

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ
им. Н.Э. Баумана

Кафедра «Систем обработки информации и управления»

Домашнее задание № 2
по курсу «Аналитические модели АСОИиУ»
Вариант 4

ИСПОЛНИТЕЛЬ:
группа ИУ5-14М

Журавлев Н.В.

подпись

"__" _____ 2023 г.

Содержание

| | |
|-----------------|-----------|
| Задача 1 | 3 |
| Задача 2 | 6 |
| Задача 3 | 9 |
| Задача 4 | 11 |
| Задача 5 | 13 |

Задача 1

Заданы законы поступления и обслуживания заявок АСОИиУ, формализуемой в виде замкнутой СеМО, состоящей из одноканальных СМО. Необходимо определить временные и загрузочные характеристики функционирования СеМО и составляющих ее СМО, используя метод Базена.

Таблица 1. Исходные значения задачи 1

| Кол-во заявок в СеМО | Кол-во СМО в СеМО | Время обслуживания в разных СМО | | | | |
|----------------------|-------------------|---------------------------------|----|----|----|----|
| | | t1 | t2 | t3 | t4 | t5 |
| 7 | 5 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |

Определим вспомогательные коэффициенты X_i по формуле:

$$X_1 = 1$$

$$X_i = \frac{t_i}{t_1} * X_1 * \rho_i$$

Результаты расчетов приведены в таблице 2.

Таблица 2. Вспомогательные коэффициенты:

| X1 | X2 | X3 | X4 | X5 |
|----|----|----|----|----|
| 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |

Далее рассчитаем матрицу Базена:

Таблица 3. Матрица расчетов метода Базена

| Кол-во заявок | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 |
|---------------|----|----|----|----|-----|
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 5 | 7 |
| 2 | 1 | 3 | 6 | 16 | 30 |
| 3 | 1 | 4 | 10 | 42 | 102 |
| 4 | 1 | 5 | 15 | 99 | 303 |

| | | | | | |
|---|---|---|----|-----|------|
| 5 | 1 | 6 | 21 | 219 | 825 |
| 6 | 1 | 7 | 28 | 466 | 2116 |
| 7 | 1 | 8 | 36 | 968 | 5200 |

Определим нагрузки ОА по формулам:

$$\rho_1 = \frac{G(N-1)}{G(N)}$$

$$\rho_i = \rho_1 * X_i$$

Таким образом:

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = 0,4069$$

$$\rho_4 = 0,8138$$

$$\rho_5 = 0,8138$$

Рассчитаем количественные характеристики по формулам:

$$L_j = \frac{\sum_{i=1}^N X^j * G(N-i)}{G(N)}$$

$$Q_j = L_j - \rho_j$$

Результаты расчетов:

Таблица 4. Количественные характеристики СМО

| | Рассчитанные параметры СМО | | | | |
|---|----------------------------|--------|--------|--------|--------|
| | СМО1 | СМО2 | СМО3 | СМО4 | СМО5 |
| L | 0,6508 | 0,6508 | 0,6508 | 2,5238 | 2,5238 |
| Q | 0,2438 | 0,2438 | 0,2438 | 1,7100 | 1,7100 |

Определим $T_{ц}$ по формуле:

$$T_{ц} = \frac{N * t_1}{U_1} = 7 * \frac{1}{0,4069} = 17,2023 [c]$$

$$\lambda = \frac{N}{T_{ц}} = 0,4069 [1/c]$$

$$\lambda_{фон} = \frac{N-1}{T_{ц}} = 0,3487 [1/c]$$

Найдем временные характеристики СМО по формулам Литтла:

$$T_i = \frac{L_i}{\lambda} [c]$$
$$W_i = T_i - t_i [c]$$

Результаты расчетов:

Таблица 5. Временные характеристики СМО

| | Рассчитанные параметры СМО | | | | |
|---|----------------------------|--------|--------|--------|--------|
| | СМО1 | СМО2 | СМО3 | СМО4 | СМО5 |
| T | 1,5992 | 1,5992 | 1,5992 | 6,2023 | 6,2023 |
| W | 0,5992 | 0,5992 | 0,5992 | 4,2023 | 4,2023 |

Ответ: ответом являются данные, приведенные в таблицах 4 и 5.

