Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

(национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н. Э. Баумана)

Факультет «Робототехника и комплексная автоматизация»

Кафедра «Системы автоматизированного проектирования»

**Домашнее задание**

**по дисциплине**

**«Теория вероятности и математическая статистика»**

**Вариант 21**

Выполнил: студент группы РК6-32Б Фадеичев Д. А.

Проверил: Берчун Ю. В.

Москва

2020

***Типовой расчет №4***

1.1) Постройте свой генератор с параметрами a = R1, c = G1, X0 = B1, m = 100 (здесь и далее числовые значения берутся из таблиц исходных данных к первому домашнему заданию). Составьте таблицу элементов последовательности до первого повторения, определите период генератора.

1.2) Постройте свой генератор с рационально выбранными параметрами a и c (согласно таблицам ниже), X0 = B1, m = 100. Составьте таблицу элементов последовательности до первого повторения, убедитесь в достижении максимального периода генератора.

1.3) Возьмите первые n = 50 значений из ранее полученной таблицы. Разбейте отрезок [0;99] на r = 10 равных частей [0;9], [10;19], …, [90;99]. Определите число элементов усечённой последовательности ni, попавших в соответствующий диапазон и постройте гистограмму.

1.4) Рассчитаем значение коэффициента по n = 50 точкам:

где pi – вероятность попадания случайной величины в соответствующий диапазон (численно соответствует площади под графиком плотности распределения для рассматриваемого диапазона).

Для равномерного распределения , и поэтому в рассматриваемой задаче .

1.5) Требуется определить такое значение уровня значимости, с которым можно принять гипотезу о том, что статистическая выборка соответствует равномерному распределению. Полученный уровень значимости можно будет рассматривать как характеристику качества работы генератора случайных чисел, с помощью которого была получена статистическая выборка.

Таблицы критических значений распределения в часто ограничены представлением уровней значимости, близкими к 0 или к 1. Поэтому в рамках решаемой задачи рекомендуется пользоваться расширенным вариантом этой таблицы, в котором представлены и промежуточные значения (приводится ниже).

1.6) Требуется рассчитать выборочные характеристики (выборочное среднее, смещённую и исправленную оценки выборочной дисперсии) для n = 5, 10, 25 и 50 и сравнить их с соответствующими характеристиками теоретического равномерного распределения (математическим ожиданием и дисперсией). Результаты свести в таблицу, с указанием величины отклонений от теоретических значений.

2.1) Требуется провести 100 экспериментов, меняя значение rnd. Результаты моделирования оформляются в виде таблицы, в которой предусматриваются следующие столбцы:

* коэффициент загрузки первого кассира;
* коэффициент загрузки второго кассира;
* средняя длина первой очереди;
* средняя длина второй очереди.

Рассчитайте выборочные средние и исправленные выборочные оценки дисперсии для каждой собранной характеристики при n = 10, 25, 50, 100.

На основе полученных выборок для n = 100 построить гистограммы. Ширину интервалов выбирать не более половины исправленной оценки среднеквадратичного отклонения соответствующей величины. При попадании в крайние интервалы менее 5 значений объединять их с соседними.

2.2) Для каждой пары собранных характеристик рассчитайте выборочные ковариации и коэффициенты корреляции (для значений n = 10, 25, 50, 100).

2.3) Для тех же значений n = 10, 25, 60 требуется рассчитать доверительные интервалы для математических ожиданий каждой из собранных характеристик с уровнями значимости = 0,1 и 0,01 (для двусторонней симметричной области).

**R1 = 7; G1 = 9; B1 = 7.**

**a = 41; c = 27; m = 100.**

1.1)

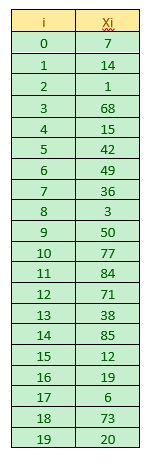
Для построения генератора воспользуемся формулой:

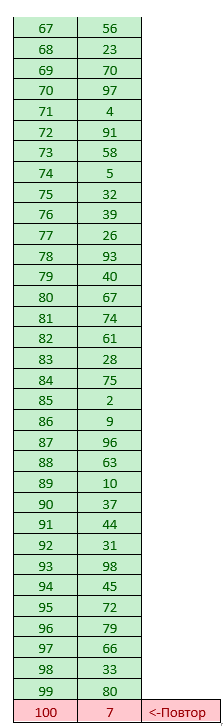
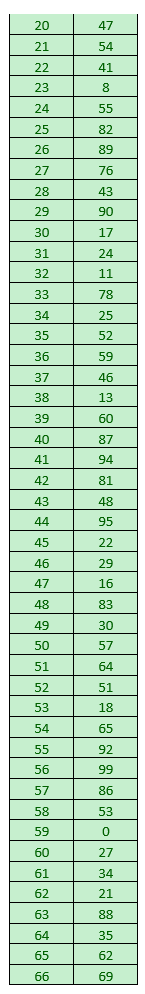
Составим таблицу элементов последовательности до первого повторения, при моих начальных данных (Все расчеты произведены в Excel):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| i | Xi |  |
| 0 | 7 |  |
| 1 | 58 |  |
| 2 | 15 |  |
| 3 | 14 |  |
| 4 | 7 | <-Повтор |

Элементы с 0 по 3 повторяются, значит в данном случае период генератора равен 4.

