

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Московский государственный технический
университет имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н. Э. Баумана)
Факультет «Робототехника и комплексная автоматизация»
Кафедра «Системы автоматизированного проектирования»

**Домашнее задание №1 по дисциплине
«Прикладная механика»**

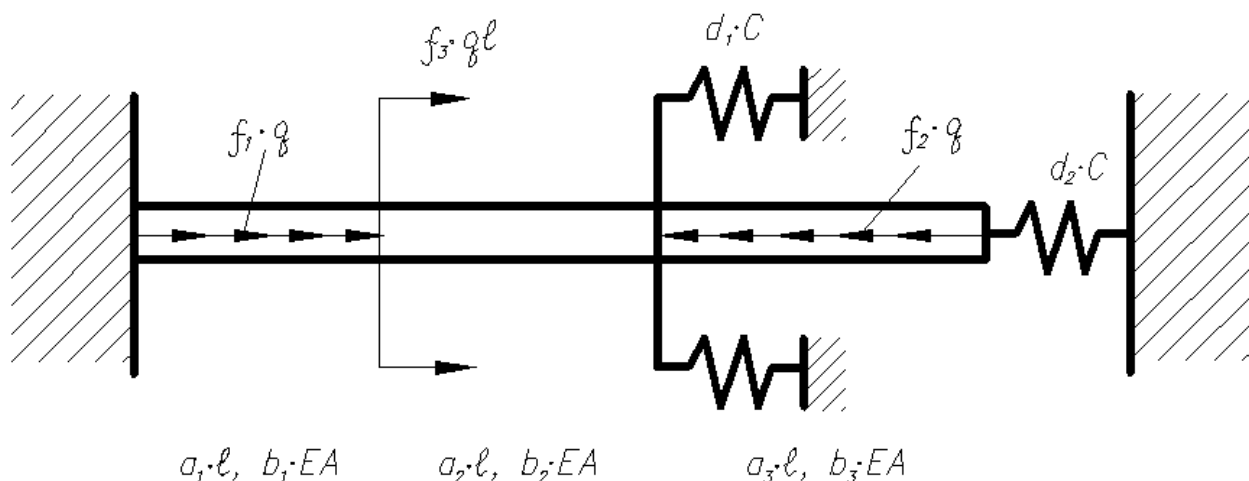
Вариант 6

Выполнил: студент группы РК6-32Б Журавлев Н.В.

Проверил: декан факультета РК, Шашурин Г. В.

Москва
2020

Статически неопределимая система растяжения-сжатия



Для заданной системы требуется:

1. Используя метод сил, раскрыть статическую неопределимость. Найти силу в пружине в зависимости от жесткости C . Вычислить значения силы в пружине при $C \rightarrow 0$ и при $C \rightarrow \infty$.

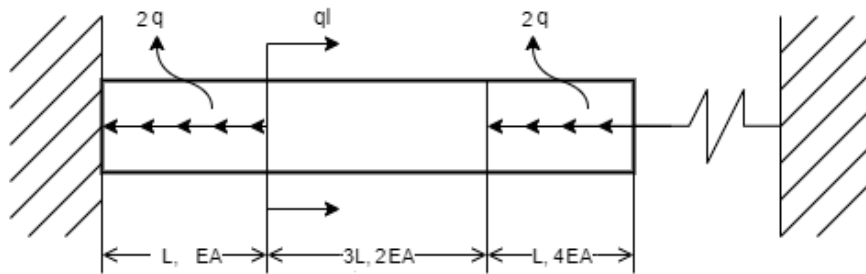
2. Изобразить систему при $C \rightarrow 0$ и при $C \rightarrow \infty$. Для каждой системы построить эпюры осевой силы N и осевого перемещения поперечного сечения W . Проверить равенство вычисленной в п.2 силы в пружине и значения реакций соответствующих связей. Вычислить работу внешних сил и потенциальную энергию деформации системы при $C \rightarrow 0$ и при $C \rightarrow \infty$.

Таблица значений

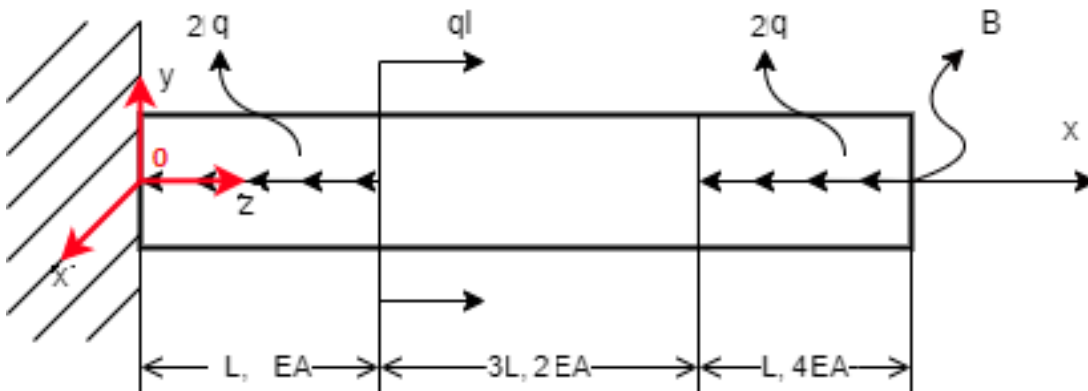
a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	d_1	d_2	f_1	f_2	f_3
1	3	1	1	2	4	0	1	2	2	1

