МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(национальный исследовательский университет)»

ОТЧЕТ
по лабораторным работам №1-3

по дисциплине:
«Теория вероятностей и статистика в машинном обучении»

Исполнитель
студент группы М8О-110М-23 _____ Николаев В.А.

Москва, 2023

СОДЕРЖАНИЕ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

Часть 1

1. Найти на сайте РосСтат данные, распределение которых было бы близко к

а) нормальному (визуально выглядит как кривая Гаусса - «колокол»),

Выбранные данные для анализа - распределение населения по величине среднедушевых денежных доходов за 2020 г. – представлены в Таблице 1[1].

Таблица 1. Распределение населения по величине среднедушевых денежных доходов за 2020 г.

Уровень дохода	Доля населения, %
до 7 000,0	3,5
от 7 000,1 до 10 000,0	5,6
10 000,1-14 000,0	9,6
14 000,1-19 000,0	12,8
19 000,1-27 000,0	17,9
27 000,1-45 000,0	21,2
45 000,1-60 000,0	14,7
60 000,1-75 000,0	5,8
75 000,1-100 000,0	4,7
свыше 100 000,0	4,2

б) равномерному

Выбранные данные для анализа - средняя заработная плата по 10-процентным группам работников организаций (без субъектов малого предпринимательства) за 2022 г. – представлены в Таблице 2[2].

Таблица 2. Средняя заработная плата по 10-процентным группам работников организаций (без субъектов малого предпринимательства) за 2022 г.

Средний уровень з/п, руб.	Доля, %
18 146	10%
27 165	10%
34 323	10%
41 201	10%
48 497	10%

[1] Распределение общего объема денежных доходов по 20-ти процентным группам населения по Российской Федерации//Росстат. URL: https://rosstat.gov.ru/storage/mediabank/urov-32.xlsx (режим доступа от 14.01.2024)

[2] Распределение общей суммы начисленной заработной платы по 10-процентным группам работников организаций (без субъектов малого предпринимательства) https://rosstat.gov.ru/storage/mediabank/raspr2_2023.xls (режим доступа от 14.01.2024)

57 008	10%
67 962	10%
83 131	10%
109 194	10%
238 278	10%

2. Найти распределение со смещенной медианой относительно среднего (~15% размаха) и несмещенной.

Выбранные данные, имеющие распределение со смещенной медианой относительно среднего - распределение браков по возрасту невесты за 2004 г. – представлены в Таблице 3[3].

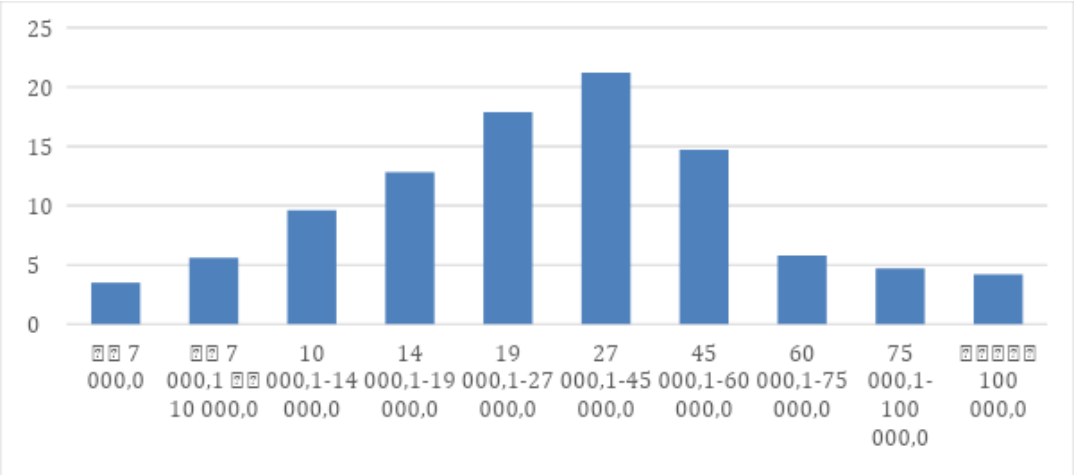
Таблица 3. Распределение браков по возрасту невесты за 2004 г.

Возраст невесты	Кол-во
до 18	23 428
18-24	519 606
25-34	276 317
35 и более	160 167

Данные с распределением с несмещенной медианой относительно среднего совпадают с нормальным распределением и данными Таблицы 1.

3. Посчитать описательные характеристики распределения выбранных данных (среднее, мода, медиана), дать визуальное представление данных (условное форматирование Excel, построить график рассеивания/гистограмму/круговую диаграмму).

Визуальное представление выборки №1 представлено на Рисунке 1.



[3] Браки по возрастам жениха и невесты//Росстат. URL: https://rosstat.gov.ru/storage/mediabank/demo33_2022.xls (режим доступа от 14.01.2024)

Рисунок 1. Распределение населения по величине среднедушевых денежных доходов за 2020 г.

Вспомогательные данные для расчета показателей представлены в Таблице 4.

Таблица 4. Вспомогательные данные для расчета показателей выборки №1

Группы	Середина интервала, $x_{центр}$	Кол-во, f_i	$x_i * f_i$	Накопленная частота, S
0 - 7000	3500	4	12250	4
7000,1 - 10000	8500,05	6	47600,28	9
10000,1 - 14000	12000,05	10	115200,48	19
14000,1 - 19000	16500,05	13	211200,64	32
19000,1 - 27000	23000,05	18	411700,895	49
27000,1 - 45000	36000,05	21	763201,06	71
45000,1 - 60000	52500,05	15	771750,735	85
60000,1 - 75000	67500,05	6	391500,29	91
75000,1 - 100000	87500,05	5	411250,235	96
100000,1 - 150000	125000,05	4	525000,21	100
Итого		100	3 660 654,825	

Средняя взвешенная:

$$\overline{x} = \frac{\Sigma x_i * f_i}{\Sigma f_i} = \frac{3\ 660\ 654{,}825}{100} = 36\ 606{,}55 \text{ (руб.)}$$

Мода:

$M_o = x_0 + h * \frac{f_2 - f_1}{f_2 - f_1 + f_2 - f_3}$, где x_0 – начало модального интервала; h – величина интервала; f_2 –частота, соответствующая модальному интервалу; f_1 – предмодальная частота; f_3 – послемодальная частота.

M_o=27 000,1+17999,9*$\frac{21,2-17,9}{21,2-17,9+21,2-14,7}$=33061,29 (руб.)

Медиана:

$M_e = x_0 + \frac{h}{f_{me}} * (\frac{\Sigma f_i}{2} - S_{me-1})$=27 000,1+$\frac{17999,9}{21,2}$*($\frac{100}{2}$ − 49, 4)

=27 509,53 (руб.)

Визуальное представление выборки №2 представлено на Рисунке 2.

