson             Shipp
##                 1                1                 1                 1
##           Talquin            Tarpon      Tohopekaliga          Trafford
##                 1                1                 1                 1
##             Trout      Tsala Apopka              Weir           Wildcat
##                 1                1                 1                 1
##              Yale
##                 1
```

Como se puede observar en la tabla de distribución de frecuencia de la variable cualitativa, solamente hay un registro por cada valor, por lo tanto no es relevante la moda de esta variable.

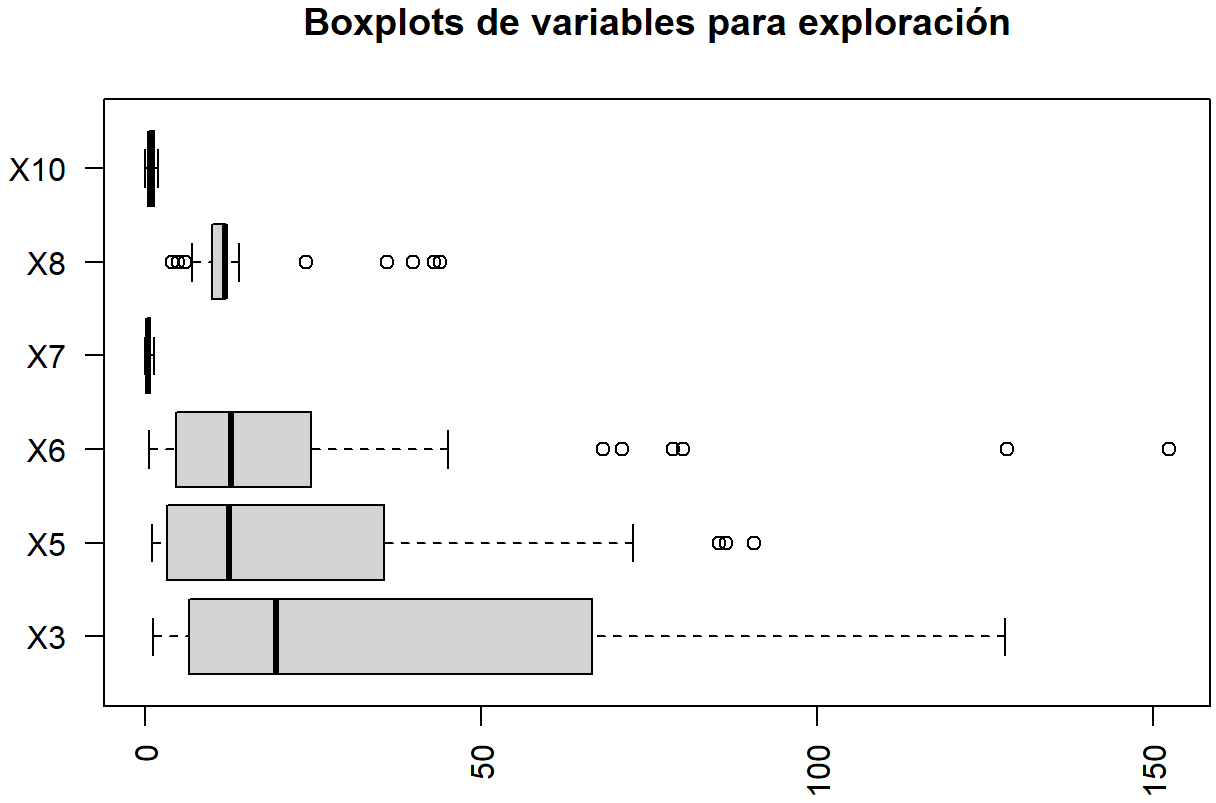
Matriz de correlación



Posterior a analizar la matriz de correlación, se identifica dependencia en algunas variables independientes, por lo que se eliminarán.

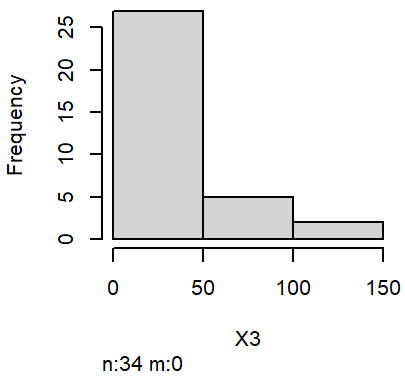
Se observa dependencia entre X9, X10, X11 y se tomará la variable X10. Pese a que no es la variable con la mayor correlación de las 3 respecto a la variable dependiente (X7), pero es escencial para reponder a la pregunta “¿Hay evidencia para suponer que la concentración máxima de mercurio en los lagos es dañino para la salud humana?” y ya que su correlación del 92% se tomará esta.

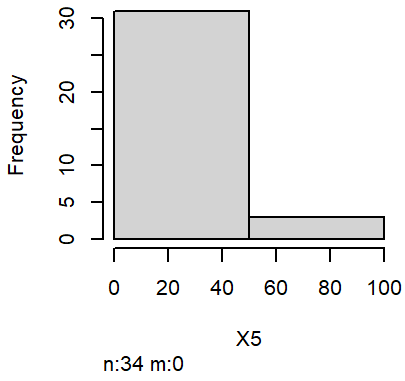
Tambien se observa dependencia entre la variable X3 y X4 por lo que se tomará X3 ya que es la que tiene mayor correlación con la variable dependiente(X7) Sumado a esto es importante notar con esta gráfica que la edad de los peces(X11) no tiene correlación con la concentración de mercurio en los peces(X7)

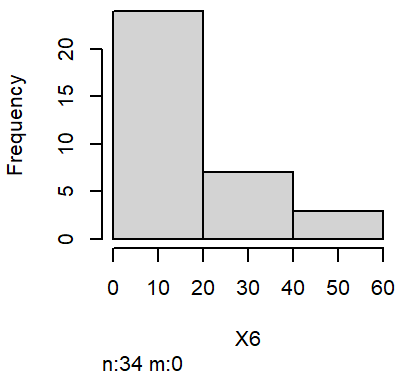


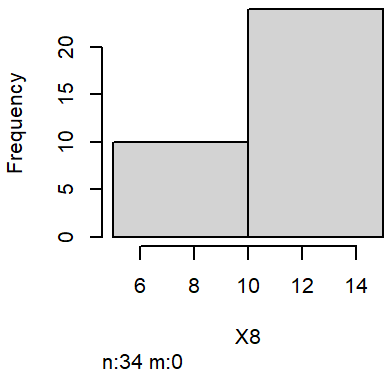
Ya que las variables cuentan con escalas muy diferentes será necesario hacer un rescalamiento de los datos más adelante para poder analizarlos, pero primero se eliminarán los outliers.

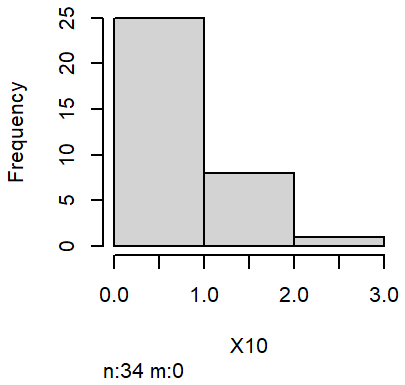
Despues de eliminar outliers de las variables con mayor numero de los mismos siguen apareciendo outliers, esto debido a que la nueva dimensión de los datos es mucho menor. No se realizará un segundo filtro de outliers, ya que actualmente n se volvió de tamaño 34, disminuir el valor de n a un numero menor a 30 comprometería nuestro análisis.





