

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский университет ИТМО»  
Мегафакультет трансляционных информационных технологий  
Факультет информационных технологий и программирования

**Лабораторная работа № 1**  
**По дисциплине «Прикладная математика»**  
**Одномерная минимизация функции на отрезке.**

**Выполнил студент группы №М32091**  
**Зернова Полина Алексеевна**

**Проверила**  
**Гомозова Валерия Эдуардовна**

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ

2022

## **1. Реализация методов ([https://github.com/alirise/app\\_math/tree/master/lab1](https://github.com/alirise/app_math/tree/master/lab1))**

На вход всех методов подается унимодальная функция  $f(x)$ , а и  $b$  – промежуток, на котором необходимо найти минимум и  $\epsilon$  – точность.

### **1.1. Метод дихотомии**

Алгоритм:

// цикл

- найти середину отрезка
- получить две точки,  $c$  и  $d$ , удаленные от середины отрезка на  $\epsilon / 2$
- сравнить значения функции в полученных точках и сдвинуть соответствующую границу, если  $f(c) < f(d)$ , то  $b = d$ , иначе  $a = c$
- повторять пока  $0.5 * (b - a) > \epsilon$ , иначе вернуть  $0.5 * (a + b)$

Характеристики:

- гарантированно сходится
- линейная скорость сходимости
- так как  $c$  и  $d$  близки к середине отрезка, то на каждой итерации отрезок сокращается почти в 2 раза
- 2 вызова функции за итерацию

### **1.2. Метод золотого сечения**

Алгоритм:

- получить две точки,  $c = b + \tau * (a - b)$  и  $d = a + \tau * (b - a)$ , где  $\tau = 1 / (0.5 * (1 + \sqrt{5}))$ , разбивающие отрезок в соотношении золотого сечения

// цикл

- сравнить значения функции в полученных точках и сдвинуть соответствующую границу, если  $f(c) < f(d)$ , то  $b = d$ , иначе  $a = c$
- так как отрезок был разделен в отношении золотого сечения можно сохранить оставшуюся точку, так как она будет делить новый отрезок в отношении золотого сечения
- посчитать новое значение точки  $d$ , если  $f(c) < f(d)$ , иначе  $c$  по формулам из первого шага
- повторять пока  $b - a > \epsilon$ , иначе вернуть  $0.5 * (a + b)$

Характеристики:

- гарантированно сходится
- линейная скорость сходимости
- 2 вызова функции на 1 итерации, на последующих - 1
- постоянный коэффициент сокращения интервала, 0.618

### **1.3. Метод Фибоначчи**

Алгоритм:

- из неравенства  $(b - a) / F_n \leq \epsilon$  найти  $n$

### *Одномерная минимизация функции на отрезке.*

- получить две точки и значения функции в них,  $c = a + F_{n-2} / F_n * (b - a)$  и  $d = a + F_{n-1} / F_n * (b - a)$ , где  $F_i$ , -  $i$  число в последовательности Фибоначчи

// цикл

-  $n = n - 1$

- сравнить значения функции в полученных точках и сдвинуть соответствующую границу, если  $f(c) < f(d)$ , то  $b = d$ , иначе  $a = c$

- сохранить оставшуюся точку и ее значение,  $c$  и  $f(c)$ , если  $f(c) < f(d)$ , иначе  $d$  и  $f(d)$

- посчитать новое значение точки  $c$ , если  $f(d) < f(c)$ , иначе  $d$  по формулам из второго шага

- повторять пока  $n > 2$ , иначе вернуть  $0.5 * (a + b)$

Характеристики:

- гарантированно сходится

- линейная скорость сходимости

- коэффициент сокращения интервала будет меняться от итерации к итерации

- 2 вызова функции на 1 итерации, на последующих - 1

- дополнительные затраты на вычисление последовательности Фибоначчи и  $n$

#### **1.4. Метод парабол**

Алгоритм:

- выбрать произвольную точку  $x$  на интервале  $[a, b]$

- вычислить значения функции в точках  $a, x, b$

- найти  $u$  - минимум параболы, проходящей через  $a, b, x$  и вычислить значение функции в нем

- сравнить значения функции в точках  $u$  и  $x$ , сдвинуть соответствующую границу и обновить значение  $x$  при необходимости:

$x < u$ :

$f(x) < f(u)$ :  $b = u$ , иначе  $a = x$  и  $x = u$

$u \leq x$ :

$f(x) < f(u)$ :  $a = u$ , иначе  $b = x$  и  $x = u$

- повторять пока  $|u - u_{\text{prev}}| > \varepsilon$ , иначе вернуть  $u$

Характеристики:

- не гарантированно, что метод сходится

- суперлинейная скорость сходимости

#### **1.5. Метод Брента**

- задать три точки  $v, w, x = b + \tau * (a - b)$ , где  $\tau = 1 / (0.5 * (1 + \sqrt{5}))$