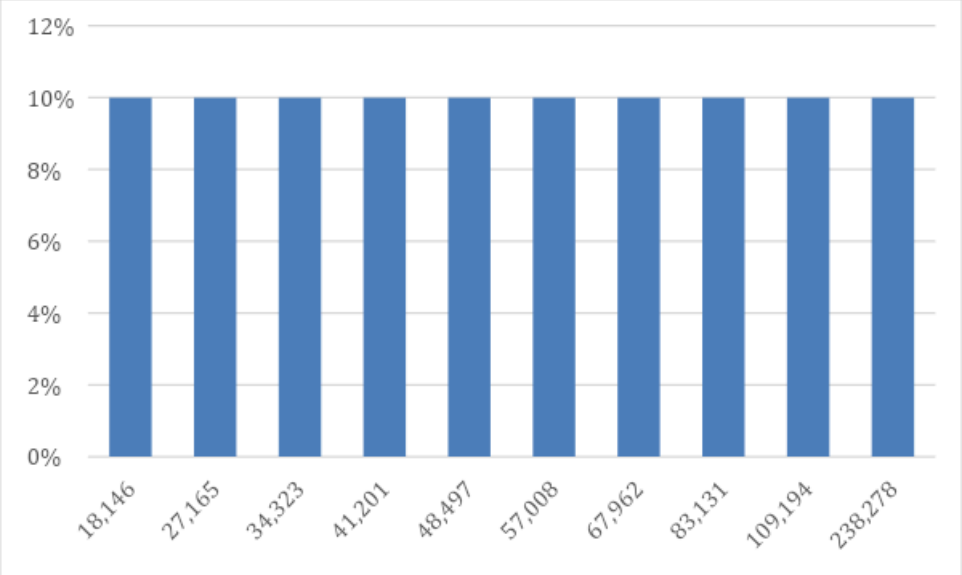


Рисунок 2. Средняя заработная плата по 10-процентным группам работников организаций (без субъектов малого предпринимательства) за 2022 г.

Средняя взвешенная:

$\overline{x} = \frac{\Sigma x_i * f_i}{\Sigma f_i} = \frac{18\,146*10\% + \ldots + 238\,278*10\%}{100\%}$= 72 491 (руб.)

Мода отсутствует (имеются несколько показателей с одинаковым значением).

Для расчета медианы находим x_i, при котором накопленная частота S будет больше $\frac{\Sigma f}{2}$= 50. Это значение x_i = 57008. Таким образом, медиана равна 57 008 руб.

Визуальное представление выборки №3 представлено на Рисунке 3.

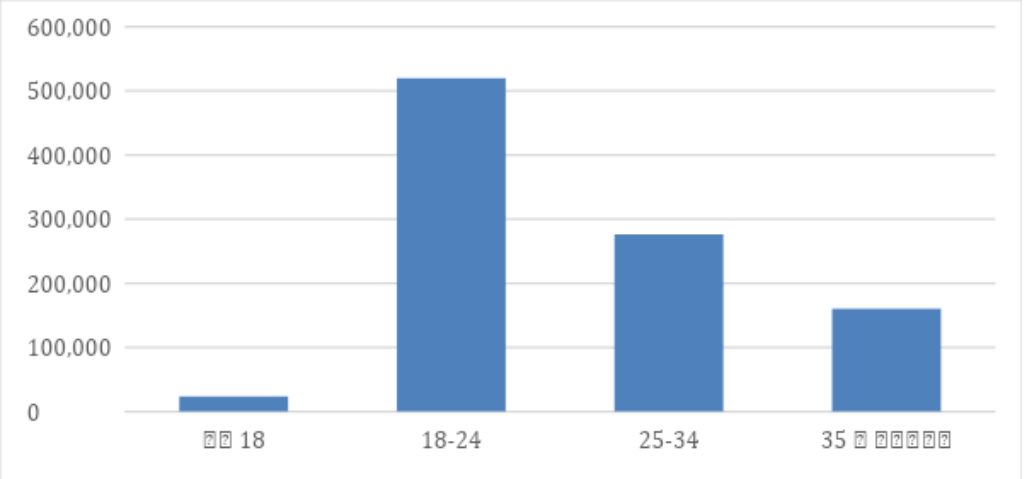


Рисунок 3. Распределение браков по возрасту невесты за 2004 г.

Вспомогательные данные для расчета показателей представлены в Таблице 5.

Таблица 5. Вспомогательные данные для расчета показателей выборки №2

Группы	Середина интервала, $x_{центр}$	Кол-во, f_i	x_i*f_i	Накопленная частота, S
0 - 18	9	23 428	210 852	23 428
18 - 24	21	519 606	10 911 726	543 034
25 - 34	29.5	276 317	8 151 351,5	819 351
35 - 50	42.5	160 167	6 807 097,5	979 518
Итого		979 518	26 081 027	

Средняя взвешенная:

$$\bar{x}=\frac{\Sigma x_i * f_i}{\Sigma f_i}=\frac{26\,081\,027}{979\,518}=26{,}63 \text{ (лет)}$$

Мода:

$M_o=x_0 + h * \frac{f_2-f_1}{f_2-f_1+f_2-f_3}$, где x_0 – начало модального интервала; h – величина интервала; f_2 –частота, соответствующая модальному интервалу; f_1 – предмодальная частота; f_3 – послемодальная частота.

$$M_o=18+6*\frac{519\,606-23\,428}{519\,606-23\,428+519\,606-276\,317}=22{,}03 \text{ (лет)}$$

Медиана:

$$M_e=x_0 + \frac{h}{f_{me}} * (\frac{\Sigma f_i}{2} - S_{me-1})=18+\frac{6}{519606}*(\frac{979\,518}{2} - 23\,428)=23{,}39$$

(лет)

Часть 2

Найти датасет с аномальными значениями, которые можно выявить, построив диаграмму размаха «ящик с усами». Попробовать выдвинуть гипотезу о причинах аномальности, которую можно подтвердить дальнейшими исследованиями, используя синтетические признаки (или корреляционный анализ и т.п.).

Выбранный показатель – средняя цена 1 кв.м. в разбивке по районам Москвы за ноябрь 2023 г[4]. Наблюдения представлены в Таблице 6.

Таблица 6. Данные по средней цене 1 кв.м. в районах Москвы

№	Район	Цена 1 кв. м.
1	Остоженка	529 798
2	Арбат	491 032
3	Якиманка	488 403
4	Тверской	471 041
5	Центр Москвы	468 699

[4] Рейтинг районов и метро Москвы по ценам на квартиры//Индикаторы рынка недвижимости. URL: https://www.irn.ru/kvartiry/moskva/ceny-po-rayonam/ (доступ от 14.01.2024 г.)

