# Задание 11

Коновалов Андрей, 074

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Σ |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

**Задача 1**

*(i)* Утверждение не верно, например для 2-КНФ $(x \vee y) \wedge (x \vee \bar{y})$. Она выполняется при $x = y = 1$, но в графе, ей соответствующем, есть путь из $\bar{x}$ в $x$.

**Задача 2**

*(i)* В случае константы $c \leq \frac{1}{3}$ утверждение очевидно. В случае константы $c \in (\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$ нужно произвести $\log_c \frac{1}{3}$ проверок и выдать наиболее часто встречаемый из полученных ответ. Полиномиальность по среднему числу шагов сохранится.

**Задача 5**

*(ii)* При выполнении алгоритма $n - 2$ раза выбирается новое ребро и каждый раз, вероятность того, что оно входит в минимальный разрез не превышает $\frac{2}{|V_i|}$. А значит вероятность, что ребро не входит в минимальный разрез не меньше, чем $1 - \frac{2}{|V_i|}$.

Получаем, что вероятность того, что полученный в итоге набор ребер будет минимальным разрезом не меньше, чем

$$\frac{n-2}{n} \cdot \frac{n-3}{n-1} \cdot \frac{n-4}{n-2} \cdot \frac{n-5}{n-3} \cdot ... \cdot \frac{5-2}{5} \cdot \frac{4-2}{4} \cdot \frac{3-2}{3}$$

После сокращения получим

$$\frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot \frac{4-2}{1} \cdot \frac{3-2}{1} = \frac{2}{n(n-1)}$$

*(iii)* Для того, что бы это доказать, достаточно показать, что функция

$$f(n) = \left(1 - \frac{2}{n(n-1)}\right)^{n^2}$$

строго возрастает на $(2, +\infty)$, а так же, что

$$\lim_{n \to \infty} f(n) = e^{-2} < 0.15 = 1 - 0.85$$