Задание №1

Решение:



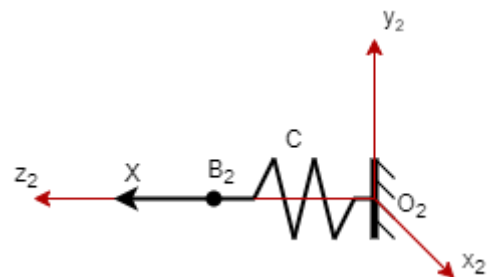
Эквивалентная схема:



$$W_{B_1} = W_{B_1}^X + W_{B_1}^q$$

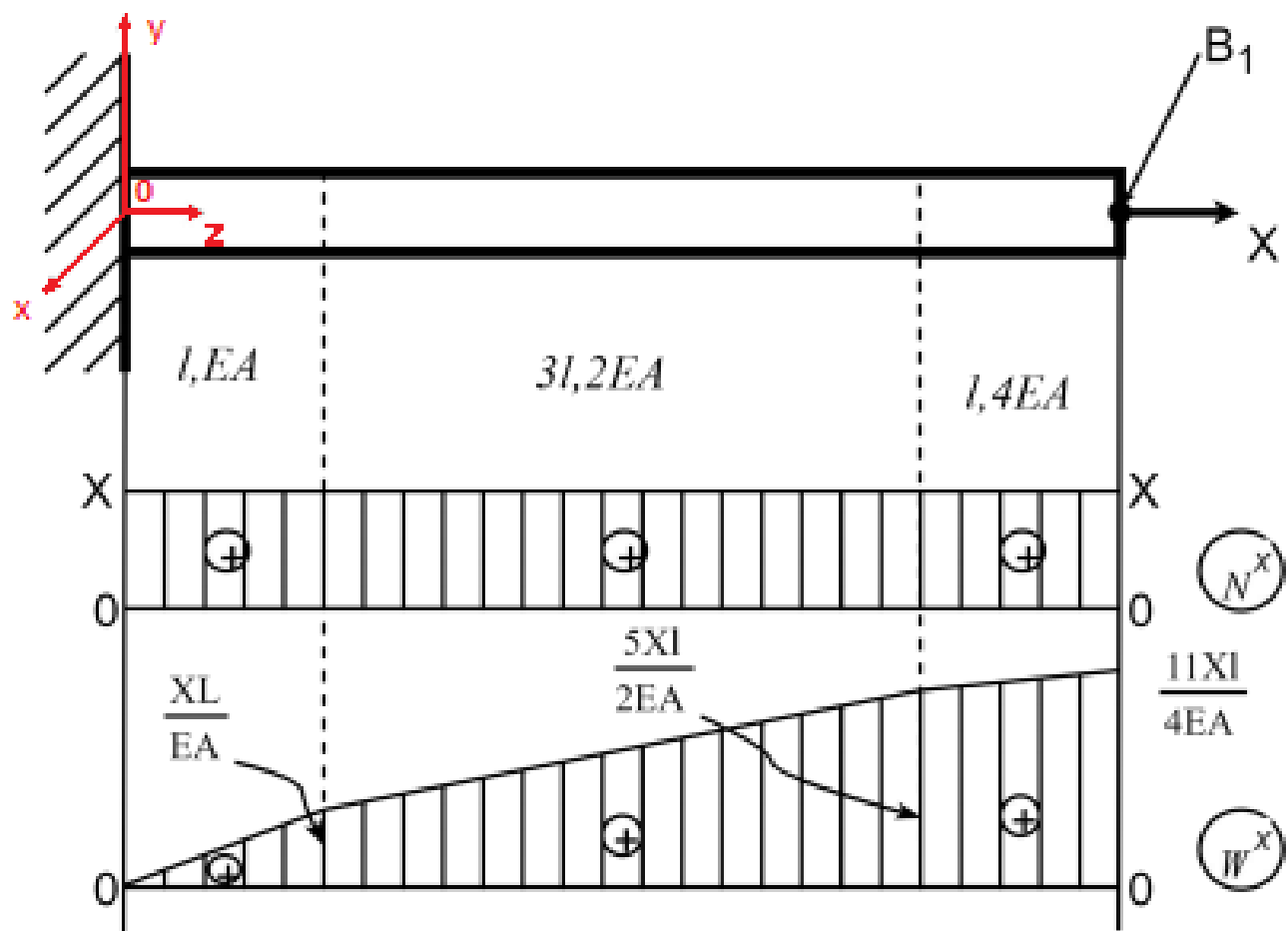
$$W_{B_2} = W_{B_2}^X = \frac{X}{C}$$

$$W_{B_1} = -W_{B_2}$$



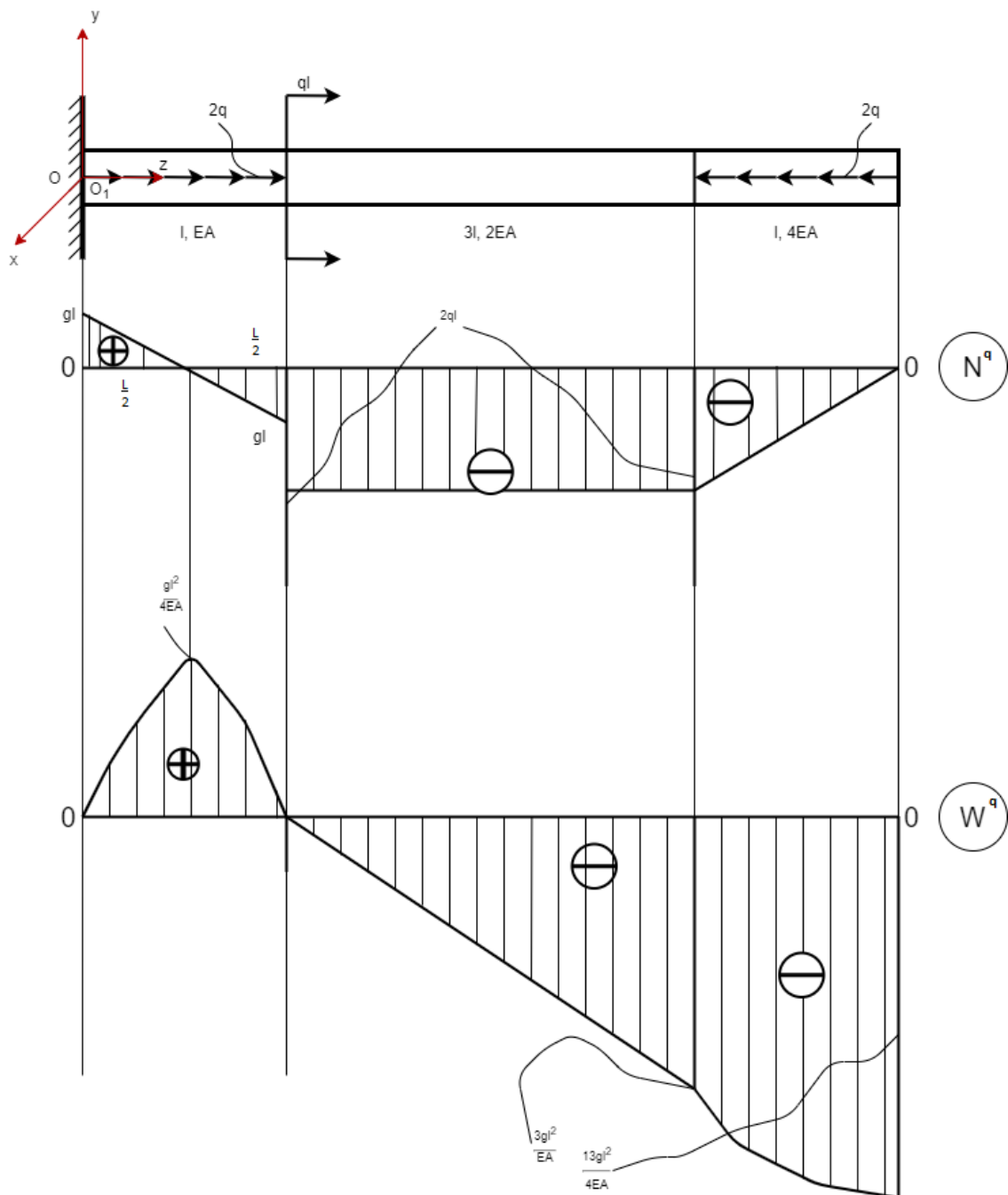
Найдем силу X :

$$q \rightarrow 0, X \neq 0$$



$$w_{B_1}^X = \frac{11Xl}{4EA}$$

$$X \rightarrow 0, q \neq 0$$



$$W_{B_1}^q = \frac{-13ql^2}{4EA}$$

$$W_{B_1} = \frac{3Xl}{2EA} + \frac{3ql^2}{2EA}$$

$$W_{B_2}^X = \frac{X}{C}$$

$$W_{B_1} = -W_{B_2}$$

Из этих трех уравнений получаем:

$$-\frac{X}{C} = \frac{11Xl}{4EA} + \frac{-13ql^2}{4EA}$$

$$-\frac{13ql^2}{4EA} = X \left(\frac{11l}{4EA} + \frac{1}{C} \right)$$

$$X = \frac{\frac{13ql^2}{4EA}}{\frac{11l}{4EA} + \frac{1}{C}}$$

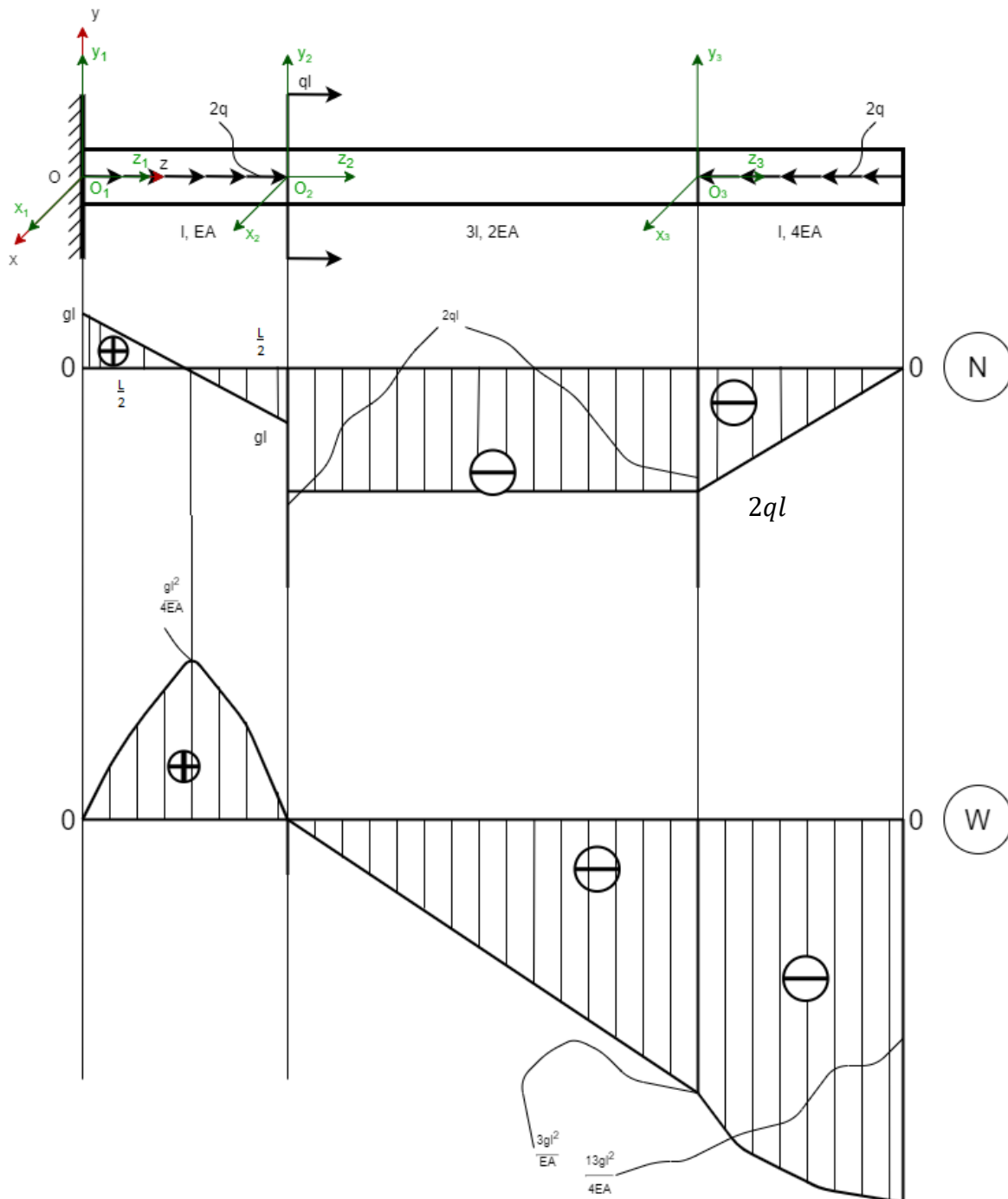
Значение силы в пружине в зависимости от жёсткости C:

$$\lim_{c \rightarrow \infty} x = \left[\frac{\frac{13ql^2}{4EA}}{\frac{11l}{4EA} + \frac{1}{C}} \right] = \frac{13ql}{11}$$

$$\lim_{c \rightarrow 0} x = \left[\frac{\frac{13ql^2}{4EA}}{\frac{11l}{4EA} + \frac{1}{C}} \right] = 0$$

Задание №2

$$C \rightarrow 0, X \rightarrow 0$$



Рассчитаем работу и пот. энергию деформации в стержне.