6	Хамовники	436 960
7	Пресненский	391 878
8	Мещанский	391 147
9	Замоскворечье	390 349
10	Красносельский	381 260
11	Беговой	375 676
12	Таганский	374 585
13	Дорогомилово	366 909
14	Гагаринский, Ломоносовский, Раменки	353 391
15	Донской	351 960
16	Хорошевский	325 261
17	Аэропорт, Сокол	320 253
18	Алексеевский	315 348
19	Марьина роща, Савеловский	314 779
20	Филевский парк	314 468
21	Проспект Вернадского	314 197
22	Басманный	313 096
23	Академический	307 157
24	Динамо	306 647
25	Сокольники	306 595
26	Черемушки	304 532
27	Хорошево-Мневники	304 042
28	Южнопортовый	302 435
29	Нижегородский	296 601
30	Крылатское	289 663
31	Тропарево-Никулино	278 883
32	Свиблово	278 678
33	Можайский, Фили-Давыдково	278 512
34	Даниловский, Котловка	277 068
35	Кунцево	277 056
36	Останкинский, Ростокино	276 486
37	Покровское-Стрешнево, Щукино	273 189
38	Очаково-Матвеевское	272 741
39	Соколиная гора	272 303
40	Нагатино-Садовники, Нагатинский Затон	271 690
41	Зюзино, Нагорный	265 703
42	Коньково, Обручевский	265 633
43	Преображенское	265 089
44	Бутырский, Тимирязевский	264 201
45	Головинский	261 962
46	Войковский, Коптево	258 285
47	Строгино	257 072
48	Куркино, Молжаниновский	252 300

49	Лефортово	251 269
50	Чертаново Северное, Чертаново Центральное	250 166
51	Левобережный, Ховрино	244 738
52	Северное Тушино, Южное Тушино	244 324
53	Богородское, Метрогородок	242 640
54	Бабушкинский, Южное Медведково	240 836
55	Марфино	238 698
56	Северное Медведково	236 949
57	Рязанский	235 777
58	Кузьминки, Текстильщики	233 754
59	Ясенево	233 696
60	Печатники	233 565
61	Солнцево	233 365
62	Северный…	232 455
63	Чертаново Южное	231 041
64	Восточное Измайлово, Измайлово	230 266
65	Перово	229 566
66	Отрадное	229 058
67	Митино	228 793
68	Орехово-Борисово С/Ю	228 227
69	Москворечье-Сабурово, Царицыно	228 079
70	Внуково, Ново-Переделкино	224 155
71	Северное Бутово	223 285
72	Гольяново, Северное Измайлово	222 655
73	Лианозово	222 472
74	Капотня, Марьино	222 314
75	Алтуфьевский, Бибирево	222 248
76	Теплый Стан	222 128
77	Люблино	218 060
78	Ивановское, Новогиреево	217 128
79	Братеево, Зябликово	216 985
80	Лосиноостровский, Ярославский	215 822
81	Вешняки, Выхино-Жулебино	210 302
82	Восточный, Новокосино	208 266
83	Бирюлево Восточное, Бирюлево Западное	203 134
84	Южное Бутово	202 134
85	Жулебино	197 933
86	Зеленоград	190 606

Средняя цена за 1 кв. м жилой площади характеризует стоимость жилой недвижимости в определенном районе г. Москвы.

Тип числовых данных – числовые (дискретные) данные (целые числа).

Количество наблюдений – 86.

Для анализа наличия в данных выбросов построим диаграмму типа «Ящик с усами» на Рисунке 4.

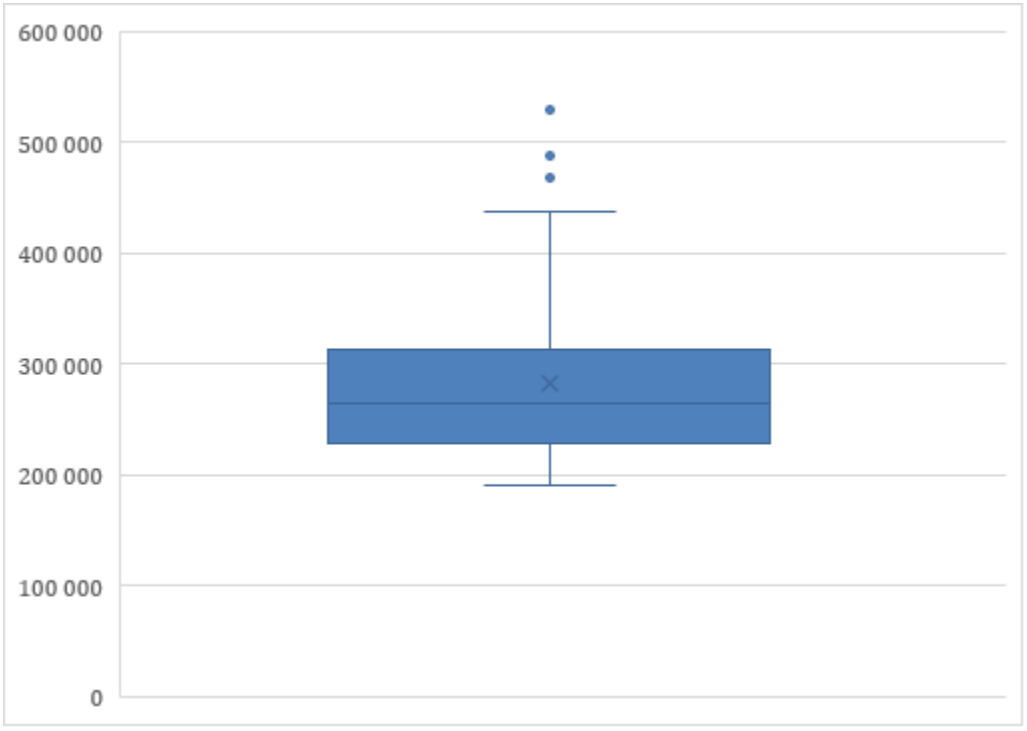


Рисунок 4. Диаграмма типа «Ящик с усами»

В верхней части графика видно наличие 3-х выбросов – точки со значениями 529 798 (Остоженка), 488 403 (Якиманка), 468 699 (Центр Москвы). При исключении данных наблюдений из анализа – появляются дополнительных 3 выброса – 491 032 (Арбат), 471 041 (Тверской), 436 960 (Хамовники). Причина выбросов – особая престижность районов благодаря близости к центру города и ключевым историческим достопримечательностям.

Итого необходимо исключить 6 наблюдений с максимальной стоимостью 1 кв.м. (Таблица 7).