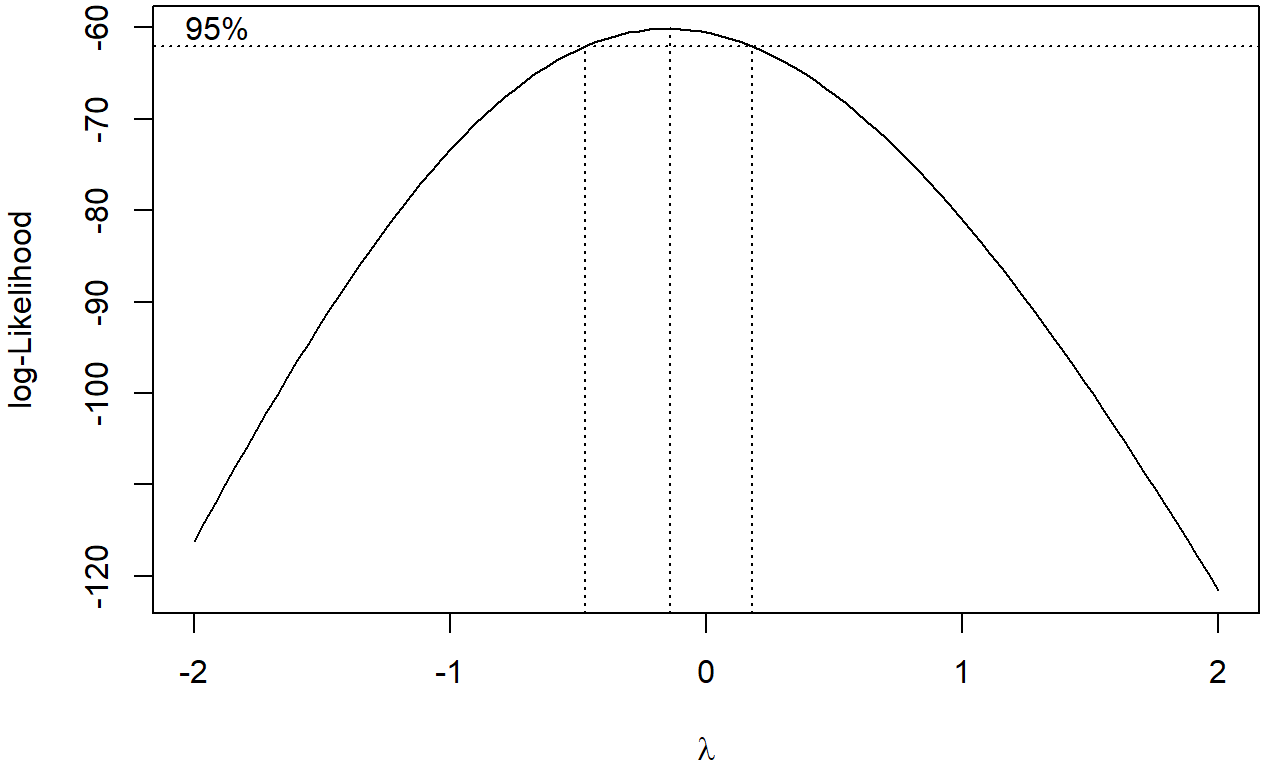


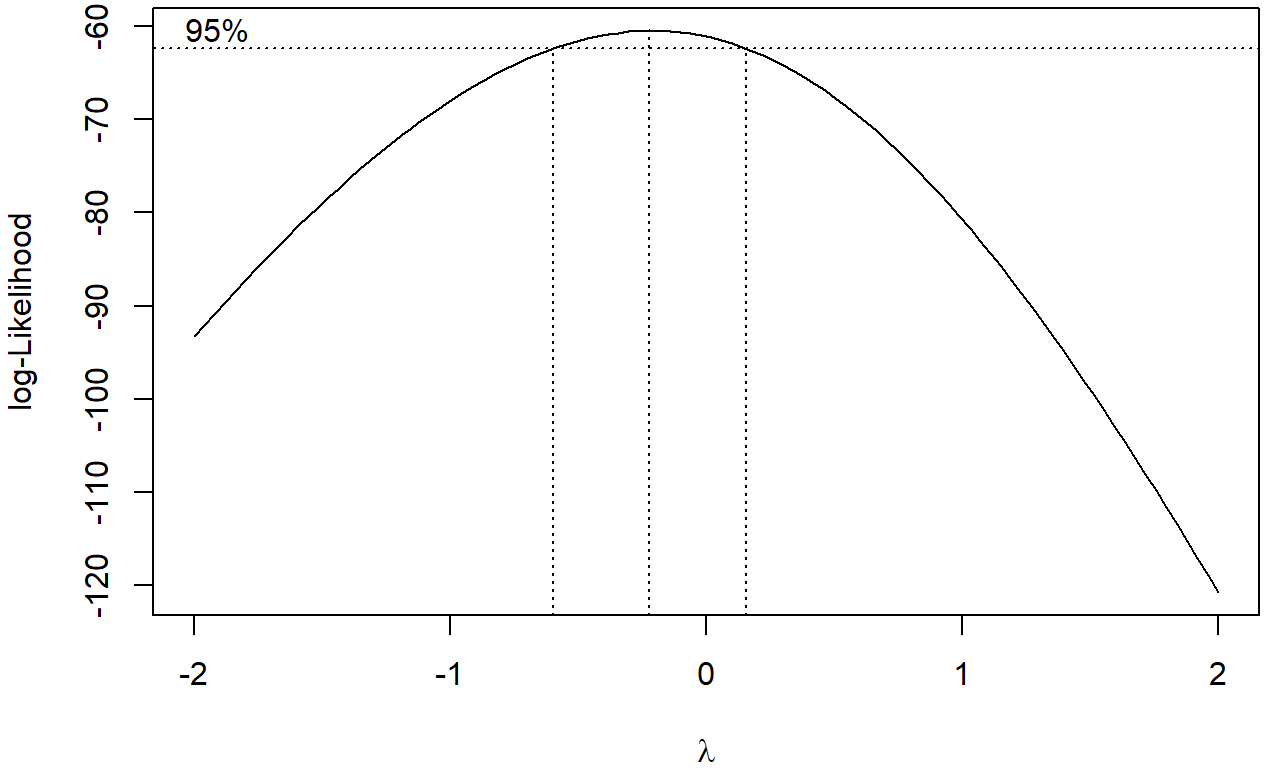


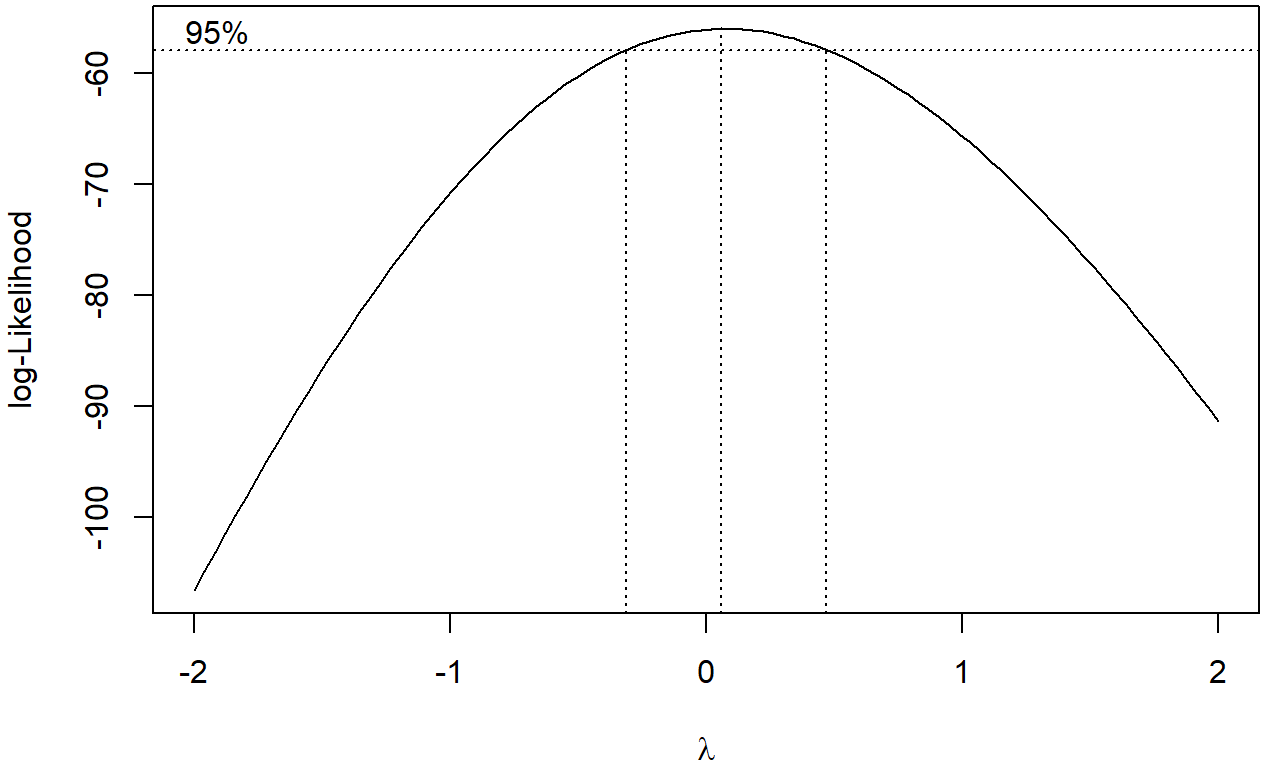