- вычислить значение функции в точках  $a, b, x$

// цикл

## Одномерная минимизация функции на отрезке.

- если метод парабол устойчив, с помощью  $v$ ,  $w$  и  $x$  вычисляем  $u$  и сокращаем интервал с помощью метода парабол, иначе используем метод золотого сечения
- обновить переменные, учитывая, что  $x$  – точка, в которой функция принимает минимальное известное на данный момент значение,  $w$  – точка, в которой функция принимает второе наименьшее значение известное на данный момент значение,  $v$  – предыдущее значение  $w$
- повторять пока  $b - a > \epsilon$ , иначе вернуть  $0.5 * (a + b)$

Характеристики:

- гарантированно сходится
- обычно скорость сходимости суперлинейная, в худшем случае линейная
- как правило, первые две итерации – золотое сечение, далее только метод парабол

## 2. Сравнение методов на унимодальной функции

$y(x) = \sin(x) \cdot x^3$ , интервал –  $[3, 7]$

### 2.1. $\epsilon = 1e-3$

Краткое сравнение

Метод	Количество итераций	Кол-во вычислений функции
Дихотомия	12	24
Золотое сечение	18	20
Фибоначчи	17	19
Парабола	8	11
Брент	9	10

Подробные логи

[ iteration ]	[ function_calls ]	[ a ]	[ b ]	[ interval_decrease ]
0	0	3.000000000	7.000000000	1.000000000
1	2	4.999500000	7.000000000	1.999500125
2	4	4.999500000	6.000250000	1.999000749
3	6	4.999500000	5.500375000	1.998003494
4	8	4.999500000	5.250437500	1.996014944
5	10	5.124468750	5.250437500	1.992061523
6	12	5.186953125	5.250437500	1.984248093
7	14	5.218195312	5.250437500	1.968984735
8	16	5.218195312	5.234816406	1.939835488
9	18	5.226005859	5.234816406	1.886499667
10	20	5.229911133	5.234816406	1.796137766
11	22	5.231863770	5.234816406	1.661319663
12	24	5.231863770	5.233840088	1.494008647
Dichotomous search: 5.232851929				

## Одномерная минимизация функции на отрезке.

[ iteration ]	[ function_calls ]	[ a ]	[ b ]	[ interval_decrease ]
0	2	3.000000000	7.000000000	1.000000000
1	3	4.527864045	7.000000000	1.618033989
2	4	4.527864045	6.055728090	1.618033989
3	5	4.527864045	5.472135955	1.618033989
4	6	4.888543820	5.472135955	1.618033989
5	7	5.111456180	5.472135955	1.618033989
6	8	5.111456180	5.334368540	1.618033989
7	9	5.196601125	5.334368540	1.618033989
8	10	5.196601125	5.281746070	1.618033989
9	11	5.196601125	5.249223595	1.618033989
10	12	5.216701120	5.249223595	1.618033989
11	13	5.216701120	5.236801115	1.618033989
12	14	5.224378635	5.236801115	1.618033989
13	15	5.229123600	5.236801115	1.618033989
14	16	5.229123600	5.233868565	1.618033989
15	17	5.230936015	5.233868565	1.618033989
16	18	5.232056150	5.233868565	1.618033989
17	19	5.232056150	5.233176284	1.618033989
18	20	5.232484003	5.233176284	1.618033989
Golden section search: 5.232830144				

[ iteration ]	[ function_calls ]	[ a ]	[ b ]	[ interval_decrease ]
0	2	3.000000000	7.000000000	1.000000000
1	3	4.527864147	7.000000000	1.618034056
2	4	4.527864147	6.055728295	1.618033813
3	5	4.527864147	5.472135853	1.618034448
4	6	4.888543411	5.472135853	1.618032787
5	7	5.111456589	5.472135853	1.618037135
6	8	5.111456589	5.334369768	1.618025751
7	9	5.196603683	5.334369768	1.618055556
8	10	5.196603683	5.281750777	1.617977528
9	11	5.196603683	5.249222674	1.618181818
10	12	5.216694571	5.249222674	1.617647059
11	13	5.216694571	5.236785458	1.619047619
12	14	5.224348242	5.236785458	1.615384615
13	15	5.229131787	5.236785458	1.625000000
14	16	5.229131787	5.233915331	1.600000000
15	17	5.231045204	5.233915331	1.666666667
16	18	5.232001913	5.233915331	1.500000000
17	19	5.232958622	5.233915331	2.000000000
Fibonacci search: 5.233436977				

[ iteration ]	[ function_calls ]	[ a ]	[ b ]	[ interval_decrease ]
0	3	3.000000000	7.000000000	1.000000000
1	4	4.527528324	7.000000000	1.617814287
2	5	5.000000000	7.000000000	1.236235838
3	6	5.085069245	7.000000000	1.044424189
4	7	5.186461040	7.000000000	1.055908253
5	8	5.210884755	7.000000000	1.013651281
6	9	5.225741505	7.000000000	1.008373498
7	10	5.229932513	7.000000000	1.002367711
8	11	5.229932513	7.000000000	1.000000000
Parabolic interpolation: 5.232529859				