Задача 2

Заданы законы поступления и обслуживания заявок АСОИиУ, формализуемой в виде замкнутой СеМО, состоящей из одноканальных СМО. Необходимо определить временные и загрузочные характеристики функционирования СеМО и составляющих ее СМО, используя метод Базена.

Таблица 6. Исходные значения задачи 2

| Кол-во заявок в СеМО | Кол-во СМО в СеМО | Время обслуживания в разных СМО | | | | |
|----------------------|-------------------|---------------------------------|----|----|----|-----------|
| | | t1 | t2 | t3 | t4 | t5 (2 ОА) |
| 7 | 5 | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 |

Определим вспомогательные коэффициенты X_i по формуле:

$$X_1 = 1$$

Для одноканальной СМО:

$$X_i = \frac{t_i}{t_1} * X_1 * \rho_i$$

Для двухканальной СМО:

$$X_i^* = 0,5 * \frac{t_i}{t_1} * X_1 * \rho_i$$

Результаты расчетов:

Таблица 7. Вспомогательные коэффициенты:

| X1 | X2 | X3 | X4 | X5* |
|----|----|----|----|-----|
| 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |

Далее рассчитаем матрицу Базена:

Таблица 8. Матрица расчетов метода Базена

| Кол-во заявок | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 |
|---------------|----|----|----|----|----|
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

| | | | | | |
|---|---|---|----|-----|------|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 5 | 9 |
| 2 | 1 | 3 | 6 | 16 | 44 |
| 3 | 1 | 4 | 10 | 42 | 162 |
| 4 | 1 | 5 | 15 | 99 | 507 |
| 5 | 1 | 6 | 21 | 219 | 1431 |
| 6 | 1 | 7 | 28 | 466 | 3766 |
| 7 | 1 | 8 | 36 | 968 | 9432 |

Определим нагрузки ОА по формулам:

$$\rho_1 = \frac{G(N-1)}{G(N)}$$

$$\rho_i = \rho_1 * X_i$$

Для двухканальной СМО:

$$\rho_i = X_i^* * U_i$$

$$U_j = X_j^* \left[\frac{G(N-1, j-1) + G(N-1)}{G(N)} \right]$$

В итоге имеем:

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = 0,3993$$

$$\rho_4 = 0,7986$$

$$\rho_5 = 0,8974$$

$$U_5 = 0,8974$$

Рассчитаем количественные характеристики по формулам:

Для одноканальной СМО:

$$L_j = \frac{\sum_{i=1}^N X^j * G(N-i)}{G(N)}$$

Для двухканальной СМО:

$$L_j = \frac{\sum_{i=1}^N X^{*j} * (G(N-i, j-1) + G(N-i))}{G(N)}$$

$$Q_j = L_j - \rho_j$$

Результаты расчетов приведены в таблице 9.

Таблица 9. Количественные характеристики СМО

| | Рассчитанные параметры СМО | | | | |
|---------|----------------------------|--------|--------|--------|--------|
| Метрика | СМО1 | СМО2 | СМО3 | СМО4 | СМО5 |
| L | 0,6277 | 0,6277 | 0,6277 | 2,3342 | 2,7829 |
| Q | 0,2284 | 0,2284 | 0,2284 | 1,5356 | 1,8855 |

Определим $T_{ц}$ по формуле:

$$T_{ц} = \frac{N * t_1}{U_1} = 7 * \frac{1}{0,4502} = 17,2022 [c]$$

$$\lambda = \frac{N}{T_{ц}} = 0,4069 [1/c]$$

$$\lambda_{фон} = \frac{N - 1}{T_{ц}} = 0,3488 [1/c]$$

Найдем временные характеристики СМО по формулам Литтла:

$$T_i = \frac{L_i}{\lambda} [c]$$

$$W_i = T_i - t_i [c]$$

Результаты расчетов:

Таблица 10. Временные характеристики СМО

| | Рассчитанные параметры СМО | | | | |
|---------|----------------------------|--------|--------|--------|--------|
| Метрика | СМО1 | СМО2 | СМО3 | СМО4 | СМО5 |
| T | 1,5720 | 1,5720 | 1,5720 | 5,8460 | 6,9697 |
| W | 0,5720 | 0,5720 | 0,5720 | 3,8460 | 4,9697 |

Ответ: ответом являются данные, представленные в таблицах 9 и 10.