Таблица 7. Скорректированные данные по средней цене 1 кв.м. в районах Москвы

№	Район	Цена 1 кв. м.
1	Пресненский	391 878
2	Мещанский	391 147
3	Замоскворечье	390 349

4	Красносельский	381 260
5	Беговой	375 676
6	Таганский	374 585
7	Дорогомилово	366 909
8	Гагаринский, Ломоносовский, Раменки	353 391
9	Донской	351 960
10	Хорошевский	325 261
11	Аэропорт, Сокол	320 253
12	Алексеевский	315 348
13	Марьина роща, Савеловский	314 779
14	Филевский парк	314 468
15	Проспект Вернадского	314 197
16	Басманный	313 096
17	Академический	307 157
18	Динамо	306 647
19	Сокольники	306 595
20	Черемушки	304 532
21	Хорошево-Мневники	304 042
22	Южнопортовый	302 435
23	Нижегородский	296 601
24	Крылатское	289 663
25	Тропарево-Никулино	278 883
26	Свиблово	278 678
27	Можайский, Фили-Давыдково	278 512
28	Даниловский, Котловка	277 068
29	Кунцево	277 056
30	Останкинский, Ростокино	276 486
31	Покровское-Стрешнево, Щукино	273 189
32	Очаково-Матвеевское	272 741
33	Соколиная гора	272 303
34	Нагатино-Садовники, Нагатинский Затон	271 690
35	Зюзино, Нагорный	265 703
36	Коньково, Обручевский	265 633
37	Преображенское	265 089
38	Бутырский, Тимирязевский	264 201
39	Головинский	261 962
40	Войковский, Коптево	258 285
41	Строгино	257 072
42	Куркино, Молжаниновский	252 300
43	Лефортово	251 269
44	Чертаново Северное, Чертаново Центральное	250 166
45	Левобережный, Ховрино	244 738
46	Северное Тушино, Южное Тушино	244 324

47	Богородское, Метрогородок	242 640
48	Бабушкинский, Южное Медведково	240 836
49	Марфино	238 698
50	Северное Медведково	236 949
51	Рязанский	235 777
52	Кузьминки, Текстильщики	233 754
53	Ясенево	233 696
54	Печатники	233 565
55	Солнцево	233 365
56	Северный…	232 455
57	Чертаново Южное	231 041
58	Восточное Измайлово, Измайлово	230 266
59	Перово	229 566
60	Отрадное	229 058
61	Митино	228 793
62	Орехово-Борисово С/Ю	228 227
63	Москворечье-Сабурово, Царицыно	228 079
64	Внуково, Ново-Переделкино	224 155
65	Северное Бутово	223 285
66	Гольяново, Северное Измайлово	222 655
67	Лианозово	222 472
68	Капотня, Марьино	222 314
69	Алтуфьевский, Бибирево	222 248
70	Теплый Стан	222 128
71	Люблино	218 060
72	Ивановское, Новогиреево	217 128
73	Братеево, Зябликово	216 985
74	Лосиноостровский, Ярославский	215 822
75	Вешняки, Выхино-Жулебино	210 302
76	Восточный, Новокосино	208 266
77	Бирюлево Восточное, Бирюлево Западное	203 134
78	Южное Бутово	202 134
79	Жулебино	197 933
80	Зеленоград	190 606

В результате можно сделать выводы, что в данных Таблицы 2 выбросы отсутствуют (Рисунок 5).

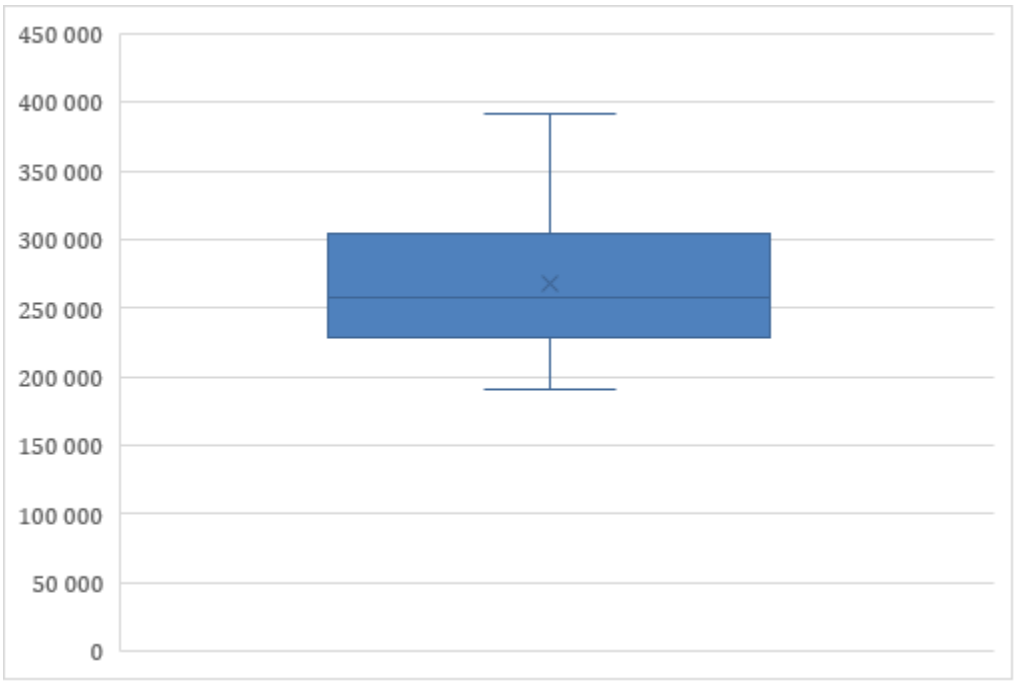


Рисунок 5. Диаграмма типа «Ящик с усами» после удаления выбросов

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

1. Найти на сайте РосСтат непрерывное распределение случайной величины, которое было бы близко к нормальному. Построить графики распределения.

Выбранные данные для анализа – уровень рождаемости за 2000-2022 гг. в России – представлены в Таблице 8 и на Рисунке 6.

Таблица 8. Уровень рождаемости в России за 2000-2022 гг[5].