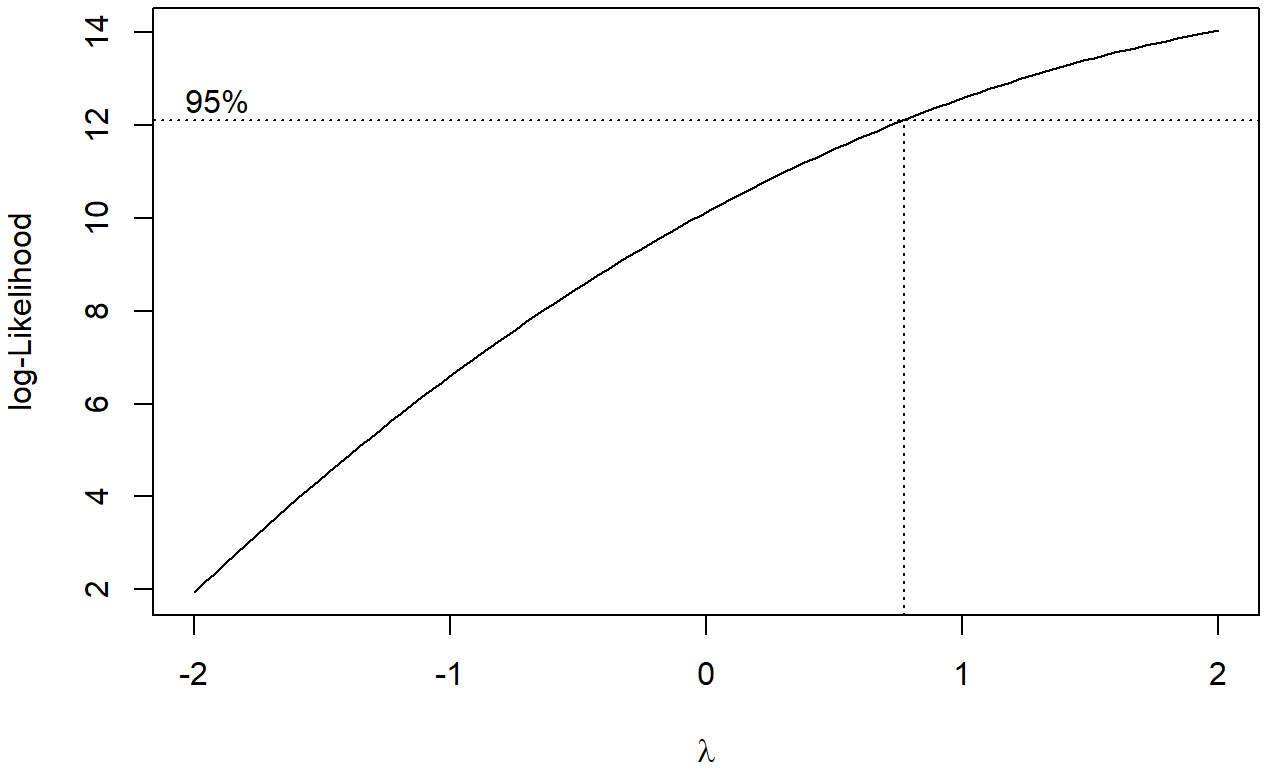
Las variables X3, X5, X6 y X10 tienen sesgo positivo a la derecha. La variable X8 tiene sesgo negativo a la izquierda.