Задача 3

Заданы законы поступления и обслуживания заявок АСОИиУ, формализуемой в виде замкнутой СеМО, состоящей из одноканальных СМО. Необходимо определить временные и загрузочные характеристики функционирования СеМО и составляющих ее СМО, используя метод «узкое место».

Таблица 11. Исходные значения задачи 3

| Кол-во заявок в СеМО | Кол-во СМО в СеМО | Время обслуживания в разных СМО | | | | |
|----------------------|-------------------|---------------------------------|----|----|----|----|
| | | t1 | t2 | t3 | t4 | t5 |
| 12 | 5 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |

Рассчитаем $T_{ц}^{УМ}$:

$$T_{ц}^{УМ} \approx N * t_{max} + \sum_{i=1 \neq i_{max}}^N \frac{t_i}{t_{max}} * t_i = 12 * 2 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) = 25 [c]$$

Где $t_{max} = \max(t_1, \dots, t_m) = 2$

$$\lambda = \frac{N}{T_{ц}^{УМ}} = 0,48 [1/c]$$

$$\lambda_{фон} = \frac{N-1}{T_{ц}^{УМ}} = 0,44 [1/c]$$

Найдем нагрузки ОА по формулам:

$$\rho_i = \frac{\lambda}{\mu_i} = \lambda * t_i$$

$$\rho_{фон i} = \frac{\lambda_{фон}}{\mu_i} = \lambda_{фон} * t_i$$

Результаты расчетов:

Таблица 12. Параметры загрузок ОА

| Метрики | Параметры СМО | | | | |
|--------------|---------------|------|------|------|------|
| | СМО1 | СМО2 | СМО3 | СМО4 | СМО5 |
| t | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| ρ | 0,48 | 0,48 | 0,96 | 0,96 | 0,96 |
| $\rho_{фон}$ | 0,44 | 0,44 | 0,88 | 0,88 | 0,88 |

Рассчитаем:

$$L_i = \frac{\rho_i}{1 - \rho_{\text{фон } i}}$$

$$Q_i = L_i - \rho_i$$

Результаты расчетов:

Таблица 13. Временные параметры СМО

| | Временные параметры СМО | | | | |
|---------|-------------------------|--------|------|------|------|
| Метрики | СМО1 | СМО2 | СМО3 | СМО4 | СМО5 |
| L | 0,3771 | 0,3771 | 7,04 | 7,04 | 7,04 |
| Q | 0,8571 | 0,8571 | 8 | 8 | 8 |

Рассчитаем количественные характеристики СМО по формулам Литтла:

$$T_i = \frac{L_i}{\lambda} [c]$$

$$W_i = T_i - t_i [c]$$

Результаты расчета:

Таблица 14. Количественные параметры СМО

| | Временные параметры СМО | | | | |
|---------|-------------------------|--------|---------|---------|---------|
| Метрики | СМО1 | СМО2 | СМО3 | СМО4 | СМО5 |
| T | 0,7857 | 0,7857 | 14,6667 | 14,6667 | 14,6667 |
| W | 1,7857 | 1,7857 | 16,6667 | 16,6667 | 16,6667 |

Ответ: ответом являются данные, представленные в таблицах 13 и 14.

Задача 4

Заданы законы поступления и обслуживания заявок АСОИиУ, формализуемой в виде замкнутой СеМО, состоящей из одноканальных СМО. Необходимо определить временные и загрузочные характеристики функционирования СеМО и составляющих ее СМО, используя метод «баланса».