## Одномерная минимизация функции на отрезке.

[ iteration ]	[ method ]	[ function_calls ]	[ a ]	[ b ]	[ interval_decrease ]
0	start	1	3.000000000	7.000000000	1.000000000
1	golden	2	4.527864045	7.000000000	1.618033989
2	golden	3	4.527864045	6.055728090	1.618033989
3	parabolic	4	4.527864045	5.472135955	1.618033989
4	parabolic	5	5.151679792	5.472135955	2.946649247
5	parabolic	6	5.204022335	5.472135955	1.195225229
6	parabolic	7	5.229093178	5.472135955	1.103154032
7	parabolic	8	5.229093178	5.233442128	55.885382265
8	parabolic	9	5.229093178	5.232954974	1.126147037
9	parabolic	10	5.232938111	5.232954974	229.006905454
Brent's method: 5.232946543					

### 2.2. epsilon = 1e-7

Краткое сравнение

Метод	Количество итераций	Кол-во вычислений функции
Дихотомия	26	52
Золотое сечение	37	39
Фибоначчи	37	39
Парабола	17	20
Брент	11	12

Подробные логи

[ iteration ]	[ function_calls ]	[ a ]	[ b ]	[ interval_decrease ]
0	0	3.000000000	7.000000000	1.000000000
1	2	4.999999950	7.000000000	1.999999950
2	4	4.999999950	6.000000025	1.999999900
3	6	4.999999950	5.500000037	1.999999800
4	8	4.999999950	5.250000044	1.999999600
5	10	5.124999947	5.250000044	1.999999200
6	12	5.187499945	5.250000044	1.999998400
7	14	5.218749945	5.250000044	1.999996800
8	16	5.218749945	5.234375044	1.999993600
9	18	5.226562444	5.234375044	1.999987200
10	20	5.230468694	5.234375044	1.999974401
11	22	5.232421819	5.234375044	1.999948803
12	24	5.232421819	5.233398482	1.999897610
13	26	5.232910100	5.233398482	1.999795242
14	28	5.232910100	5.233154341	1.999590568
15	30	5.232910100	5.233032271	1.999181471
16	32	5.232910100	5.232971236	1.998364280
17	34	5.232910100	5.232940718	1.996733902
18	36	5.232925359	5.232940718	1.993489070
19	38	5.232932989	5.232940718	1.987062376
20	40	5.232936803	5.232940718	1.974455240
21	42	5.232936803	5.232938811	1.950183043
22	44	5.232937757	5.232938811	1.905094012
23	46	5.232938234	5.232938811	1.826640848
24	48	5.232938234	5.232938572	1.704507945
25	50	5.232938353	5.232938572	1.543814945
26	52	5.232938353	5.232938513	1.373451818
Dichotomous search: 5.232938433				

# Одномерная минимизация функции на отрезке.

[ iteration ]	[ function_calls ]	[ a ]	[ b ]	[ interval_decrease ]
0	2	3.000000000	7.000000000	1.000000000
1	3	4.527864045	7.000000000	1.618033989
2	4	4.527864045	6.065728090	1.618033989
3	5	4.527864045	5.472135955	1.618033989
4	6	4.888543820	5.472135955	1.618033989
5	7	5.111456180	5.472135955	1.618033989
6	8	5.111456180	5.334368540	1.618033989
7	9	5.196601125	5.334368540	1.618033989
8	10	5.196601125	5.281746070	1.618033989
9	11	5.196601125	5.249223595	1.618033989
10	12	5.216701120	5.249223595	1.618033989
11	13	5.216701120	5.236801115	1.618033989
12	14	5.224378635	5.236801115	1.618033989
13	15	5.229123600	5.236801115	1.618033989
14	16	5.229123600	5.233868565	1.618033989
15	17	5.230936015	5.233868565	1.618033989
16	18	5.232056150	5.233868565	1.618033989
17	19	5.232056150	5.233176284	1.618033989
18	20	5.232484003	5.233176284	1.618033989
19	21	5.232748431	5.233176284	1.618033989
20	22	5.232748431	5.233012859	1.618033989
21	23	5.232849433	5.233012859	1.618033989
22	24	5.232911856	5.233012859	1.618033989
23	25	5.232911856	5.232974279	1.618033989
24	26	5.232911856	5.232950436	1.618033989
25	27	5.232926592	5.232950436	1.618033989
26	28	5.232926592	5.232941328	1.618033989
27	29	5.232932221	5.232941328	1.618033989
28	30	5.232935700	5.232941328	1.618033989
29	31	5.232935700	5.232939178	1.618033989
30	32	5.232937028	5.232939178	1.618033989
31	33	5.232937850	5.232939178	1.618033989
32	34	5.232937850	5.232938671	1.618033989
33	35	5.232938163	5.232938671	1.618033988
34	36	5.232938357	5.232938671	1.618033991
35	37	5.232938357	5.232938551	1.618033989
36	38	5.232938357	5.232938477	1.618033987
37	39	5.232938403	5.232938477	1.618033993
Golden section search: 5.232938440				