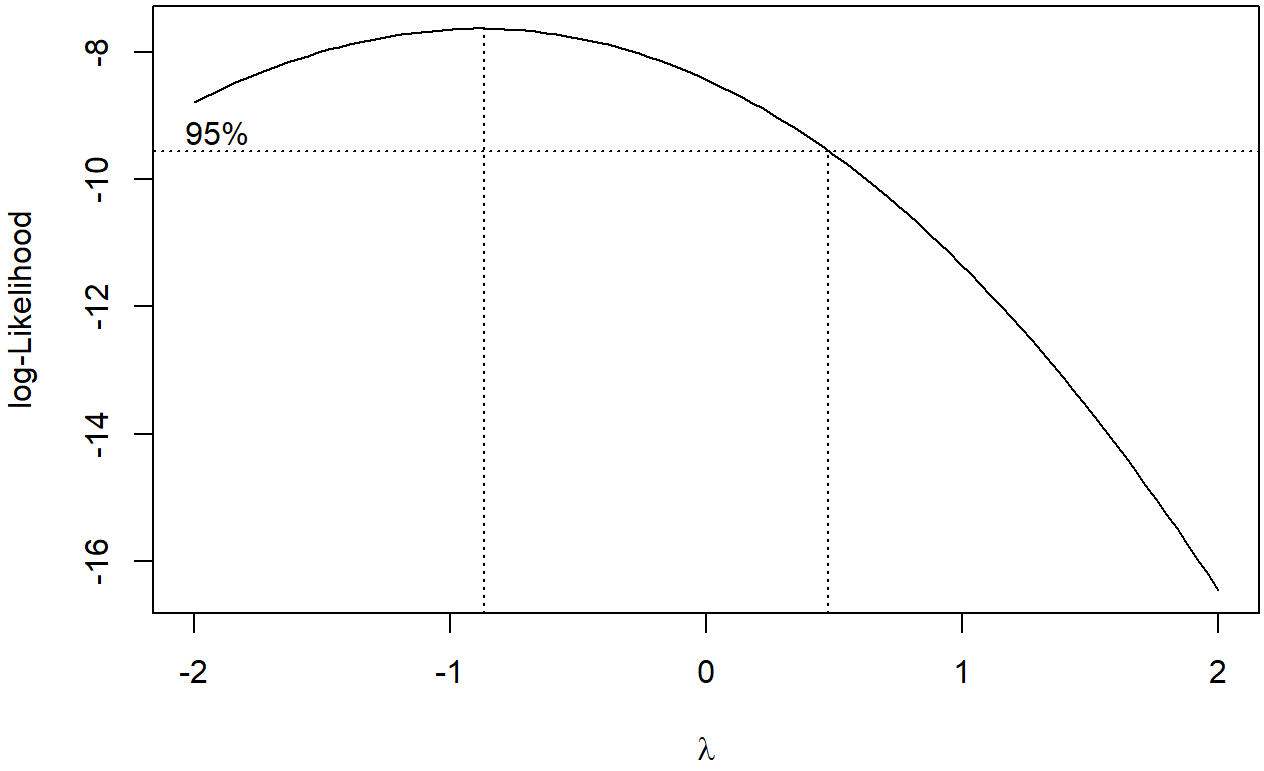
Transformación por medio de Box-Cox

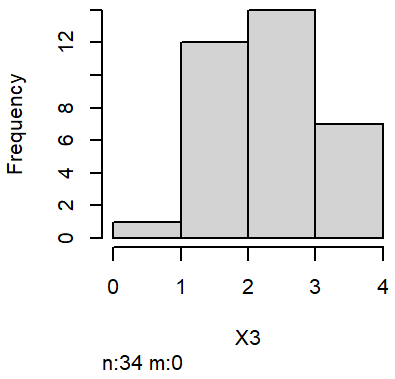

95%
log-Likelihood
-60
-70
-80
-90
-100
-120
-2
-1
0
1
2
λ

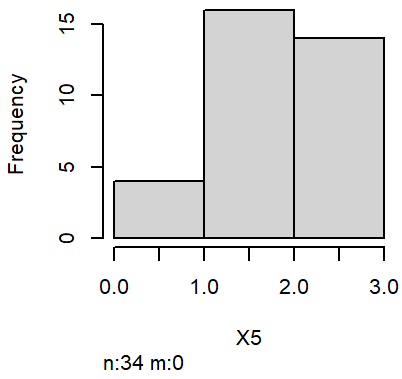

95%
log-Likelihood
-60
-70
-80
-90
-100
-110
-120
-2
-1
0
1
2
λ

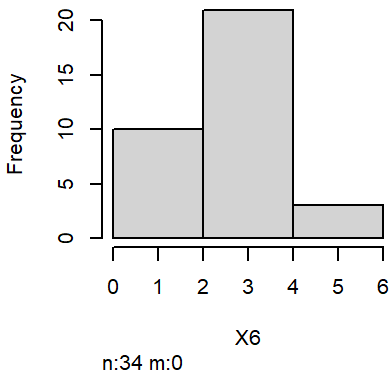

95%
log-Likelihood
-60
-70
-80
-90
-100
-2
-1
0
1
2
λ

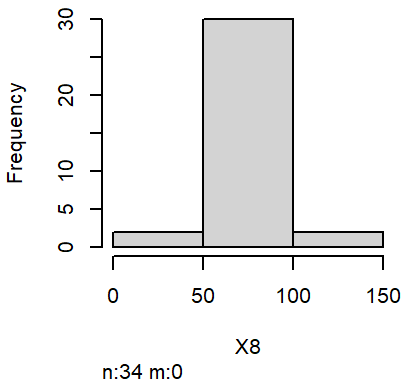

95%
log-Likelihood
14
12
10
8
6
4
2
-2
-1
0
1
2
λ

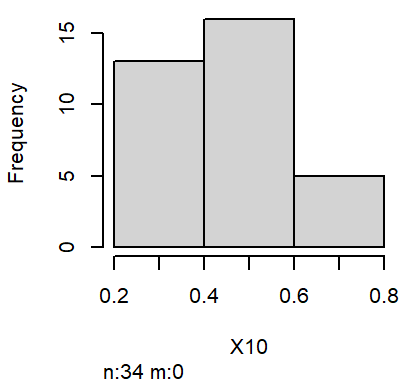

log-Likelihood
-8
-10
-12
-14
-16
95%
-2
-1
0
1
2
λ


Frequency
0
2
4
6
8
12
0
1
2
3
4
X3
n:34 m:0


Frequency
0
5
10
15
0.0
1.0
2.0
3.0
X5
n:34 m:0

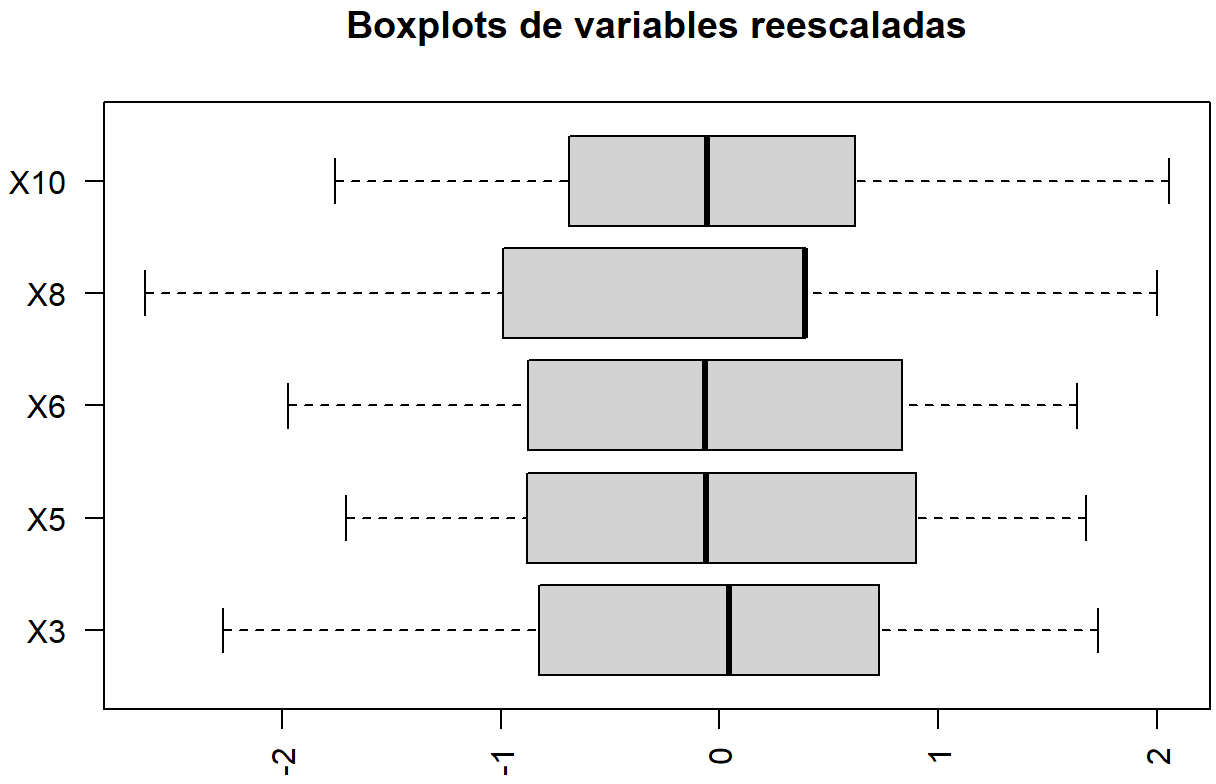

Frequency
0
5
10
15
20
0
1
2
3
4
5
6
X6
n:34 m:0


Frequency
0
5
10
20
30
0
50
100
150
X8
n:34 m:0


Frequency
0
5
10
15
0.2
0.4
0.6
0.8
X10
n:34 m:0

Como se puede observar se ha reducido el sesgo de los datos, obteniendo una forma aparantemente normalizada, posterior se validará eso.
