

Задание 8

Коновалов Андрей, 074

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ

Задача 1

(i) Пронумеруем вершины сверху вниз слева направо. Тогда для вершины 3 утверждение А выполнено, но точкой раздела она не является.

(ii) Утверждение В для вершины 3 выполнено.

(iii) Вычислим $low(v)$, получим

$$low(1) = low(2) = 1; \quad low(3) = low(4) = \emptyset;$$

Задача 3

(i) Необходимо найти путь с максимальным $\prod_{i=1}^{k-1} r(v_i, v_{i+1}) = L$. Заметим, что максимизировать L в случае положительных ребер, это все равно, что максимизировать $\log L$, поскольку он строго монотонно возрастает.

Если в графе есть нулевые ребра, то для начала можно просто поиском в глубину проверить наличие пути с их использованием, а затем выкинуть из графа. Если теперь мы найдем положительный путь, то будем использовать его, если нет - то уже найденный нулевой (если он был, конечно).

Теперь заметим, что $\log L = \log r_1 + \dots + \log r_{k-1}$. Соответственно необходимо промаксимизировать эту сумму. Поскольку $r_i \leq 1$, то $\log r_i < 0$. Получаем, что промаксимизировать ту сумму, это все равно что проминимизировать сумму $|\log r_1| + \dots + |\log r_{k-1}|$. Теперь заменим метки на ребрах r_i на $|\log r_i|$ и воспользуемся алгоритмом Дейкстры, что бы найти путь минимальной длины, а соответственно и с минимальной суммой меток.

При решении мы используем поиск в глубину и алгоритм Дейкстры, а значит сложность будет $O(|V|^2)$.