Год	Уровень рождаемости
2000	9,8
2001	10,0
2002	10,5
2003	11,1
2004	11,2
2005	11,0
2006	11,4
2007	12,9
2008	13,7
2009	13,9
2010	14,0
2011	14,1
2012	14,7
2013	14,5
2014	14,4
2015	12,8
2016	12,2
2017	11,2
2018	10,7
2019	9,8
2020	9,6
2021	9,5
2022	8,8

[5] Рождаемость, смертность и естественный прирост//Росстат. URL: https://rosstat.gov.ru/storage/mediabank/demo21_2022.xls (доступ от 14.01.2024)

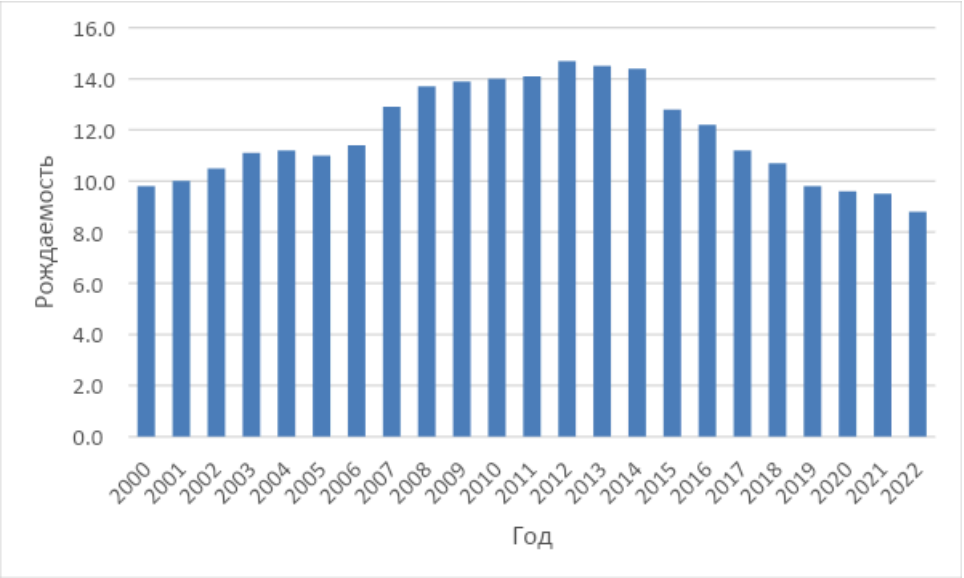


Рисунок 6. Уровень рождаемости в России за 2000-2022 гг.

2. Посчитать в распределение близком к нормальному 1 л.р. и найденном непрерывном распределении:

- *мат. ожидание*
- *2 (дисперсию), 3 (асимметрию), 4 (эксцесс) моменты*
- *квантили уровня 0,05 и 0,95; 2,5%-ную точку для найденной случайной величины.*

Для распределения из л.р.№1

Симметричным является распределение, в котором частоты любых двух вариантов, равностоящих в обе стороны от центра распределения, равны между собой.

Наиболее точным и распространенным показателем асимметрии является моментный коэффициент асимметрии.

$$As = \frac{M_3}{\sigma^3}$$

где M_3 - центральный момент третьего порядка; σ - среднеквадратическое отклонение.

M_3= 32068327484219

As =1,506

Положительная величина указывает на наличие правосторонней асимметрии

Оценка существенности показателя асимметрии дается с помощью средней квадратической ошибки коэффициента асимметрии:

$$\sigma_{As} = \sqrt{6 * \frac{n-2}{(n+1)*(n+3)}}$$

Расчет центральных моментов представлен в Таблице 9.

Таблица 9. Расчет центральных моментов для распределения №1

Группы	Середина интервала, $x_{центр}$	Кол-во, f_i	$(x_i - \bar{x})^3 * f_i$	$(x_i - \bar{x})^4 * f_i$
0 - 7000	3500	4	-1,270017638497E+14	4,2045900227251E+18
7000.1 - 10000	8500.05	6	-1,2433925173364E+14	3,494740961258E+18
10000.1 - 14000	12000.05	10	-1,4302787097173E+14	3,5194150567672E+18
14000.1 - 19000	16500.05	13	-1,0404453914272E+14	2,0919713441952E+18
19000.1 - 27000	23000.05	18	-45091236150703	6,1353382577488E+17
27000.1 - 45000	36000.05	21	-4729601141,326	2868494815412
45000.1 - 60000	52500.05	15	59016862429406	9,3798460630127E+17
60000.1 - 75000	67500.05	6	1,7101311096528E+14	5,2831938428788E+18
75000.1 - 100000	87500.05	5	6,1956212279652E+14	3,1531685980779E+19
100000.1 - 150000	125000.05	4	2,9007500436803E+15	2,5640745406237E+20
Итого		100	3,2068327484219E+15	3,0808457257154E+20

$\sigma_{As}=\sqrt{6 * \frac{10-2}{(10+1)*(10+3)}}=0{,}579$

В анализируемом ряду распределения наблюдается несущественная асимметрия (1,506/0,579 = 2,6<3)

Чаще всего эксцесс оценивается с помощью показателя:

$Ex=\frac{M_4}{\sigma^4}-3= 5{,}2223-3=2{,}22$

Чтобы оценить существенность эксцесса рассчитывают статистику

Ex / σ_{Ex}

где σ_{Ex} - средняя квадратическая ошибка коэффициента эксцесса.

$\sigma_{Ex}=\sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}}=\sqrt{\frac{24*10(10-2)(10-3)}{(10+1)^2(10+3)(10+5)}}=0{,}755$

$Ex / \sigma_{Ex}= 2{,}22/0{,}755 = 2{,}941.$

Поскольку значение < 3, то отклонение от нормального распределения считается не существенным.

Для найденного непрерывного распределения

Симметричным является распределение, в котором частоты любых двух вариантов, равностоящих в обе стороны от центра распределения, равны между собой.

Наиболее точным и распространенным показателем асимметрии является моментный коэффициент асимметрии.

$$As = \frac{M_3}{\sigma^3}$$

где M_3 - центральный момент третьего порядка; σ - среднеквадратическое отклонение.

$M_3=0{,}97$

$As=0{,}155$

Положительная величина указывает на наличие правосторонней асимметрии

Оценка существенности показателя асимметрии дается с помощью средней квадратической ошибки коэффициента асимметрии:

$$\sigma_{As} = \sqrt{6 * \frac{n-2}{(n+1)*(n+3)}}$$

Расчет центральных моментов представлен в Таблице X

Таблица 10. Расчет центральных моментов

x	$(x - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})^3$	$(x - \bar{x})^4$
8,8	9,105	-27,472	82,895
9,5	5,37	-12,445	28,84
9,6	4,917	-10,903	24,175
9,8	4,07	-8,211	16,564
9,8	4,07	-8,211	16,564
10	3,303	-6,003	10,909
10,5	1,736	-2,286	3,012
10,7	1,249	-1,395	1,559
11	0,668	-0,546	0,446
11,1	0,515	-0,369	0,265
11,2	0,381	-0,235	0,145
11,2	0,381	-0,235	0,145
11,4	0,174	-0,0727	0,0304
12,2	0,146	0,056	0,0214
12,8	0,966	0,949	0,932
12,9	1,172	1,269	1,374
13,7	3,544	6,672	12,561
13,9	4,337	9,033	18,812
14	4,764	10,397	22,694
14,1	5,21	11,893	27,147

14,4	6,67	17,226	44,487
14,5	7,196	19,305	51,788
14,7	8,309	23,953	69,047
Итого	78,253	22,369	434,413

$\sigma_{As}=\sqrt{6 * \frac{23-2}{(23+1)*(23+3)}}=0,449$

В анализируемом ряду распределения наблюдается несущественная асимметрия (0,155/0,449 = 0,34<3)

Чаще всего эксцесс оценивается с помощью показателя:

$Ex=\frac{M_4}{\sigma^4}-3$

$M_4=18,89$

$Ex=1,6317-3=-1,37$

$Ex < 0$ - плосковершинное распределение

Чтобы оценить существенность эксцесса рассчитывают статистику

Ex / σ_{Ex}

где σ_{Ex} - средняя квадратическая ошибка коэффициента эксцесса.