Ahora se realizará un escalamiento de los datos para que sean más comparables por medio del tipo de escalamiento Estandar-Max.

Como siguiente paso se realiza un reescalamiento



Modelo

Ahora que los datos están listos para ser análizados, se crearán los modelos para evaluar cuales factores son los relevantes para el problema.

```
##
## Call:
## lm(formula = X7 ~ X3 + X5 + X6 + X8 + X10, data = df)
##
## Residuals:
##       Min        1Q    Median        3Q       Max
## -0.152915 -0.053760 -0.002637  0.051244  0.159307
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  0.467059   0.014285  32.696  < 2e-16 ***
## X3          -0.076544   0.033175  -2.307   0.0286 *
## X5           0.010715   0.025721   0.417   0.6802
## X6           0.018636   0.015288   1.219   0.2330
## X8           0.009988   0.015666   0.638   0.5289
## X10          0.163296   0.022003   7.422 4.41e-08 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.08329 on 28 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.8848, Adjusted R-squared:  0.8642
## F-statistic: 43.01 on 5 and 28 DF,  p-value: 2.741e-12
```

En una primera instancia vemos como el p-value de X3, y X10 son los que se mantienen por debajo de 0.03 que será nuestro valor de alpha.
Ahora obtendremos cual es el mejor modelo en función de estas 5 variables.
Tenemos Hipotesis nula siendo:
$H2_0 : \mu X3 = \mu X5 = \mu X6 = \mu X8 = \mu X10$
$H2_1 :$ Alguna beta es diferente
La cual se rechaza ya que las betas si son siginificativamente diferentes.

```
## Start:  AIC=-163.61
## X7 ~ X3 + X5 + X6 + X8 + X10
##
##        Df Sum of Sq     RSS     AIC
## - X5    1   0.00120 0.19546 -165.40
## - X8    1   0.00282 0.19708 -165.12
## - X6    1   0.01031 0.20457 -163.85
## <none>              0.19426 -163.61
## - X3    1   0.03693 0.23119 -159.69
## - X10   1   0.38213 0.57639 -128.63
##
## Step:  AIC=-165.4
## X7 ~ X3 + X6 + X8 + X10
##
##        Df Sum of Sq     RSS     AIC
## - X8    1   0.00222 0.19768 -167.01
## - X6    1   0.01057 0.20604 -165.61
## <none>              0.19546 -165.40
## + X5    1   0.00120 0.19426 -163.61
## - X3    1   0.06803 0.26350 -157.24
## - X10   1   0.43794 0.63340 -127.42
##
## Step:  AIC=-167.01
## X7 ~ X3 + X6 + X10
##
##        Df Sum of Sq     RSS     AIC
## <none>              0.19768 -167.01
## - X6    1   0.01234 0.21003 -166.95
## + X8    1   0.00222 0.19546 -165.40
## + X5    1   0.00060 0.19708 -165.12
## - X3    1   0.06842 0.26610 -158.91
## - X10   1   0.44484 0.64252 -128.94
```

```
##
## Call:
## lm(formula = X7 ~ X3 + X6 + X10, data = df)
##
## Coefficients:
## (Intercept)           X3           X6          X10
##     0.46706     -0.06603      0.02015      0.16364
```

Este fue el mejor modelo con las variables disponibles. Cabe señalar que la variable X8 (cantidad de peces estudiados) fue descartada del modelo más efectivo, incluso en el primer modelo donde se tomó en cuenta su p-value fue de 0.52 el cual es significativamente más grande que alpha(0.03).
