

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ
им. Н.Э. Баумана

Кафедра «Систем обработки информации и управления»

Домашнее задание № 1
по курсу «Аналитические модели АСОИиУ»
Вариант 4

ИСПОЛНИТЕЛЬ:
группа ИУ5-14М

Журавлев Н. В.

подпись

"__" _____ 2023 г.

Москва - 2023

Содержание

<i>Содержание.....</i>	<i>2</i>
<i>Задача 1</i>	<i>3</i>
<i>Задача 2</i>	<i>4</i>
<i>Задача 3</i>	<i>6</i>
<i>Задача 4</i>	<i>8</i>
<i>Задача 5</i>	<i>10</i>

Задача 1

Заданы законы поступления и обслуживания заявок АСОИиУ, формализуемой в виде одноканальной СМО типа G/G/1. Необходимо определить временные и загрузочные характеристики функционирования СМО.

Номер варианта	Интенсивность входного потока заявок, (1/с)	Загрузка ОА	Параметр Эрланга интервалов времени входного потока	Параметр Эрланга интервалов времени обслуживания
В4	4	0,2	1	4

Таблица 1. Значения для задачи 1

Решение:

Найдём квадрат коэффициента вариации интервалов времени входного потока $\vartheta_{\text{вх}}^2$ и интервалов времени обслуживания ϑ_o^2 :

$$v^2 = \frac{1}{K_{\text{эрл}}} = 1$$

Откуда получаем выражения для ϑ_o^2 и $\vartheta_{\text{вх}}^2$:

$$\vartheta_o^2 = \frac{1}{K_{\text{эрл}_o}} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$\vartheta_{\text{вх}}^2 = \frac{1}{K_{\text{эрл}_{\text{вх}}}} = \frac{1}{1} = 1$$

По формуле Файнберга оценим количество заявок в очереди СМО:

$$Q = \frac{(v_{\text{вх}}^2 + v_o^2) * \rho^2}{2 * (1 - \rho)} = \frac{(1 + 0,25) * 0,2^2}{2 * (1 - 0,2)} = 0,03125$$

Оценим количество заявок в системе:

$$L = Q + \rho = 0,03125 + 0,2 = 0,23125$$

В соответствии с формулами Литтла находим время нахождения заявок в очереди и в системе соответственно:

$$W = \frac{Q}{\lambda} = \frac{0,03125}{4 \left[\frac{1}{c} \right]} = 0,0078125 [c]$$

$$T = \frac{L}{\lambda} = \frac{0,23125}{4 [1/c]} = 0,0578125 [c]$$

Ответ: $Q = 0,03125 [c]; L = 0,23125; W = 0,0078125 [c]; T = 0,0578125 [c]$

Задача 2

Заданы законы поступления и обслуживания заявок в подсистеме АСОИиУ, формализуемой в виде СМО с обратной связью. Необходимо определить временные и загрузочные характеристики функционирования СМО.

Номер варианта	Интенсивность входного потока заявок, (1/с), λ	Кол-во ОА, с	Загрузка одного ОА, ρ	Параметр Эрланга интервалов времени обслуживания, $K_{эрл_0}$	Вероятность повторной обработки заявок в ОА, p
В14	14	2	0,7	2	0,1

Таблица 2. Значения для задачи 2.

Решение:

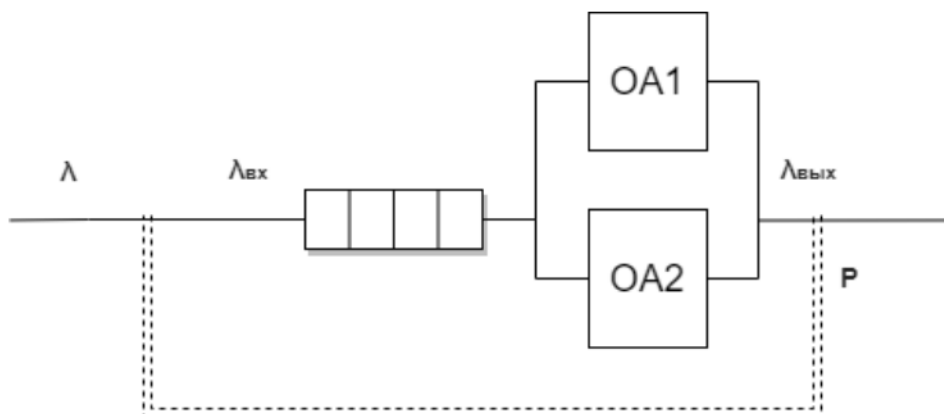


Схема 1. Схема взаимодействия СМО

Найдём квадрат коэффициента вариации интервалов времени входного потока $\vartheta_{вх}^2$ и интервалов времени обслуживания ϑ_0^2 :