$\sigma_{Ex}=\sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}}=\sqrt{\frac{24*23(23-2)(23-3)}{(23+1)^2(23+3)(23+5)}}=0,744$

Ex / σ_{Ex}= -1,37/0,661 = 0,94

Поскольку значение < 3, то отклонение от нормального распределения считается не существенным.

3. Построить сравнительную диаграмму найденного распределения и распределения по нормальному закону с параметрами.

Сравнительная диаграмма представлена на Рисунке 7.

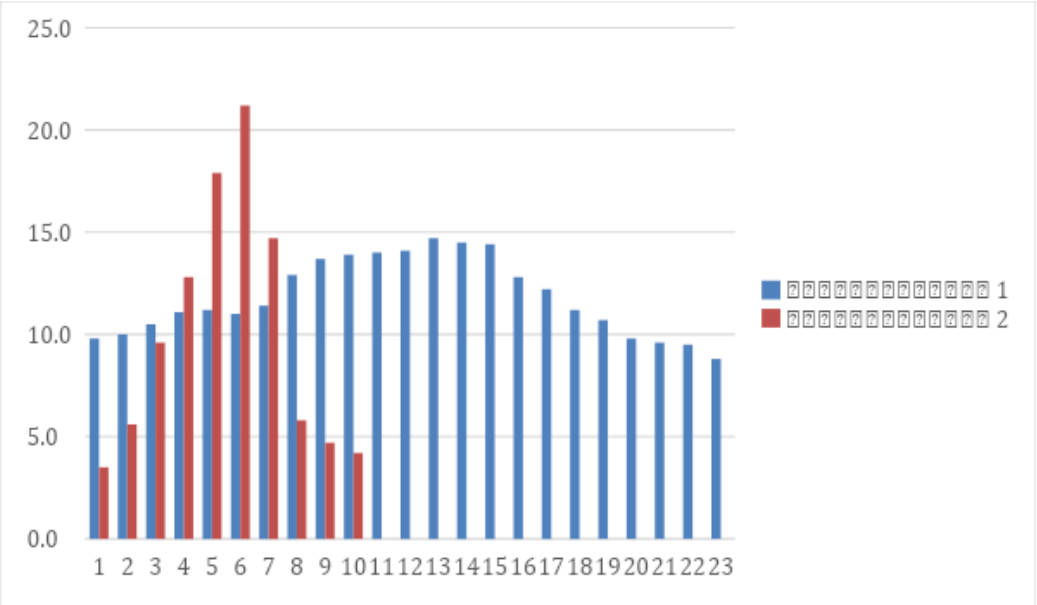


Рисунок 7. Сравнительная диаграмма

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

Часть 1

Найти на сайте РосСтат предположительно зависимые данные, посчитать коэффициент корреляции, оценить меру связи.

Построить гистограммы рассеяния, линию аппроксимации и посчитать величину достоверности аппроксимации R^2.

Выбранные для анализа данные – размер ВВП в текущих ценах (X) и Среднемесячный уровень заработной платы (Y) за 2011-2022 гг. -представлены в Таблице 11.

Таблица 11. Динамика значений ВВП и среднемесячного уровня заработной платы за 2011-2022 гг.

Год	ВВП (млрд. руб.)[6]	Среднемесячный уровень з/п, руб[7].
2011	60 114,0	23 369
2012	68 103,4	26 629
2013	72 985,7	29 792
2014	79 030,0	32 495
2015	83 087,4	34 030
2016	85 616,1	36 709
2017	91 843,2	39 167
2018	103 861,7	43 724
2019	109 608,3	47 867
2020	107 658,1	51 344
2021	135 773,8	57 244
2022	155 350,4	65 338

Диаграмма рассеяния, линия аппроксимации (линейного тренда) и уровень ее достоверности (R^2) представлены на Рисунке 8.

[6] ВВП по годам//Росстат. URL: https://rosstat.gov.ru/storage/mediabank/VVP_god_S_1995.xlsx (режим доступа от 14.01.2024)

[7] Средняя начисленная заработная плата мужчин и женщин по обследованным видам экономической деятельности//Росстат. URL: https://rosstat.gov.ru/storage/mediabank/sr-zpl5.xlsx (режим доступа от 14.01.2024)

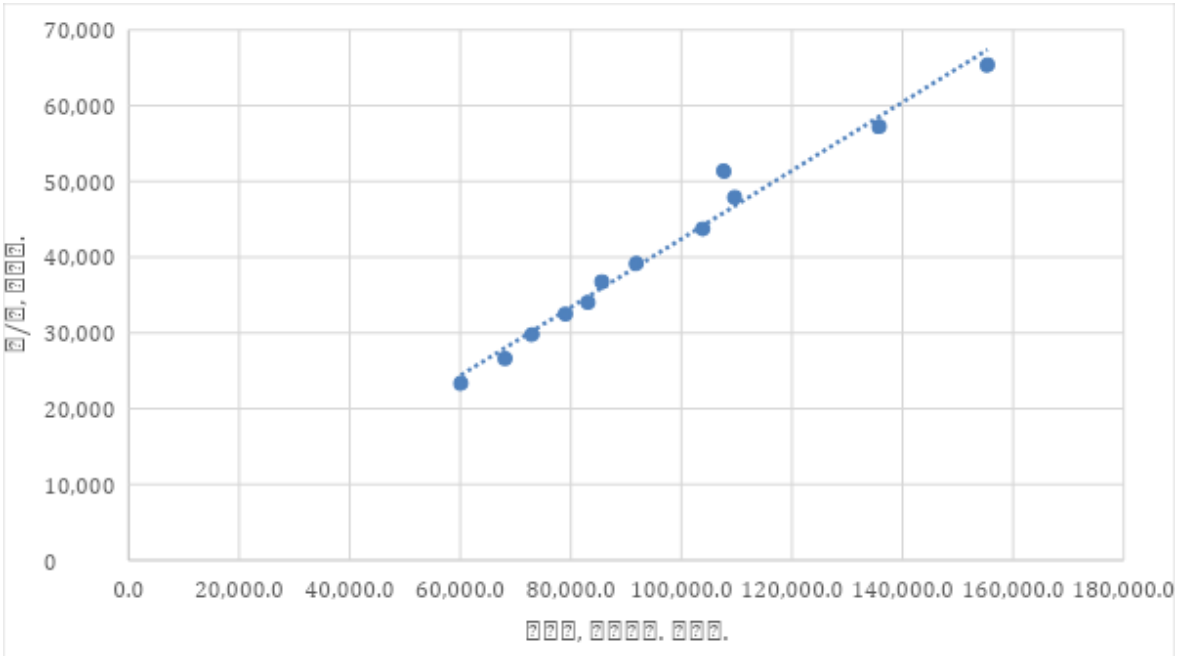


Рисунок 8. Диаграмма рассеяния и линейный тренд

Таким образом, зависимая переменная Y на 97,66% может быть объяснена в линейной модели y = 0,4507x - 2665,2 переменной X, что является очень высоким уровнем надежности модели.