$H2_0$:La cantidad de peces encontrados no tiene influencia en la concentración de mercurio en los peces.
$H2_1$: La cantidad de peces encontrados tiene influencia en la concentración de mercurio en los peces.
No se rechaza $H2_0$ por lo que se concluye que el numero de peces encontrados no tiene correlación con la concentración de mercurio.

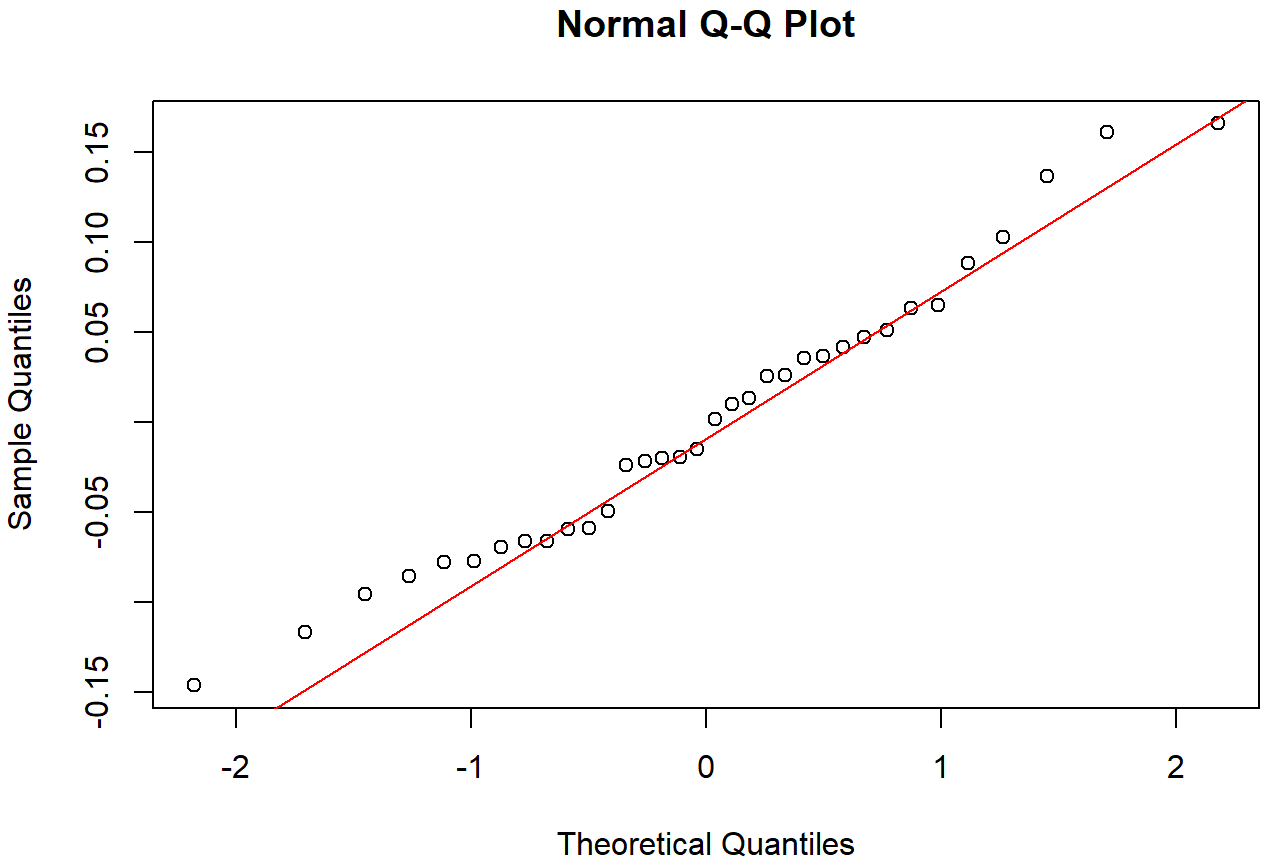
```
##
## Call:
## lm(formula = X7 ~ X3 + X6 + X10, data = df)
##
## Residuals:
##       Min        1Q    Median        3Q       Max
## -0.146240 -0.064432 -0.006656  0.045867  0.165723
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  0.46706    0.01392  33.550  < 2e-16 ***
## X3          -0.06603    0.02049  -3.222  0.00306 **
## X6           0.02015    0.01472   1.369  0.18126
## X10          0.16364    0.01992   8.216 3.59e-09 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.08118 on 30 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.8828, Adjusted R-squared:  0.871
## F-statistic: 75.29 on 3 and 30 DF,  p-value: 4.593e-14
```

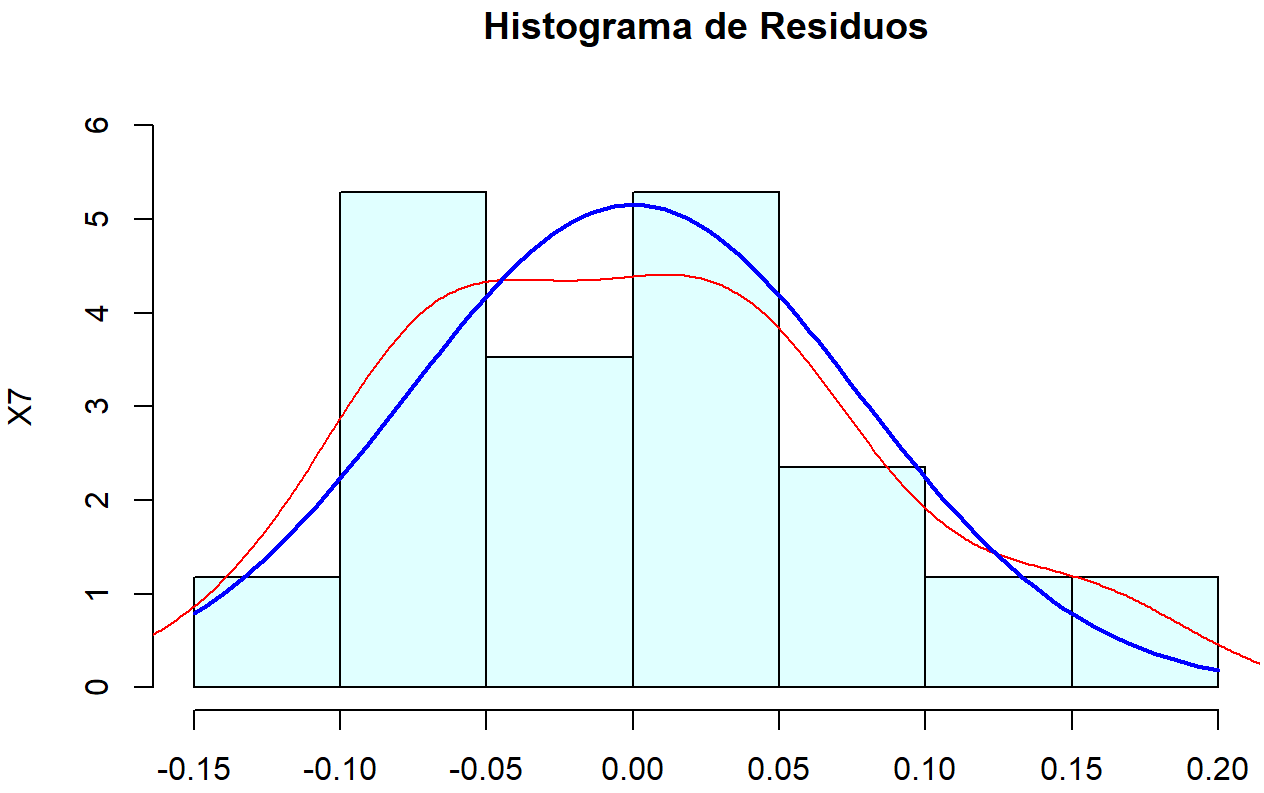
A pesar de que la variable X6 no tiene correlación significativamente con la variable dependiente, es necesaria para mejorar la precisión del modelo de acuerdo con lo obtenido.
Así mismo se da respuesta a la pregunta: Las concentraciones de alcalinidad(X3), clorofila(X6), calcio(X5) en el agua del lago influyen en la concentración de mercurio de los peces? ya que el modelo nos valida que alcalinidad(X3) influye en la concentración de mercurio en los peces, sin embargo la clorofila(X6) y el calcio(X5) no influyen significativamente en la concentración de mercurio en los peces.

```
##                   2.5 %      97.5 %
## (Intercept)  0.438627426  0.49549022
## X3          -0.107886837 -0.02418186
## X6          -0.009916901  0.05021922
## X10          0.122961597  0.20430857
```

Verificación de supuestos

Normalidad


Normal Q-Q Plot
Sample Quantiles
-0.15
-0.05
0.05
0.10
0.15
-2
-1
0
1
2
Theoretical Quantiles

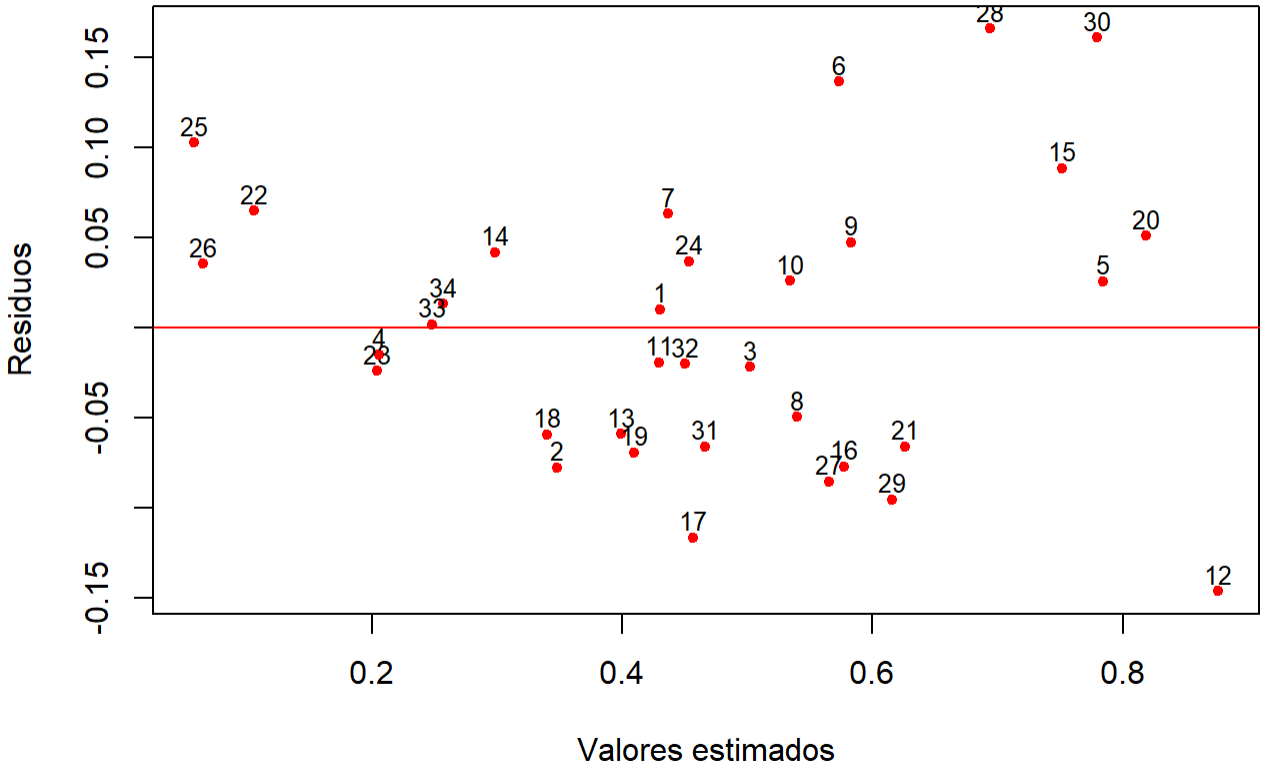

Histograma de Residuos
X7
0
1
2
3
4
5
6
-0.15
-0.10
-0.05
0.00
0.05
0.10
0.15
0.20

```
##
##  Shapiro-Wilk normality test
##
## data:  E
## W = 0.97365, p-value = 0.569
```

Se puede concluir que los datos vienen de una fuente normal ya que los residuos cumplen con normalidad. En la prueba de normalidad se puede apreciar que los datos están distribuidos uniformemente alrededor de la pendiente, solamente en la cola inferior están un poco dispersos los datos, sin embargo no es significativo. Seguido se observa que la distribución de los datos tiene forma de campana y por ultimo se confirma mediante la prueba de Shapiro-Wilk ya que el valor de p es superior a 0.3 que es el valor de alpha establecido.