$$\nu^2 = \frac{1}{K_{эрл}} = 1$$

Откуда получаем выражения для ϑ_0^2 :

$$\vartheta_0^2 = \frac{1}{K_{эрл_0}} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Так как система без отказов, то справедливо следующее соотношение:

$$\lambda_{вых} = \lambda_{вх}$$

Тогда получаем:

$$\lambda + \lambda_{вых} \times p = \lambda_{вых}$$

$$\lambda_{вых} = \frac{\lambda}{1-p} = \frac{14}{1-0,1} = 15,5(5)$$

Определим количество попаданий заявки на вход СМО за время ее пребывания в системе:

$$\alpha = \frac{\lambda}{1-p} = \frac{1}{1-0,1} = 1,1(1)$$

Определим количество заявок в очереди Q для СМО типа M/G/2 методом инвариантов отношений:

$$\frac{Q_{M/M/2}}{Q_{M/M/1}} \approx \frac{Q_{M/G/2}}{Q_{M/G/1}},$$

Определим количество заявок в очереди Q для СМО типа M/M/1 и M/M/2:

$$Q_{M/M/1} = \frac{\rho^2}{1-\rho} = \frac{0,7^2}{1-0,7} = 1,63$$

$$Q_{M/M/2} = \frac{2 \times \rho^3}{1-\rho^2} = \frac{2 \times 0,7^3}{1-0,7^2} = 1,35$$

По формуле Поллячека-Хинчина (2.10), находим:

$$Q_{M/G/1} \cong \frac{(1+\theta_0^2) \times \rho^2}{2 \times (1-\rho)} = \frac{(1+0,5) \times 0,7^2}{2 \times (1-0,7)} = 1,225$$

Из соотношения выше, находим $Q_{M/G/2}$:

$$Q_{M/G/2} \cong Q_{M/G/1} \times \frac{Q_{M/M/2}}{Q_{M/M/1}} = 1,225 \times \frac{1,35}{1,63} = 1,01$$

Оценим количество заявок в системе:

$$L = Q + c * \rho = 1,01 + 2 * 0,7 = 2,41$$

В соответствии с формулами Литтла находим время нахождения заявок в очереди и в системе соответственно:

$$W = \frac{Q}{\lambda_{\text{вх}}} * \alpha = \frac{1,01}{15,5(5)} * 1,1 = 0,07[c]$$

$$T = \frac{L}{\lambda_{\text{вх}}} * \alpha = \frac{2,41}{15,5(5)} * 1,1 = 0,17 [c]$$

Ответ: $Q = 1,01$; $L = 2,41$; $W = 0,07[c]$; $T = 0,17[c]$

Задача 3

Заданы законы поступления и обслуживания заявок АСОИиУ, формализуемой в виде СМО с отказами типа М/М/С/м. Необходимо определить временные и загрузочные характеристики функционирования СМО.

Номер варианта	Интенсивность входного потока заявок, (1/с), λ	Кол-во ОА, с	Загрузка одного ОА, ρ	Емкость буфера, m
В9	9	1	0,5	1, 2, 3

Таблица 3. Значения для задачи 2.

Рассчитаем основные характеристики для каждой из емкостей буферов. Найдем базовые характеристики системы (вероятность отказа заявкам в обслуживании, интенсивность потока обслуженных заявок, коэффициент использования обслуживающего аппарата соответственно):

$$P_{\text{отк}} = \frac{(\rho^{m+1} - \rho^{m+2})}{1 - \rho^{m+2}}$$

$$\lambda_c = (1 - P_{\text{отк}}) * \lambda$$

$$U = \frac{\lambda_c}{\mu} = (1 - P_{\text{отк}}) * \rho$$

Результаты приведены в таблице 4.