Часть 2

Найти датасет с объемом ~100 наблюдений (и более), сделать выборку =~ 1/3 наблюдений 1) случайным образом, 2) сделать стратифицированную выборку (разбив выборку на группы по смысловому содержанию, например, для регионов стратами могут быть федеральные округа).

Исходный датасет– численность рабочей силы по регионам за 2019-2020 гг. – представлены в Таблице 12[8].

Таблица 12. Численность рабочей силы по регионам за 2019-2020 гг.

Субъект РФ	Численность рабочей силы, тыс. человек	
	2019	2020
Белгородская область	826	834
Брянская область	595	583
Владимирская область	721	710

[8] Численность и состав рабочей силы в возрасте 15 лет и старше//Росстат. URL: https://rosstat.gov.ru/storage/mediabank/Trud-1_15-s.xlsx (режим доступа от 14.01.2024).

Воронежская область	1 182	1 172
Ивановская область	517	514
Калужская область	537	539
Костромская область	310	310
Курская область	569	557
Липецкая область	598	596
Московская область	4 189	4 154
Орловская область	347	350
Рязанская область	535	517
Смоленская область	483	477
Тамбовская область	500	499
Тверская область	676	656
Тульская область	793	792
Ярославская область	650	650
г. Москва	7 308	7 322
Республика Карелия	305	299
Республика Коми	428	415
Архангельская область	558	545
в том числе:		
Ненецкий автономный округ	23	22
Архангельская область без автономного округа	535	523
Вологодская область	566	570
Калининградская область	537	531
Ленинградская область	969	981
Мурманская область	421	411
Новгородская область	303	288
Псковская область	316	302
г. Санкт-Петербург	3 073	3 097
Республика Адыгея	201	202
Республика Калмыкия	133	135
Республика Крым	918	925
Краснодарский край	2 807	2 821
Астраханская область	507	503
Волгоградская область	1 243	1 247
Ростовская область	2 097	2 111
г. Севастополь	222	217
Республика Дагестан	1 382	1 287
Республика Ингушетия	259	261
Кабардино-Балкарская Республика	446	453
Карачаево-Черкесская Республика	204	204
Республика Северная Осетия – Алания	311	285
Чеченская Республика	634	653

Ставропольский край	1 383	1 371
Республика Башкортостан	1 896	1 901
Республика Марий Эл	334	326
Республика Мордовия	438	405
Республика Татарстан	2 036	2 026
Удмуртская Республика	763	770
Чувашская Республика	608	604
Пермский край	1 225	1 232
Кировская область	637	632
Нижегородская область	1 754	1 737
Оренбургская область	930	933
Пензенская область	656	640
Самарская область	1 683	1 676
Саратовская область	1 203	1 164
Ульяновская область	611	599
Курганская область	365	371
Свердловская область	2 125	2 109
Тюменская область	1 957	1 952
в том числе:		
Ханты-Мансийский автономный округ – Югра	915	912
Ямало-Ненецкий автономный округ	315	309
Тюменская область без автономных округов	727	731
Челябинская область	1 875	1 855
Республика Алтай	95	99
Республика Тыва	117	131
Республика Хакасия	246	241
Алтайский край	1 140	1 099
Красноярский край	1 482	1 461
Иркутская область	1 167	1 153
Кемеровская область	1 291	1 276
Новосибирская область	1 430	1 394
Омская область	1 016	1 021
Томская область	541	537
Республика Бурятия	433	427
Республика Саха (Якутия)	501	502
Забайкальский край	525	524
Камчатский край	182	182
Приморский край	999	1 002
Хабаровский край	702	721
Амурская область	408	403
Магаданская область	86	86
Сахалинская область	275	276

Еврейская автономная область	77	78
Чукотский автономный округ	31	31

Случайная выборка (50 наблюдений) – данные по регионам за 2020 г. – представлена в Таблице 13.

Таблица 13. Случайная выборка

Субъект РФ	Численность рабочей силы,тыс. чел.
Алтайский край	1 099
Амурская область	403
Архангельская область	545
Астраханская область	503
Белгородская область	834
Брянская область	583
Владимирская область	710
Волгоградская область	1 247
Вологодская область	570
Воронежская область	1 172
Еврейская автономная область	78
Забайкальский край	524
Ивановская область	514
Иркутская область	1 153
Кабардино-Балкарская Республика	453
Калининградская область	531
Калужская область	539
Камчатский край	182
Карачаево-Черкесская Республика	204
Кемеровская область	1 276
Кировская область	632
Костромская область	310
Краснодарский край	2 821
Красноярский край	1 461
Курганская область	371
Курская область	557
Ленинградская область	981
Липецкая область	596
Магаданская область	86
Московская область	4 154
Мурманская область	411
Нижегородская область	1 737
Новгородская область	288

Новосибирская область	1 394
Омская область	1 021
Оренбургская область	933
Орловская область	350
Пензенская область	640
Пермский край	1 232
Приморский край	1 002
Псковская область	302
Республика Адыгея	202
Республика Алтай	99
Республика Башкортостан	1 901
Республика Бурятия	427
Республика Дагестан	1 287
Республика Ингушетия	261
Республика Калмыкия	135
Республика Карелия	299
Республика Коми	415

Стратифицированная выборка (те же регионы, но с разбивкой по федеральным округам) представлена в Таблице 14.