## Одномерная минимизация функции на отрезке.

[ iteration ]	[ function_calls ]	[ a ]	[ b ]	[ interval_decrease ]
0	2	3.000000000	7.000000000	1.000000000
1	3	4.527864045	7.000000000	1.618033989
2	4	4.527864045	6.055728090	1.618033989
3	5	4.527864045	5.472135955	1.618033989
4	6	4.888543820	5.472135955	1.618033989
5	7	5.111456180	5.472135955	1.618033989
6	8	5.111456180	5.334368540	1.618033989
7	9	5.196601125	5.334368540	1.618033989
8	10	5.196601125	5.281746070	1.618033989
9	11	5.196601125	5.249223595	1.618033989
10	12	5.216701120	5.249223595	1.618033989
11	13	5.216701120	5.236801115	1.618033989
12	14	5.224378635	5.236801115	1.618033989
13	15	5.229123600	5.236801115	1.618033989
14	16	5.229123600	5.233868565	1.618033989
15	17	5.230936015	5.233868565	1.618033989
16	18	5.232056150	5.233868565	1.618033988
17	19	5.232056150	5.233176284	1.618033990
18	20	5.232484003	5.233176284	1.618033985
19	21	5.232748431	5.233176284	1.618033999
20	22	5.232748431	5.233012859	1.618033963
21	23	5.232849433	5.233012859	1.618034056
22	24	5.232911856	5.233012859	1.618033813
23	25	5.232911856	5.232974279	1.618034448
24	26	5.232911856	5.232950436	1.618032787
25	27	5.232926592	5.232950436	1.618037135
26	28	5.232926592	5.232941328	1.618025751
27	29	5.232932221	5.232941328	1.618055556
28	30	5.232935700	5.232941328	1.617977528
29	31	5.232935700	5.232939178	1.618181818
30	32	5.232937028	5.232939178	1.617647059
31	33	5.232937850	5.232939178	1.619047619
32	34	5.232937850	5.232938672	1.615384616
33	35	5.232938166	5.232938672	1.625000001
34	36	5.232938356	5.232938672	1.600000003
35	37	5.232938356	5.232938546	1.666666667
36	38	5.232938419	5.232938546	1.500000000
37	39	5.232938482	5.232938546	2.000000000
Fibonacci search: 5.232938514				

[ iteration ]	[ function_calls ]	[ a ]	[ b ]	[ interval_decrease ]
0	3	3.000000000	7.000000000	1.000000000
1	4	4.527528324	7.000000000	1.617814287
2	5	5.000000000	7.000000000	1.236235838
3	6	5.085069245	7.000000000	1.044424189
4	7	5.186461040	7.000000000	1.055908253
5	8	5.210884755	7.000000000	1.013651281
6	9	5.225741505	7.000000000	1.008373498
7	10	5.229932513	7.000000000	1.002367711
8	11	5.231903049	7.000000000	1.001114495
9	12	5.232529859	7.000000000	1.000354637
10	13	5.232792709	7.000000000	1.000148737
11	14	5.232882534	7.000000000	1.000050832
12	15	5.232918115	7.000000000	1.000020135
13	16	5.232930763	7.000000000	1.000007158
14	17	5.232935627	7.000000000	1.000002752
15	18	5.232937393	7.000000000	1.000000999
16	19	5.232938062	7.000000000	1.000000378
17	20	5.232938062	7.000000000	1.000000000
Parabolic interpolation: 5.232938399				