1.2)

Теперь составим таблицу элементов последовательности по той же формуле, но с рационально выбранными параметрами a и c, опять же до первого повторения (Все расчеты произведены в Excel):



Можно убедиться, что период генератора равен 100 если рационально выбрать параметры a и c.

1.3)

Возьмем первые n = 50 значений из ранее полученной таблицы. Разобьем отрезок [0;99] на r = 10 равных частей [0;9], [10;19], …, [90;99]. Определим число элементов усечённой последовательности *,* попавших в соответствующий диапазон (Все расчеты произведены в Excel):

|  |  |
| --- | --- |
| [0;9] | 5 |
| [10;19] | 8 |
| [20;29] | 5 |
| [30;39] | 3 |
| [40;49] | 7 |
| [50;59] | 5 |
| [60;69] | 2 |
| [70;79] | 5 |
| [80;89] | 7 |
| [90;99] | 3 |

Построим гистограмму:

1.4)

Если бы мы имели дело с идеальным генератором, то на каждый отрезок попало бы ровно по 5 значений. В нашем же случае высота столбиков разная, значит нужно оценить, насколько критичны эти отклонения.

Воспользуемся методом проверки статистических гипотез на основе критерия Пирсона:

Численно оценим совокупную величину отклонения элементов выборки от теоретически ожидаемых результатов:

Для равномерного распределения , и поэтому в рассматриваемой задаче .

В моем случае получается, что

(Все расчеты произведены в Excel)

1.5)

Определим такое значение уровня значимости, с которым можно принять гипотезу о том, что статистическая выборка соответствует равномерному распределению (по таблице).

В нашем случае

1.6)

Рассчитаем выборочные характеристики (выборочное среднее, смещённую и исправленную оценки выборочной дисперсии) для n = 5, 10, 25 и 50:

Выборочное среднее определяется как среднее арифметическое элементов выборки:

Выборочная дисперсия определяется как

Исправленная оценка выборочной дисперсии:

Сравним их с соответствующими характеристиками теоретического равномерного распределения (математическим ожиданием и дисперсией):

Математическое ожидание равномерного распределения:

Дисперсия равномерного распределения:

Результаты сведем в таблицу, с указанием величины отклонений от теоретических значений (Все расчеты произведены в Excel):

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| n | M | D | x̅ | σ^2 | S^2 | |x̅-M| | |σ^2-D| | |S^2-D| |
| 5 | 49,5 | 816,75 | 21 | 578 | 722,5 | 28,5 | 238,75 | 94,25 |
| 10 | 49,5 | 816,75 | 28,5 | 494,25 | 549,1667 | 21 | 322,5 | 267,5833 |
| 25 | 49,5 | 816,75 | 39 | 716 | 745,8333 | 10,5 | 100,75 | 70,91667 |
| 50 | 49,5 | 816,75 | 46,5 | 832,25 | 849,2347 | 3 | 15,5 | 32,48469 |

2.1)

Проведём 100 экспериментов, рассматривая имитационную модель системы массового обслуживания на GPSS, меняя значение rnd. Результаты моделирования оформим в виде таблицы, со столбцами:

* + коэффициент загрузки первого кассира;
  + коэффициент загрузки второго кассира;
  + средняя длина первой очереди;
  + средняя длина второй очереди.

(Таблица в Excel)

Рассчитаем выборочные средние и исправленные выборочные оценки дисперсии для каждой собранной характеристики при n = 10, 25, 50, 100:

(Все расчеты произведены в Excel)

На основе полученных выборок для n = 100 построим гистограммы. Ширину интервалов выберем не более половины исправленной оценки среднеквадратичного отклонения соответствующей величины. При попадании в крайние интервалы менее 5 значений объединим их с соседними (Все расчеты произведены в Excel):

2.2)

Для каждой пары собранных характеристик рассчитаем выборочные ковариации и коэффициенты корреляции (для значений n = 10, 25, 50, 100):

(Все расчеты произведены в Excel)

Исправленная выборочная ковариация пары случайных величин записывается в виде:

Исправленный выборочный коэффициент корреляции представляет собой отношение исправленной выборочной ковариации к произведению исправленных выборочных среднеквадратичных отклонений:

2.3)

Для значений n = 10, 25, 60 рассчитаем доверительные интервалы для математических ожиданий каждой из собранных характеристик с уровнями значимости = 0,1 и 0,01 (для двусторонней симметричной области):

(Все расчеты произведены в Excel)

мы ищем по таблице критических точек распределения Стьюдента.