Таблица 15. Исходные значения задачи 4.

| | | Время обслуживания в разных СМО | | | | |
|----------------------|-------------------|---------------------------------|----|----|----|----|
| Кол-во заявок в СеМО | Кол-во СМО в СеМО | t1 | t2 | t3 | t4 | t5 |
| 7 | 5 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |

Рассчитаем общую нагрузку по формуле и пропорциональную нагрузку на каждые СМО:

$$\rho_c^{CB} = N * \frac{m}{N + m - 1} = 7 * \frac{5}{7 + 5 - 1} = \frac{35}{11} = 3,1818$$

$$\rho_i = \frac{t_i}{\sum_{j=1}^m t_j} * \rho_c^{CB}$$

Результаты расчетов нагрузок:

Таблица 16. Нагрузки СМО

| Метрика | СМО1 | СМО2 | СМО3 | СМО4 | СМО5 |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|
| t | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| p | 0,4545 | 0,4545 | 0,4545 | 0,9091 | 0,9091 |

Рассчитаем время цикла:

$$T_{\text{ц}}^{CB} = \frac{N * t_1}{U_1} = 7 * \frac{1}{0,4545} = 15,4015 [c]$$

Рассчитаем интенсивность фонового потока и фоновые загрузки ОА:

$$\lambda = \frac{N}{T_{\text{ц}}^{CM}} = 0,4545 [1/c]$$

$$\lambda_{\text{фон}} = \frac{N - 1}{T_{\text{ц}}^{\text{ум}}} = 0,3896 [1/\text{с}]$$

Найдем нагрузки ОА по формулам:

$$\rho_{\text{фон } i} = \frac{\lambda_{\text{фон}}}{\mu_i} = \lambda_{\text{фон}} * t_i$$

$$L_i = \frac{\rho_i}{1 - \rho_{\text{фон } i}}$$

$$Q_i = L_i - \rho_i$$

Результаты расчетов:

Таблица 17. Временные параметры СМО

| | Временные параметры СМО | | | | |
|---------|-------------------------|--------|--------|--------|--------|
| Метрики | СМО1 | СМО2 | СМО3 | СМО4 | СМО5 |
| р фон | 0,3896 | 0,3896 | 0,3896 | 0,7792 | 0,7792 |
| L | 0,7447 | 0,7447 | 0,7447 | 4,1172 | 4,1172 |
| Q | 0,2901 | 0,2901 | 0,2901 | 3,2082 | 3,2082 |

Рассчитаем количественные характеристики СМО по формулам Литтла:

$$T_i = \frac{L_i}{\lambda} [c]$$

$$W_i = T_i - t_i [c]$$

Результаты расчетов:

Таблица 18. Количественные параметры СМО

| | Временные параметры СМО | | | | |
|---------|-------------------------|--------|--------|--------|--------|
| Метрики | СМО1 | СМО2 | СМО3 | СМО4 | СМО5 |
| T | 1,6384 | 1,6384 | 1,6384 | 9,0588 | 9,0588 |
| W | 0,6384 | 0,6384 | 0,6384 | 7,0588 | 7,0588 |

Ответ: ответом являются данные, приведенные в таблицах 17 и 18.

Задача 5

Заданы законы поступления и обслуживания заявок АСОИиУ, формализуемой в виде замкнутой СеМО, состоящей из одноканальных СМО. Необходимо сравнить временные и загрузочные характеристики функционирования СеМО и составляющих её СМО, полученные с помощью разных методов и выработать рекомендации по возможности практического использования этих методов.

Таблица 19. Исходные значения задачи 5.

| Кол-во заявок в СеМО | Кол-во СМО в СеМО | Время обслуживания в разных СМО | | | | |
|----------------------|-------------------|---------------------------------|----|----|----|----|
| | | t1 | t2 | t3 | t4 | t5 |
| 8 | 5 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 |

Для проведения сравнения получаемых характеристик, воспользуемся методом Базена, «узкого места» и «баланса».