Рассмотрим три участка стержня:

Участок №1	Участок №2	Участок №3
$N_1(z_1) = ql - 2qz_1$	$N_2(z_2) = -2ql$	$N_3(z_3) = 2q(z_3 - l)$

$$W_1(z_1) = \int \frac{q(l - 2z_1)}{EA} dz_1 = \int \frac{ql}{EA} dz_1 - \int \frac{2qz_1}{EA} dz_1 =$$

$$= \frac{qlz_1}{EA} - \frac{2qz_1^2}{2EA} = \frac{qz_1(l - z_1)}{EA}$$

$$W_2(z_2) = \int \frac{-2ql}{2EA} dz_2 =$$

$$= \frac{qlz_2}{EA}$$

$$W_3(z_3) = \int \frac{2q(z_3 - l)}{4EA} dz_3 - \frac{3ql^2}{EA} =$$

$$= \frac{q(z_3^2 - 2lz_3 - 12l^2)}{4EA}$$

Работа внешних сил $\left(A = \sum_{i=1}^m \frac{1}{2} F_i W_i \right)$:

$$A = \frac{1}{2} \int_0^l 2q \frac{qz_1(l-z_1)}{EA} dz_1 + \frac{1}{2} ql * 0 - \frac{1}{2} \int_0^l 2q \frac{q(z_3^2 - 2lz_3 - 12l^2)}{4EA} dz_3 =$$

$$= \frac{q^2 l^3}{6EA} + \frac{19q^2 l^3}{6EA} = \frac{10q^2 l^3}{3EA}$$

$$A = \frac{10q^2 l^3}{3EA}$$

Подсчитаем пот. энергию деформаций ($U = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \frac{N_i^2 L_i}{EA}$):

$$U = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{q^2(l-2z_1)^2}{2EA} dz_1 + \frac{1}{2} \int_0^{3l} \frac{(-2ql)^2}{4EA} dz_2 + \frac{1}{2} \int_0^l \frac{4q^2(z_3-l)^2}{8EA} dz_3 =$$

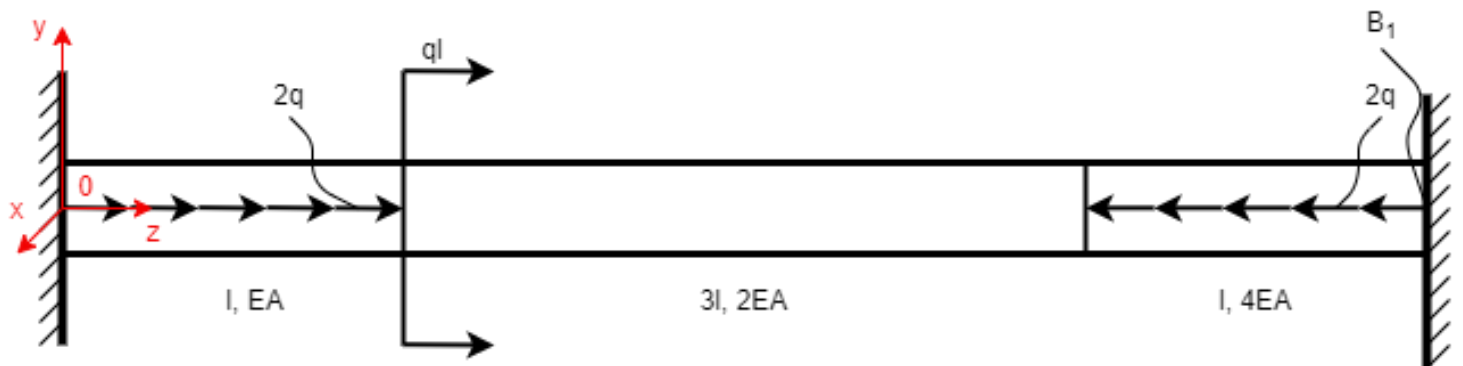
$$= \frac{q^2 l^3}{6EA} + \frac{3q^2 l^3}{EA} + \frac{q^2 l^3}{6EA} = \frac{10q^2 l^3}{3EA}$$

$$U = \frac{10q^2 l^3}{3EA}$$

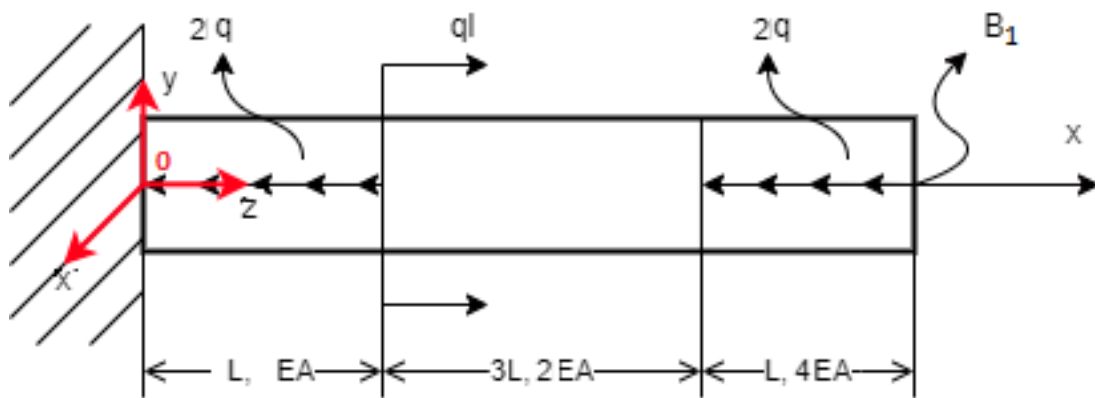
A=U, значит значения верны

$C \rightarrow \infty$

Эквивалентная система:

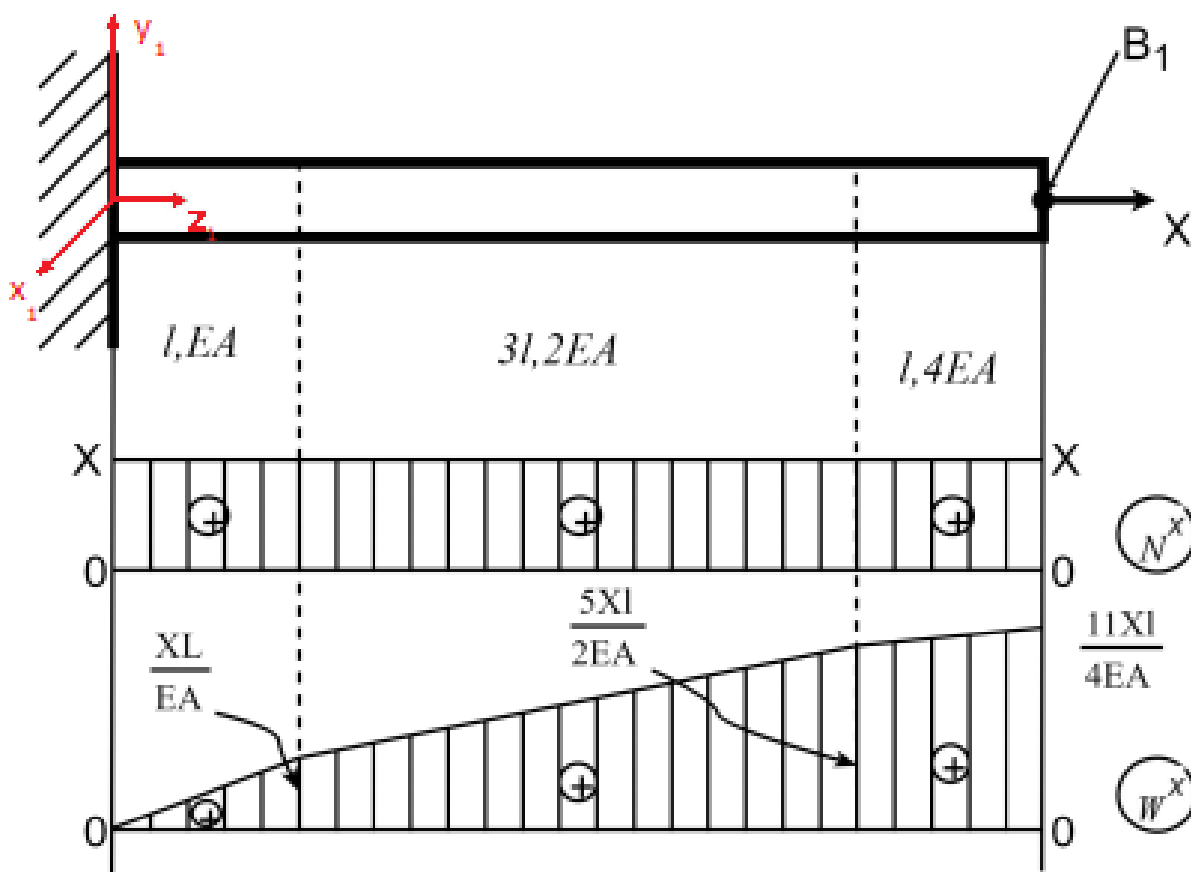


Эквивалентная схема:



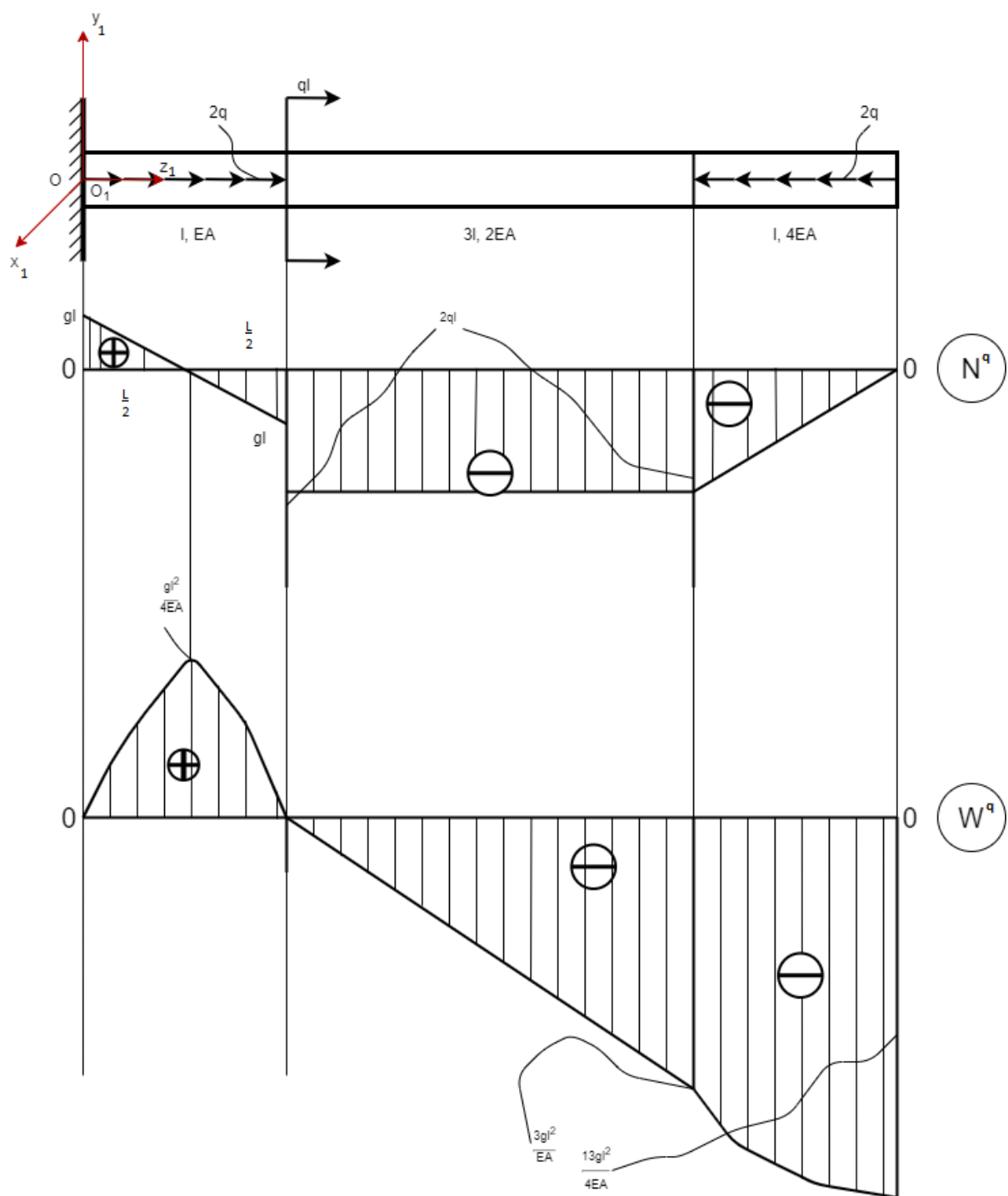
$$X \rightarrow 0, q \neq 0$$

$$W_B^q = \frac{13ql^2}{4EA}$$



$$q \rightarrow 0, X \neq 0$$

$$W_B^X = \frac{11Xl}{4EA}$$



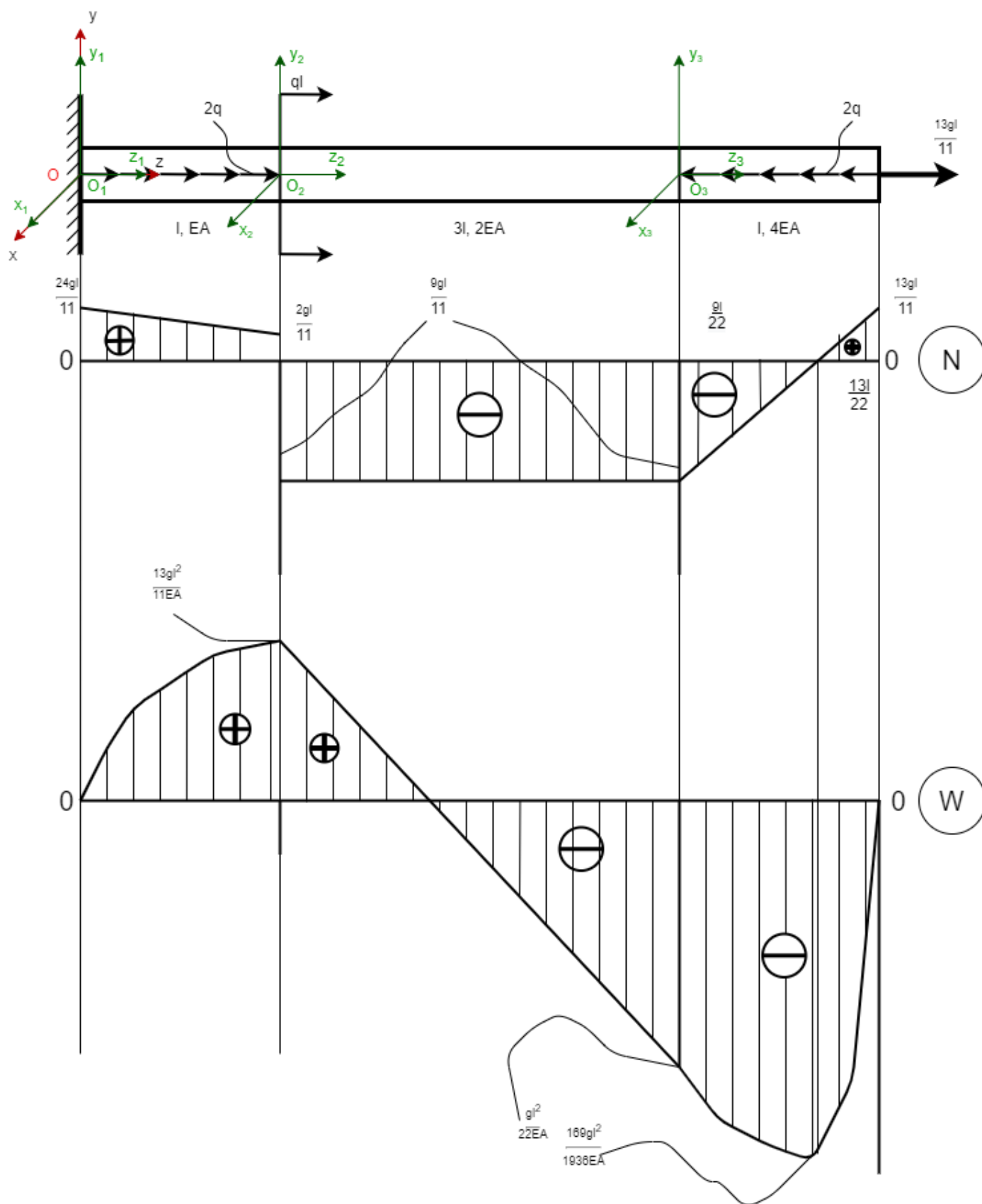
Вычислим X :