## Одномерная минимизация функции на отрезке.

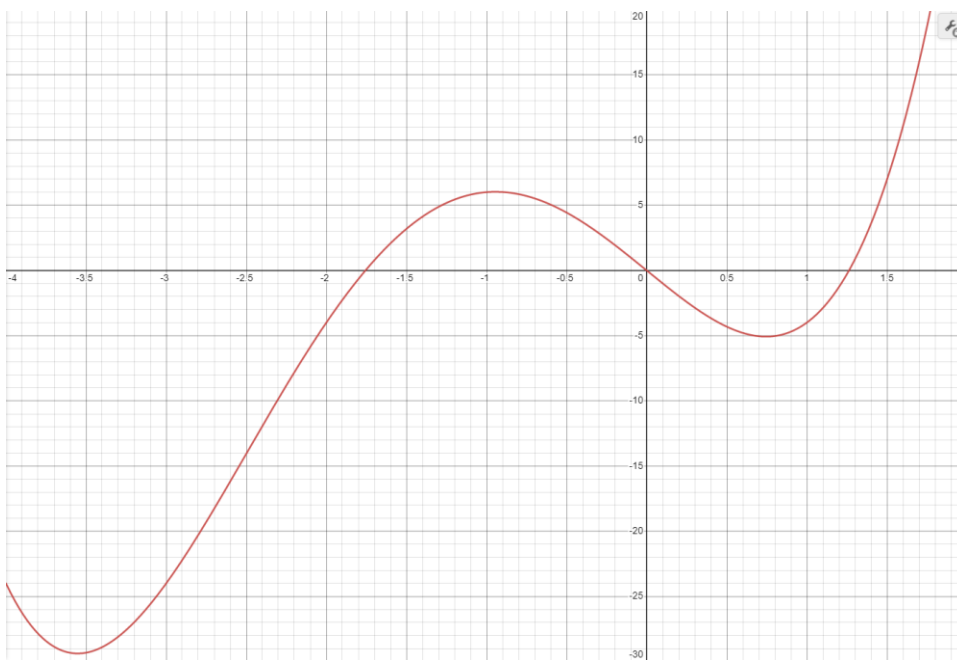
[ iteration ]	[ method ]	[ function_calls ]	[ a ]	[ b ]	[ interval_decrease ]
0	start	1	3.000000000	7.000000000	1.000000000
1	golden	2	4.527864045	7.000000000	1.618033989
2	golden	3	4.527864045	6.055728090	1.618033989
3	parabolic	4	4.527864045	5.472135955	1.618033989
4	parabolic	5	5.151679792	5.472135955	2.946649247
5	parabolic	6	5.204022335	5.472135955	1.195225229
6	parabolic	7	5.229093178	5.472135955	1.103154032
7	parabolic	8	5.229093178	5.233442128	55.885382265
8	parabolic	9	5.229093178	5.232954974	1.126147037
9	parabolic	10	5.232938111	5.232954974	229.006905454
10	parabolic	11	5.232938111	5.232938455	49.026378873
11	parabolic	12	5.232938417	5.232938455	9.013251764

Brent's method: 5.232938436

### 3. Сравнение методов на многомодальной функции

3.1.  $y(x) = x^4 + 5 \cdot x^3 - 10 \cdot x$ , интервал –  $[-4, 2]$ , epsilon =  $1e-3$

График функции



Результаты работы методов

Метод	Количество итераций	Кол-во вычислений функции	Найденная точка
Дихотомия	13	26	-3.551698669
Золотое сечение	19	21	-3.551828048
Фибоначчи	18	20	-3.552549889
Парабола	расходится		
Брент	расходится		

Подробные логи

## Одномерная минимизация функции на отрезке.

[ iteration ]	[ function_calls ]	[ a ]	[ b ]	[ interval_decrease ]
0	0	-4.000000000	2.000000000	1.000000000
1	2	-4.000000000	-0.999500000	1.999666722
2	4	-4.000000000	-2.499250000	1.999333667
3	6	-4.000000000	-3.249125000	1.998682220
4	8	-3.625062500	-3.249125000	1.997339983
5	10	-3.625062500	-3.436593750	1.994694081
6	12	-3.625062500	-3.530328125	1.989444170
7	14	-3.578195312	-3.530328125	1.979108862
8	16	-3.554761719	-3.530328125	1.959072742
9	18	-3.554761719	-3.542044922	1.921363846
10	20	-3.554761719	-3.547903320	1.854193365
11	22	-3.554761719	-3.550832520	1.745495216
12	24	-3.553297119	-3.550832520	1.594254581
13	26	-3.552564819	-3.550832520	1.422732718
Dichotomous search: -3.551698669				