Найдём временные и загрузочные характеристики функционирования СеМО методом Базена. Получим:

Таблица 20. Временные и загрузочные характеристики функционирования СеМО методом Базена.

| | СМО1 | СМО2 | СМО3 | СМО4 | СМО5 |
|---|--------|--------|--------|--------|---------|
| L | 0,3074 | 0,3074 | 0,8598 | 1,9898 | 4,5357 |
| Q | 0,0706 | 0,0706 | 0,3861 | 1,2793 | 3,5884 |
| T | 1,2980 | 1,2980 | 3,6304 | 8,4021 | 19,1526 |
| W | 0,2980 | 0,2980 | 1,6304 | 5,4021 | 15,1526 |

Найдём временные и загрузочные характеристики функционирования СеМО методом «узкое место». Получим:

Таблица 21. Временные и загрузочные характеристики функционирования СеМО методом «узкое место».

| | СМО1 | СМО2 | СМО3 | СМО4 | СМО5 |
|---|--------|--------|--------|--------|--------|
| L | 0,2991 | 0,2991 | 0,8101 | 1,8824 | 5,5652 |

| | | | | | |
|---|--------|--------|--------|--------|---------|
| Q | 0,0620 | 0,0620 | 0,3361 | 1,1712 | 4,6171 |
| T | 1,2617 | 1,2617 | 3,4177 | 7,9412 | 23,4783 |
| W | 0,2617 | 0,2617 | 1,4177 | 4,9412 | 19,4783 |

Найдём временные и загрузочные характеристики функционирования СеМО методом «баланса». Получим:

Таблица 22. Временные и загрузочные характеристики функционирования СеМО методом «баланса».

| | СМО1 | СМО2 | СМО3 | СМО4 | СМО5 |
|---|--------|--------|--------|--------|---------|
| L | 0,3175 | 0,3175 | 0,8793 | 2,1437 | 7,6273 |
| Q | 0,0690 | 0,0690 | 0,3824 | 1,3983 | 6,6334 |
| T | 1,2778 | 1,2778 | 3,5388 | 8,6273 | 30,6956 |
| W | 0,2778 | 0,2778 | 1,5388 | 5,6273 | 26,6956 |

Сравнение времени цикла с аналогами:

Возьмем характеристики, полученные методом Базена за идеальные и найдем погрешность среднего времени цикла обработки заявок методом Базена по сравнению с «узким местом»:

$$T_{\text{ц}} = \frac{N * t_1}{U_1} = 8 * \frac{1}{0,2368} = 33,7811 [c]$$

$$T_{\text{ц}}^{\text{YM}} \approx N * t_{\text{max}} + \sum_{i=1 \neq t_{\text{max}}}^N \frac{t_i}{t_{\text{max}}} * t_i = 8 * 4 + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} \right) = 33,75 [c]$$

Погрешность среднего времени цикла обработки заявок методом Базена

по сравнению с «узким местом» в СеМО: $\delta_1 = \frac{|T_{\text{ц}} - T_{\text{ц}}^{\text{YM}}|}{T_{\text{ц}}} 100 \approx 0,09\%$

Теперь найдем погрешность среднего времени цикла обработки заявок методом Базена по сравнению с «балансом»:

$$T_{\text{ц}}^{\text{CB}} = \frac{N * t_1}{\rho_1} = 8 * \frac{1}{0,3030} = 32,1954 [c]$$

$$\delta_2 = \frac{|T_{\text{ц}} - T_{\text{ц}}^{\text{CB}}|}{T_{\text{ц}}} * 100\% = 4,6938 \%$$

Ответ: наименьшим средними временами пребывания заявок в каждой СМО обладает метод Базена, а наибольшими – метод «баланса». Такие же соотношения и для средних времён ожидания заявок в очереди каждой СМО. Таким образом, видно, что по сравнению друг с другом все эти методы дают некую погрешность - не более 5%, что позволяет применять их для получения значений при инженерных расчётах.