Метрика	Емкость буфера		
Номер буфера	1	2	3
$P_{\text{отк}}$	0,143	0,06(6)	0,032
λ_c	7,713	8,406	8,712
U	0,428	0,46(6)	0,484

Таблица 4. Вероятности отказа для разных емкостей буфера

Найдем основные временные и количественные характеристики по формулам:

$$Q = \frac{\rho^{m+2} * (1 - \rho^m * (m + 1) + m * \rho^{m+1})}{(1 - \rho^{m+2}) * (1 - \rho)}$$

$$L = Q + U$$

$$W = \frac{Q}{\lambda_c} [c]$$

$$T = \frac{L}{\lambda_c} [c]$$

Результаты представлены в таблице 5.

Метрика	Размер буфера		
Номер буфера	1	2	3
Q	0,143	0,26(6)	0,355
L	0,571	0,73(3)	0,834
W	0,0185	0,0317	0,0407
T	0,074	0,087	0,096

Таблица 5. Количественные и временные характеристики СМО с отказами

Ответ: $Q = 0,143/0,26(6)/0,355;$ $L = 0,571/0,73(3)/0,834;$
 $W = 0,0185/0,0317/0,0407$ [с]; $T = 0,074/0,087/0,096$ [с] для ёмкости буфера,
 равного 1, 2 и 3 соответственно.

Задача 4

Заданы законы поступления и обслуживания заявок АСОИиУ, формализуемой в виде разомкнутой СМО с обратными связями, состоящей из М/М/С. Необходимо определить временные и загрузочные характеристики функционирования СМО.

Номер варианта	Интенсивность входного потока заявок (1/с), λ	Кол-во ОА в фазах			Интенсивность ОА в фазах (1/с), μ			Вероятности переходов между фазами				
		1	2	3	1	2	3	P_{12}	P_{13}	P_{21}	P_{31}	$P_{\text{вых}}$
В4	1	1	1	1	15	10	10	0,8	0,2	0,5	1	0,5

Таблица 6. Значения для задачи 4.

Схема системы:

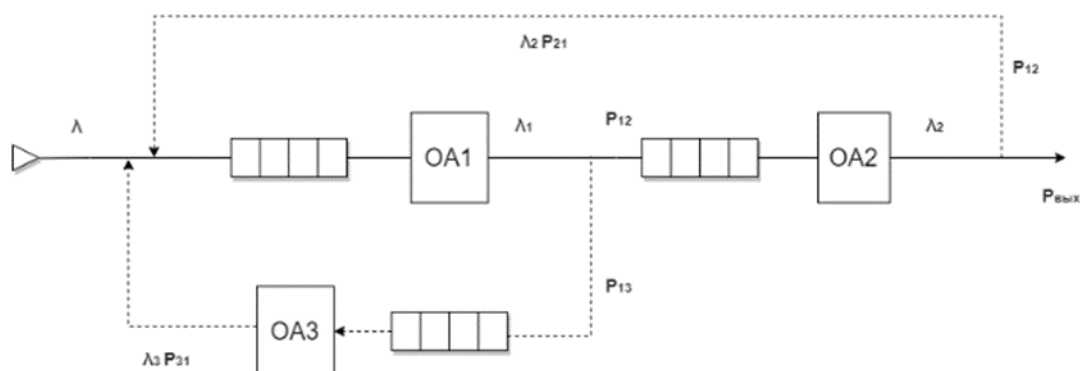


Схема 1. Схема взаимодействия СМО.

Найдём интенсивность входных потоков в каждую СМО:

$$\lambda_1 = \frac{\lambda}{1 - P_{12} \times P_{21} - P_{13}} = \frac{1}{1 - 0,8 \times 0,5 - 0,2} = 2,5 \left[\frac{1}{\text{с}} \right]$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 \times P_{12} = 2,5 \times 0,8 = 2 \left[\frac{1}{\text{с}} \right]$$

$$\lambda_3 = \frac{\lambda_1 \times P_{13}}{P_{31}} = \frac{2,5 \times 0,2}{1} = 0,5 \left[\frac{1}{\text{с}} \right]$$

Определим стационарность каждой СМО, для этого найдём у них загрузку ОА

ρ :

$$\rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1 \times c_1} = \frac{2,5}{15 \times 1} = 0,17$$

$$\rho_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2 \times c_2} = \frac{2}{10 \times 1} = 0,2$$

$$\rho_3 = \frac{\lambda_3}{\mu_3 \times c_3} = \frac{0,5}{10 \times 1} = 0,05$$

Т.к. $\rho_1, \rho_2, \rho_3 < 1$, следовательно СеМО стационарно.