$$W_B^X + W_B^q = 0$$

$$\frac{11Xl}{4EA} + \frac{-13ql^2}{4EA} = 0$$

$$\mathbf{X} = \frac{13ql}{11}$$

Общий график:



Рассчитаем работу и пот. энергию деформации в стержне.

Рассмотрим три участка стержня: Рассмотрим три участка стержня:

Участок №1	Участок №2	Участок №3
$N_1(z_1) = \frac{24ql}{11} - 2qz_1$	$N_2(z_2) = \frac{-9ql}{11}$	$N_3(z_3) = \frac{-9ql}{11} + 2qz_3$

$$\begin{aligned}
 W_1(z_1) &= \int \frac{q\left(\frac{24}{11}l - 2z_1\right)}{EA} dz_1 \\
 &= \int \frac{24ql}{11EA} dz_1 - \int \frac{2qz_1}{EA} dz_1 = \\
 &= \frac{24qlz_1}{11EA} - \frac{qz_1^2}{EA} = \frac{qz_1(24l - 11z_1)}{11EA}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W_2(z_2) &= \int \frac{-9ql}{22EA} dz_2 + \frac{13ql^2}{11EA} = \frac{-9qlz_2}{22EA} + \frac{13ql^2}{11EA} = \\
 &= \frac{ql(24l - 11z_2)}{22EA}
 \end{aligned}$$

$$W_3(z_3) = \int \frac{q\left(2z_3 - \frac{9}{11}l\right)}{4EA} dz_3 - \frac{ql^2}{22EA} =$$

$$\begin{aligned}
&= \int \frac{qz_3}{2EA} dz_3 - \int \frac{\frac{9}{11}ql}{4EA} dz_3 - \frac{9ql^2}{22EA} \\
&= \frac{119qz_3^2 - 9qlz_3 - 2ql^2}{44EA} = \\
&= \frac{q(11z_3^2 - 9lz_3 - 2l^2)}{44EA}
\end{aligned}$$

Работа внешних сил $\left(A = \sum_{i=1}^m \frac{1}{2} F_i W_i\right)$:

$$A = \frac{1}{2} \int_0^{2l} 2q \frac{qz_1(24l - 11z_1)}{11EA} dz_1 + \frac{1}{2} ql \frac{13ql^2}{11EA} - \frac{1}{2} \int_0^l 2q \frac{q(11z_3^2 - 9lz_3 - 2l^2)}{44EA} dz_3 =$$

$$= \frac{25q^2l^3}{33EA} + \frac{13q^2l^3}{22EA} + \frac{17q^2l^3}{264EA} = \frac{373q^2l^3}{264EA}$$

$$A = \frac{373q^2l^3}{264EA}$$

Подсчитаем пот. энергию деформаций $\left(U = \right.$

$$\left. \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \frac{N_i^2 L_i}{EA} \right):$$

$$U = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{q^2 \left(\frac{24}{11}l - 2z_1\right)^2}{EA} dz_1 + \frac{1}{2} \int_0^{3l} \frac{\left(\frac{-9ql}{11}\right)^2}{2EA} dz_2 + \frac{1}{2} \int_0^l \frac{q^2 \left(2z_3 - \frac{9ql}{11}l\right)^2}{4EA} dz_3 =$$

$$= \frac{314q^2l^3}{363EA} + \frac{243q^2l^3}{484EA} + \frac{133q^2l^3}{2904EA} = \frac{373q^2l^3}{264EA}$$

$$U = \frac{373q^2l^3}{264EA}$$

A=U, значит значения верны