3/9 #HW

5 替代彈性 (a) $F(K,L)=K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}$ (b) $F(K,L)=2K+L$

(a) $\sigma=\dfrac{d\ln(K/L)}{d\ln(K/L)}=1$　$MRTS=\dfrac{K}{L}$

(b) $\sigma=\dfrac{d\ln(K/L)}{d\ln(2)}=\infty$　$MRTS=\dfrac{2}{1}$

6. Cobb-Douglas 生產函數. $Q=f(L,K)=L^{\alpha}K^{\beta}$

① 產出彈性: MP_L 和 AP_L 為　　MP_K 和 AP_K

$MP_L=\dfrac{\partial Q}{\partial L}=\alpha L^{\alpha-1}K^{\beta}$　　$MP_K=\dfrac{\partial Q}{\partial K}=\beta L^{\alpha}K^{\beta-1}$

$AP_L=\dfrac{Q}{L}=\dfrac{L^{\alpha}K^{\beta}}{L}=L^{\alpha-1}K^{\beta}$　$AP_K=\dfrac{Q}{K}=\dfrac{L^{\alpha}K^{\beta}}{K}=L^{\alpha}K^{\beta-1}$

(a) 勞動產出彈性:

$$\varepsilon^{L}=\frac{MP_L}{AP_L}=\frac{\alpha L^{\alpha-1}K^{\beta}}{L^{\alpha-1}K^{\beta}}=\alpha$$

(b) 資本產出彈性:

$$\varepsilon^{K}=\frac{MP_K}{AP_K}=\frac{\beta L^{\alpha}K^{\beta-1}}{L^{\alpha}K^{\beta-1}}=\beta$$

② 生產力彈性:

勞動 and 資本要素同時增加 ϕ 倍對生產函數影響.

$$Q=f(\phi L,\phi K)=\phi^{\alpha+\beta}L^{\alpha}K^{\beta}$$

(a) 生產力彈性:

$$\varepsilon^{\phi}=\frac{\frac{dQ}{Q}}{\frac{d\phi}{\phi}}=\frac{\frac{dQ}{d\phi}}{\frac{Q}{\phi}}=\frac{(\alpha+\beta)\phi^{\alpha+\beta-1}L^{\alpha}K^{\beta}}{\frac{\phi^{\alpha+\beta}L^{\alpha}K^{\beta}}{\phi}}=\alpha+\beta$$

或是 $\varepsilon^{\theta}=\varepsilon^{L}+\varepsilon^{K}=\alpha+\beta$

③ 替代彈性:

$\Rightarrow$ MRTS 邊際技術替代率. $MRTS=\frac{MP_L}{MP_K}=\frac{\alpha L^{\alpha-1}K^{\beta}}{\beta L^{\alpha}K^{\beta-1}}=\frac{\alpha}{\beta}\times\frac{K}{L}$

$$\Rightarrow \varepsilon^{LK}=\frac{d\ln(\frac{K}{L})}{d\ln(MRTS)}=\frac{d\ln(\frac{K}{L})}{d\ln(\frac{\alpha}{\beta})+d\ln(\frac{K}{L})}=1$$

因α和β為固定常數,並不隨資本勞動比的變動而變動.故上式可化簡

可以發現 Cobb-Douglas 形式生產函數,其替代彈性恆為一.並不因α和β的變動而改變.

⑧ $Q=3K+2L$, K資本、L勞動、Q產出 (1)函數呈現固定規模報酬.

假設生產函數: (2)函數呈現資本與勞動的邊際生產力遞減

(3)函數呈現固定的技術替代率

請選正確敘述:

$f(nL,nK)=2(nL)+3(nK)$

$=nQ$

⑨ 生產函數規模報酬 (A) $q=(L^{\alpha}+K^{\alpha})^{\beta}$ (B) $\ln q=5+0.5\ln L+0.2\ln K$

(C) $q=[Min(\alpha L,bK)]^{\alpha}$

Chryo culture