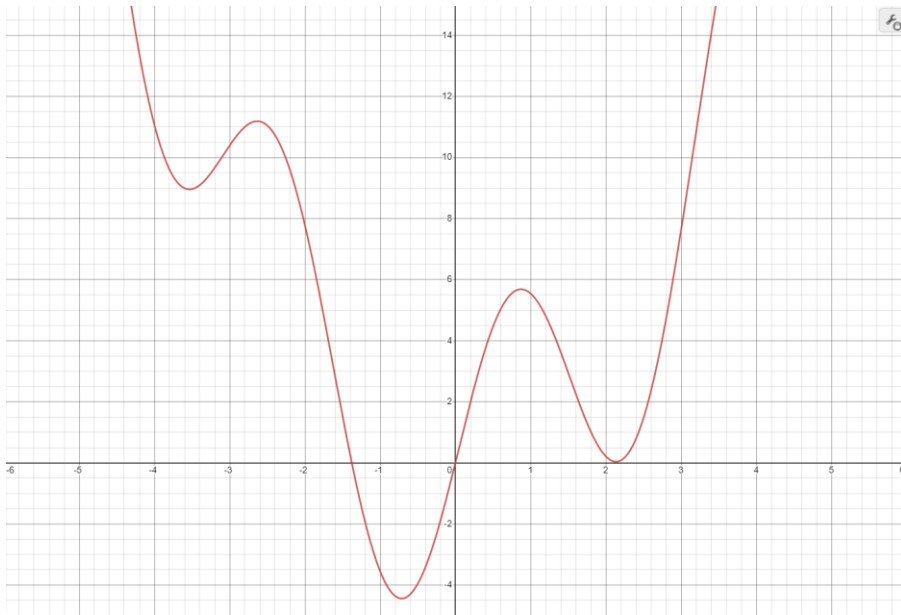
[ iteration ]	[ function_calls ]	[ a ]	[ b ]	[ interval_decrease ]
0	2	-4.000000000	2.000000000	1.000000000
1	3	-4.000000000	-0.291796068	1.618033989
2	4	-4.000000000	-1.708203932	1.618033989
3	5	-4.000000000	-2.583592135	1.618033989
4	6	-4.000000000	-3.124611797	1.618033989
5	7	-3.665631460	-3.124611797	1.618033989
6	8	-3.665631460	-3.331262920	1.618033989
7	9	-3.665631460	-3.458980338	1.618033989
8	10	-3.586697755	-3.458980338	1.618033989
9	11	-3.586697755	-3.507764050	1.618033989
10	12	-3.586697755	-3.537914042	1.618033989
11	13	-3.568064035	-3.537914042	1.618033989
12	14	-3.556547763	-3.537914042	1.618033989
13	15	-3.556547763	-3.545031490	1.618033989
14	16	-3.556547763	-3.549430315	1.618033989
15	17	-3.553829139	-3.549430315	1.618033989
16	18	-3.553829139	-3.551110516	1.618033989
17	19	-3.552790718	-3.551110516	1.618033989
18	20	-3.552148938	-3.551110516	1.618033989
19	21	-3.552148938	-3.551507158	1.618033989
Golden section search: -3.551828048				

[ iteration ]	[ function_calls ]	[ a ]	[ b ]	[ interval_decrease ]
0	2	-4.000000000	2.000000000	1.000000000
1	3	-4.000000000	-0.291796009	1.618033963
2	4	-4.000000000	-1.708203991	1.618034056
3	5	-4.000000000	-2.583592018	1.618033813
4	6	-4.000000000	-3.124611973	1.618034448
5	7	-3.665631929	-3.124611973	1.618032787
6	8	-3.665631929	-3.331263858	1.618037135
7	9	-3.665631929	-3.458980044	1.618025751
8	10	-3.586696231	-3.458980044	1.618055556
9	11	-3.586696231	-3.507760532	1.617977528
10	12	-3.586696231	-3.537915743	1.618181818
11	13	-3.568070953	-3.537915743	1.617647059
12	14	-3.556541020	-3.537915743	1.619047619
13	15	-3.556541020	-3.545011086	1.615384615
14	16	-3.556541020	-3.549445676	1.625000000
15	17	-3.553880266	-3.549445676	1.600000000
16	18	-3.553880266	-3.551219512	1.666666667
17	19	-3.552993348	-3.551219512	1.500000000
18	20	-3.552993348	-3.552106430	2.000000000
Fibonacci search: -3.552549889				

### 3.2. $y(x) = 5 \cdot (\sin 2x) + x^2$ , интервал – $[-6, 6]$ , epsilon = $1e-3$

График функции

## Одномерная минимизация функции на отрезке.



### Результаты работы методов

Метод	Количество итераций	Кол-во вычислений функции	Найденная точка
Дихотомия	14	28	-3.534739594
Золотое сечение	20	22	-0.713670113
Фибоначчи	20	22	-0.713454915
Парабола	7	10	-0.713762899
Брент	10	11	-0.713768148

### Подробные логи

[ iteration ]	[ function_calls ]	[ a ]	[ b ]	[ interval_decrease ]
0	0	-6.000000000	6.000000000	1.000000000
1	2	-6.000000000	0.000500000	1.999833347
2	4	-6.000000000	-2.999250000	1.999666750
3	6	-4.500125000	-2.999250000	1.999333722
4	8	-3.750187500	-2.999250000	1.998668331
5	10	-3.750187500	-3.374218750	1.997340204
6	12	-3.562703125	-3.374218750	1.994694520
7	14	-3.562703125	-3.467960937	1.989445040
8	16	-3.562703125	-3.514832031	1.979110567
9	18	-3.539267578	-3.514832031	1.959076013
10	20	-3.539267578	-3.526549805	1.921369884
11	22	-3.539267578	-3.532408691	1.854203745
12	24	-3.536338135	-3.532408691	1.745511028
13	26	-3.536338135	-3.533873413	1.594274677
14	28	-3.535605774	-3.533873413	1.422753056