Homocedasticidad y modelo apropiado

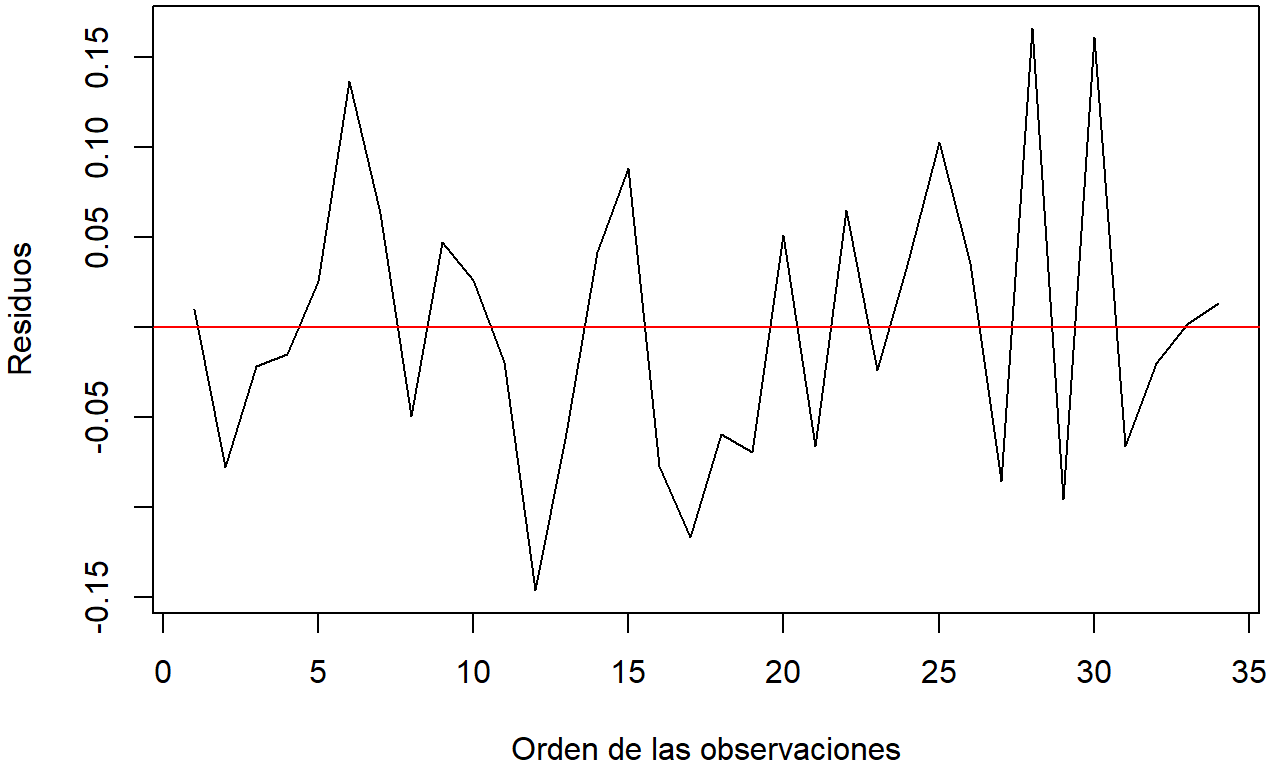
Gráfica Valores estimados vs Residuos



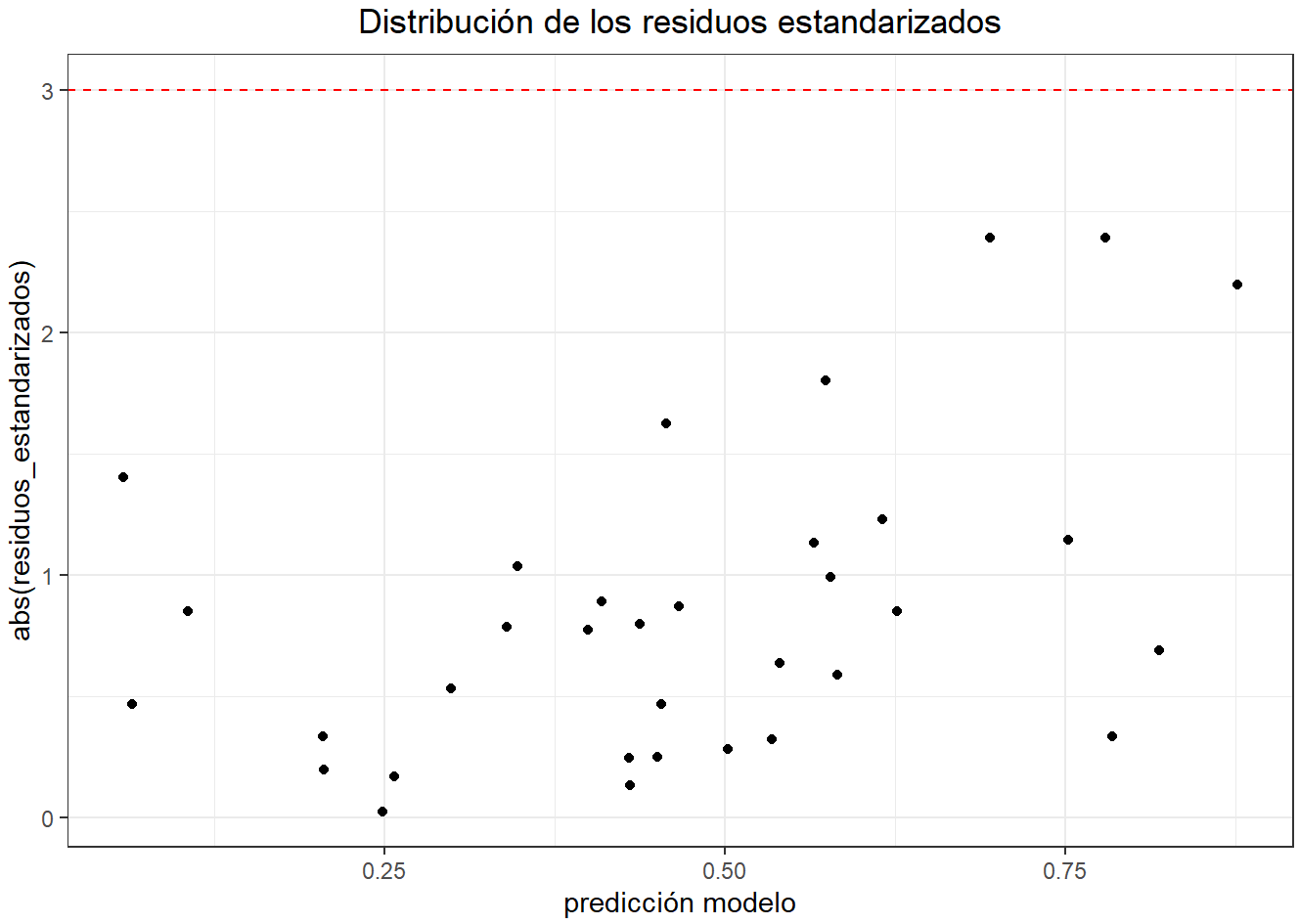
Se puede apreciar gráficamente homocedasticidad ya que los valores se encuentras dispersos uniformemente sin ningun patron significativo aparente.