Рассчитаем основные количественные и временные характеристики:

$$Q_i = \frac{c_i \times \rho_i^{c_i+1}}{1 - \rho_i^{c_i+1}}$$

$$L_i = Q_i + c_i \times \rho_i^{c_i+1}$$

$$W_i = \frac{1}{(1 - \rho_i^{c_i+1}) \times \mu}$$

$$T_i = \frac{1}{(1 - \rho_i^{c_i+1}) \times \mu}$$

Результаты расчетов приведены в таблице 7.

	СМО1	СМО2	СМО3
Q_i	0,035	0,05	0,5
L_i	0,205	0,25	1
W_i	0,002	0,005	0,05
T_i	0,08	0,125	0,2

Таблица 7. Временные и количественные характеристики СМО и СеМО

Найдём среднее время пребывания T в системе в целом:

$$T = \sum_{i=1}^3 T_i = (0,08 + 0,125 + 0,2) = 0,405 [c]$$

Ответ: $Q_1 = 0,035$, $Q_2 = 0,05$, $Q_3 = 0,5$; $L_1 = 0,205$, $L_2 = 0,25$, $L_3 = 1$; $W_1 = 0,002 [c]$, $W_2 = 0,005 [c]$, $W_3 = 0,05 [c]$; $T_1 = 0,08 [c]$, $T_2 = 0,125 [c]$, $T_3 = 0,2 [c]$; среднее время пребывания заявок в целом в СеМО $T = 0,405 [c]$.

Задача 5

Заданы законы поступления и обслуживания заявок в подсистеме АСОИиУ, формализуемой в виде СМО с приоритетами. Необходимо определить временные и загрузочные характеристики функционирования СМО.

	Интенсивность входного потока заявок, (1/с)), λ		Среднее время обслуживания заявок, (с), t_o	
Номер варианта	1 приоритет	2 приоритет	1 приоритет	2 приоритет
В24	1	4	0,1	0,2

Таблица 8. Значения для задачи 5.

Определим базовые параметры СМО для заявок каждого приоритета.

$$\rho_i = \lambda_i * t_{o_i}$$

Результаты приведены в таблице 9.

Приоритет заявок	λ_i	ρ_i
1 приоритет	1	0,1
2 приоритет	4	0,8

Таблица 9. Базовые параметры СМО с параметрами

Рассчитаем основные характеристики для СМО с относительными и абсолютными приоритетами. Для СМО М/М/1 с относительными приоритетами используется следующий набор функций:

$$W_1 = \frac{\rho_1 * t_{o_1} + \rho_2 * t_{o_2}}{1 - \rho_1}$$

$$W_2 = \frac{\rho_1 * t_{o_1} + \rho_2 * t_{o_2}}{(1 - \rho_1) * (1 - \rho_1 - \rho_2)}$$

$$Q_i = \frac{W_i}{\lambda_i}$$

$$L_i = Q_i + \rho_i$$

$$T_i = \frac{L_i}{\lambda_i}$$

Где i – приоритет заявки.

Результаты вычисления характеристик для СМО с относительными приоритетами приведены в таблице 10.

Приоритетность заявок	W	Q	L	T
1 приоритет	0,18(8)	0,18(8)	0,28(8)	0,28(8)
2 приоритет	1,8(8)	0,472(2)	1,27(2)	0,3175

Таблица 10. Характеристики для СМО с относительными приоритетами
 Для СМО М/М/1 с абсолютными приоритетами используются следующие функции:

$$W_1 = \frac{\rho_1 * t_{o_1}}{1 - \rho_1}$$

$$W_2 = \frac{\rho_1 * t_{o_2}}{1 - \rho_1} + \frac{\rho_1 * t_{o_1} + \rho_2 * t_{o_2}}{(1 - \rho_1) * (1 - \rho_1 - \rho_2)}$$

$$Q_i = \frac{W_i}{\lambda_i}$$

$$L_i = Q_i + \rho_i$$

$$T_i = \frac{L_i}{\lambda_i}$$

Результаты вычисления характеристик для СМО с абсолютными приоритетами приведены в таблице 11.

Приоритетность заявок	W	Q	L	T
1 приоритет	0,01(1)	0,01(1)	0,1(1)	0,1(1)
2 приоритет	1,91	0,477	0,98	0,245

Таблица 11. Характеристики для СМО с абсолютными приоритетами

Ответ: Ответом являются вычисленные значения, приведенные в таблицах выше:
 Таблица 10 (для относительных приоритетов), Таблица 11 (для абсолютных приоритетов).