Dichotomous search: -3.534739594

## Одномерная минимизация функции на отрезке.

[ iteration ]	[ function_calls ]	[ a ]	[ b ]	[ interval_decrease ]
0	2	-6.000000000	6.000000000	1.000000000
1	3	-6.000000000	1.416407865	1.618033989
2	4	-3.167184270	1.416407865	1.618033989
3	5	-1.416407865	1.416407865	1.618033989
4	6	-1.416407865	0.334368540	1.618033989
5	7	-1.416407865	-0.334368540	1.618033989
6	8	-1.003105620	-0.334368540	1.618033989
7	9	-1.003105620	-0.589803375	1.618033989
8	10	-0.845238210	-0.589803375	1.618033989
9	11	-0.747670785	-0.589803375	1.618033989
10	12	-0.747670785	-0.650103360	1.618033989
11	13	-0.747670785	-0.687370800	1.618033989
12	14	-0.724638240	-0.687370800	1.618033989
13	15	-0.724638240	-0.701605696	1.618033989
14	16	-0.724638240	-0.710403345	1.618033989
15	17	-0.719200994	-0.710403345	1.618033989
16	18	-0.715840591	-0.710403345	1.618033989
17	19	-0.715840591	-0.712480188	1.618033989
18	20	-0.714557031	-0.712480188	1.618033989
19	21	-0.714557031	-0.713273472	1.618033989
20	22	-0.714066755	-0.713273472	1.618033989
Golden section search: -0.713670113				

[ iteration ]	[ function_calls ]	[ a ]	[ b ]	[ interval_decrease ]
0	2	-6.000000000	6.000000000	1.000000000
1	3	-6.000000000	1.416407882	1.618033985
2	4	-3.167184236	1.416407882	1.618033999
3	5	-1.416407882	1.416407882	1.618033963
4	6	-1.416407882	0.334368472	1.618034056
5	7	-1.416407882	-0.334368472	1.618033813
6	8	-1.003105415	-0.334368472	1.618034448
7	9	-1.003105415	-0.589802947	1.618032787
8	10	-0.845237423	-0.589802947	1.618037135
9	11	-0.747670939	-0.589802947	1.618025751
10	12	-0.747670939	-0.650104455	1.618055556
11	13	-0.747670939	-0.687369431	1.617977528
12	14	-0.724634408	-0.687369431	1.618181818
13	15	-0.724634408	-0.701597877	1.617647059
14	16	-0.724634408	-0.710405962	1.619047619
15	17	-0.719214048	-0.710405962	1.615384615
16	18	-0.715826323	-0.710405962	1.625000000
17	19	-0.715826323	-0.712438597	1.600000000
18	20	-0.714471233	-0.712438597	1.666666667
19	21	-0.714471233	-0.713116143	1.500000000
20	22	-0.713793688	-0.713116143	2.000000000
Fibonacci search: -0.713454915				

[ iteration ]	[ function_calls ]	[ a ]	[ b ]	[ interval_decrease ]
0	3	-6.000000000	6.000000000	1.000000000
1	4	-6.000000000	0.223572049	1.928153142
2	5	-1.772267537	0.223572049	3.118272677
3	6	-1.772267537	0.000000000	1.126150282
4	7	-1.772267537	-0.661226338	1.595141151
5	8	-0.719927695	-0.661226338	18.927010574
6	9	-0.718637425	-0.661226338	1.022474232
7	10	-0.718637425	-0.661226338	1.000000000
Parabolic interpolation: -0.713762899				

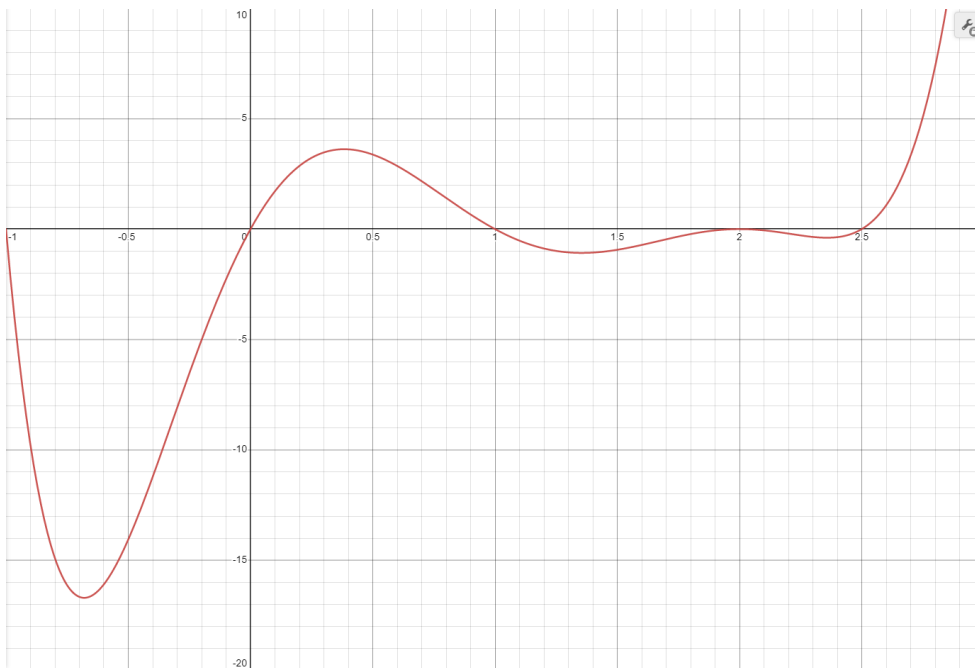
## Одномерная минимизация функции на отрезке.