Таблица 14. Стратифицированная выборка

Субъект РФ	Федеральный округ	Численность рабочей силы,тыс. чел.
Амурская область	Дальневосточный федеральный округ	403
Еврейская автономная область	Дальневосточный федеральный округ	78
Забайкальский край	Дальневосточный федеральный округ	524
Камчатский край	Дальневосточный федеральный округ	182
Магаданская область	Дальневосточный федеральный округ	86
Приморский край	Дальневосточный федеральный округ	1 002
Республика Бурятия	Дальневосточный федеральный округ	427
Кировская область	Приволжский федеральный округ	632
Нижегородская область	Приволжский федеральный округ	1 737
Оренбургская область	Приволжский федеральный округ	933
Пензенская область	Приволжский федеральный округ	640
Пермский край	Приволжский федеральный округ	1 232
Республика Башкортостан	Приволжский федеральный округ	1 901
Архангельская область	Северо-Западный федеральный округ	545
Вологодская область	Северо-Западный федеральный округ	570

Калининградская область	Северо-Западный федеральный округ	531
Ленинградская область	Северо-Западный федеральный округ	981
Мурманская область	Северо-Западный федеральный округ	411
Новгородская область	Северо-Западный федеральный округ	288
Псковская область	Северо-Западный федеральный округ	302
Республика Карелия	Северо-Западный федеральный округ	299
Республика Коми	Северо-Западный федеральный округ	415
Кабардино-Балкарская Республика	Северо-Кавказский федеральный округ	453
Карачаево-Черкесская Республика	Северо-Кавказский федеральный округ	204
Республика Дагестан	Северо-Кавказский федеральный округ	1 287
Республика Ингушетия	Северо-Кавказский федеральный округ	261
Алтайский край	Сибирский федеральный округ	1 099
Иркутская область	Сибирский федеральный округ	1 153
Кемеровская область	Сибирский федеральный округ	1 276
Красноярский край	Сибирский федеральный округ	1 461
Новосибирская область	Сибирский федеральный округ	1 394
Омская область	Сибирский федеральный округ	1 021
Республика Алтай	Сибирский федеральный округ	99
Курганская область	Уральский федеральный округ	371
Белгородская область	Центральный федеральный округ	834
Брянская область	Центральный федеральный округ	583
Владимирская область	Центральный федеральный округ	710
Воронежская область	Центральный федеральный округ	1 172
Ивановская область	Центральный федеральный округ	514
Калужская область	Центральный федеральный округ	539
Костромская область	Центральный федеральный округ	310
Курская область	Центральный федеральный округ	557
Липецкая область	Центральный федеральный округ	596
Московская область	Центральный федеральный округ	4 154
Орловская область	Центральный федеральный округ	350
Астраханская область	Южный федеральный округ	503
Волгоградская область	Южный федеральный округ	1 247
Краснодарский край	Южный федеральный округ	2 821
Республика Адыгея	Южный федеральный округ	202
Республика Калмыкия	Южный федеральный округ	135

Посчитать

1) среднее значение по выборкам случайной и стратифицированной,

Среднее значение случайно выборки составляет $\bar{x}$=441,9 тыс. чел.

Для расчета среднего значения для стратифицированной выборки составим вспомогательную Таблицу 15.

Таблица 15. Вспомогательная таблица для стратифицированной выборки

Федеральный округ	Число субъектов	Численность рабочей силы,тыс. чел.
Дальневосточный федеральный округ	7	1700
Приволжский федеральный округ	6	2205
Северо-Западный федеральный округ	9	4342
Северо-Кавказский федеральный округ	4	918
Сибирский федеральный округ	7	99
Уральский федеральный округ	1	371
Центральный федеральный округ	11	4993
Южный федеральный округ	5	840
ИТОГО	50	15 468

Таким образом, $\bar{x}=\frac{15\,468}{50}$ ≈309,36 (тыс. чел.)

2) доверительный интервал для среднего (на уровне доверия 90%, 95%, 99%).

Доверительный интервал для генерального среднего:

$(\bar{x} - t_{кр} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + t_{кр} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

n=50; σ= 225,8 (расчет в MS Excel).

Уровень доверия 90%

Поскольку n>30, то определяем значение $t_{кр}$ по таблицам функции Лапласа.

В этом случае $2Ф(t_{кр}) = \gamma$

$\Phi(t_{кр}) = \gamma/2 = 0{,}90/2 = 0{,}45$

По таблице функции Лапласа найдем, при каком $t_{кр}$ значение $\Phi(t_{кр}) =$ 0.45

$t_{кр}(\gamma) = (0.45) = 1.65$

(441,9 - 52,684;441,9 + 52,684) = (389,22;494,58)

Уровень доверия 95%

$\Phi(t_{кр}) = \gamma/2 = 0.95/2 = 0.475$

По таблице функции Лапласа найдем, при каком $t_{кр}$ значение $\Phi(t_{кр}) =$ 0,475

$t_{кр}(\gamma) = (0{,}475) = 1{,}96$

(441,9 - 62,582;441,9 + 62,582) = (379,32;504,48)

Уровень доверия 99%

$\Phi(t_{кр}) = \gamma/2 = 0{,}99/2 = 0{,}495$

По таблице функции Лапласа найдем, при каком tkp значение $\Phi(t_{кр}) =$ 0,495

$t_{кр}(\gamma) = (0.495) = 2.58$

(441,9 - 82,378;441,9 + 82,378) = (359,52;524,28)

Сравнить среднее генеральной выборки п.2 с полученными в выборках 2.1) и 2.2) и с границами доверительных интервалов из п.3.2).

Среднее генеральной выборки составит $\overline{x}_{ген} \approx$ 469,99 (тыс. чел.), среднее в случайной выборке: 441,9 (тыс. чел.), в стратифицированной: 309,36 (тыс. чел.). Границы доверительных интервалов: при уровне доверия 90% (389,22;494,58), при уровне доверия 95% (379,32;504,48), при уровне доверия 99% (359,52;524,28).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Браки по возрастам жениха и невесты//Росстат. URL: https://rosstat.gov.ru/storage/mediabank/demo33_2022.xls (режим доступа от 14.01.2024)

2. ВВП по годам//Росстат. URL: https://rosstat.gov.ru/storage/mediabank/VVP_god_S_1995.xlsx (режим доступа от 14.01.2024)

3. Распределение общего объема денежных доходов по 20-ти процентным группам населения по Российской Федерации//Росстат. URL: https://rosstat.gov.ru/storage/mediabank/urov-32.xlsx (режим доступа от 14.01.2024)

4. Распределение общей суммы начисленной заработной платы по 10-процентным группам работников организаций (без субъектов малого предпринимательства) https://rosstat.gov.ru/storage/mediabank/raspr2_2023.xls (режим доступа от 14.01.2024)

5. Рейтинг районов и метро Москвы по ценам на квартиры//Индикаторы рынка недвижимости. URL: https://www.irn.ru/kvartiry/moskva/ceny-po-rayonam/ (доступ от 14.01.2024 г.)

6. Рождаемость, смертность и естественный прирост//Росстат. URL: https://rosstat.gov.ru/storage/mediabank/demo21_2022.xls (доступ от 14.01.2024)

7. Средняя начисленная заработная плата мужчин и женщин по обследованным видам экономической деятельности//Росстат. URL: https://rosstat.gov.ru/storage/mediabank/sr-zpl5.xlsx (режим доступа от 14.01.2024)

8. Численность и состав рабочей силы в возрасте 15 лет и старше//Росстат. URL: https://rosstat.gov.ru/storage/mediabank/Trud-1_15-s.xlsx (режим доступа от 14.01.2024).