Independencia

Errores vs Orden de observación



De igual manera se puede confirmar que no hay dependencia.




```
## integer(0)
```

En la gráfica anterior se observa que no hay datos atipicos en la predicción.

¿Habrá diferencia significativa entre la concentración de mercurio por la edad de los peces?

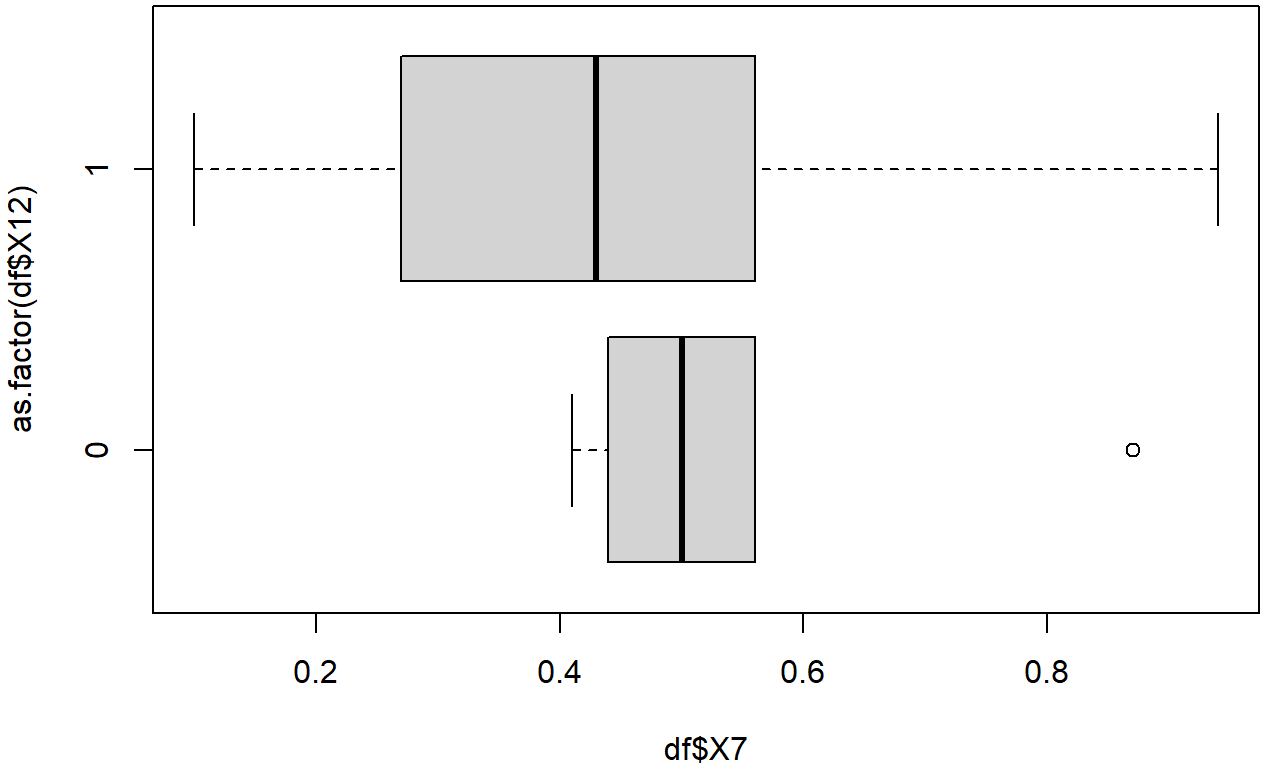
De acuerdo con el análisis realizado se puede concluir tomando como referencia la tabla de correlacion que no hay evidencia suficiente para asumir que la concentración de mercurio en los peces(X7) varia conforme a la edad(X12). Para validar esto se muestra la siguiente gráfica.

$H1_0$: μconcentración de mercurio(X7) de los peces viejos = μconcentración de mercurio(X7) de los peces jovenes $H1_1$: μconcentración de mercurio(X7) de los peces viejos != μconcentración de mercurio(X7) de los peces jovenes

```
##                Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
## as.factor(X12)  1 0.0464 0.04637   0.905  0.349
## Residuals      32 1.6397 0.05124
```

```
##         0         1
## 0.5560000 0.4517241
```

```
## [1] 0.4670588
```




```
##   Tukey multiple comparisons of means
##     95% family-wise confidence level
##
## Fit: aov(formula = X7 ~ as.factor(X12), data = df)
##
## $`as.factor(X12)`
##           diff        lwr       upr     p adj
## 1-0 -0.1042759 -0.3275528 0.1190011 0.3485835
```

Como se puede observar no hay tendencia aparente además el f-value del modelo es significativamente mayor a alpha(0.03). Con lo cual se concluye que no se rechaza la hipotesis nula, los peces no presentan diferencia en la concentrción de mercurio. además de validarlo con el anova, se puede observar en la gráfica de intervalos de confianza de los peces jovenes vs peces viejos que sus valores de sus medias se sobreponen sobre el intervalo de confianza del otro.

Conclusión del análisis

En conclusión el modelo obtenido es: X7 = X3-*0.06603* + *X6*-0.02015 + X10*-0.16364 + 0.46706

La variabilidad explicada por el modelo (coeficiente de determinación) es: 0.8828

Significancia del modelo: Valor p del modelo es 4.593e-14
Esto nos deja ver que el valor p del modelo está muy por debajo de alpha siendo 0.03, por lo que es preciso.
El modelo satisface todos los supuestos, ya que sus residuos son normales, no hay sesgo aparente y tiene homocedasticidad.
Un factor importante para el desarrollo del modelo fue la preparación correcta de los datos, ya que se realizó limpieza de datos atipicos, transformación de Box-Cox para normalizar los datos y escalarlos por metodo desviación-máx para que los datos fueran comparables.

Referencias

Li P, Feng X, Qiu G (2010) Methylmercury exposure and health effects from rice and fish consumption: a review. Int J Environ Res Public Health 7:2666–2691. https://doi.org/10.3390/ijerph7062666 (https://doi.org

/10.3390/ijerph7062666)
USEPA (2013) Mercury: health effects. Retrieved from: http://www.epa.gov/hg/effects.htm (http://www.epa.gov/hg/effects.htm).