[ iteration ]	[ method ]	[ function_calls ]	[ a ]	[ b ]	[ interval_decrease ]
0	start	1	-6.000000000	6.000000000	1.000000000
1	golden	2	-6.000000000	1.416407865	1.618033989
2	golden	3	-3.167184270	1.416407865	1.618033989
3	parabolic	4	-1.416407865	1.416407865	1.618033989
4	parabolic	5	-1.416407865	-0.202185182	2.333028174
5	parabolic	6	-1.416407865	-0.385465992	1.177779965
6	parabolic	7	-0.750402211	-0.385465992	2.824991923
7	parabolic	8	-0.750402211	-0.703420884	7.767686438
8	parabolic	9	-0.750402211	-0.712957417	1.254682481
9	parabolic	10	-0.750402211	-0.713760014	1.021903631
10	parabolic	11	-0.713776282	-0.713760014	2252.422179617

Brent's method: -0.713768148

3.2.  $y(x) = 2x^6 - 13x^5 + 26x^4 - 7x^3 - 28x^2 + 20x$ , интервал –  $[-1, 3]$ , epsilon =  $1e-3$

График функции



Результаты работы методов

Метод	Количество итераций	Кол-во вычислений функции	Найденная точка
Дихотомия	12	24	1.354891724
Золотое сечение	18	20	1.355506957
Фибоначчи	17	19	1.355895719
Парабола	расходится		
Брент	расходится		

Подробные логи

## Одномерная минимизация функции на отрезке.

[ iteration ]	[ function_calls ]	[ a ]	[ b ]	[ interval_decrease ]
0	0	-1.000000000	3.000000000	1.000000000
1	2	0.999500000	3.000000000	1.999500125
2	4	0.999500000	2.000250000	1.999000749
3	6	0.999500000	1.500375000	1.998003494
4	8	1.249437500	1.500375000	1.996014944
5	10	1.249437500	1.375406250	1.992061523
6	12	1.311921875	1.375406250	1.984248093
7	14	1.343164063	1.375406250	1.968984735
8	16	1.343164063	1.359785156	1.939835488
9	18	1.350974609	1.359785156	1.886499667
10	20	1.350974609	1.355879883	1.796137766
11	22	1.352927246	1.355879883	1.661319663
12	24	1.353903564	1.355879883	1.494008647
Dichotomous search: 1.354891724				

[ iteration ]	[ function_calls ]	[ a ]	[ b ]	[ interval_decrease ]
0	2	-1.000000000	3.000000000	1.000000000
1	3	0.527864045	3.000000000	1.618033989
2	4	0.527864045	2.055728090	1.618033989
3	5	1.111456180	2.055728090	1.618033989
4	6	1.111456180	1.695048315	1.618033989
5	7	1.111456180	1.472135955	1.618033989
6	8	1.249223595	1.472135955	1.618033989
7	9	1.249223595	1.386991010	1.618033989
8	10	1.301846065	1.386991010	1.618033989
9	11	1.334368540	1.386991010	1.618033989
10	12	1.334368540	1.366891015	1.618033989
11	13	1.346791020	1.366891015	1.618033989
12	14	1.346791020	1.359213500	1.618033989
13	15	1.351535985	1.359213500	1.618033989
14	16	1.354468535	1.359213500	1.618033989
15	17	1.354468535	1.357401085	1.618033989
16	18	1.354468535	1.356280950	1.618033989
17	19	1.355160816	1.356280950	1.618033989
18	20	1.355160816	1.355853097	1.618033989
Golden section search: 1.355506957				

[ iteration ]	[ function_calls ]	[ a ]	[ b ]	[ interval_decrease ]
0	2	-1.000000000	3.000000000	1.000000000
1	3	0.527864147	3.000000000	1.618034056
2	4	0.527864147	2.055728295	1.618033813
3	5	1.111456589	2.055728295	1.618034448
4	6	1.111456589	1.695049031	1.618032787
5	7	1.111456589	1.472135853	1.618037135
6	8	1.249222674	1.472135853	1.618025751
7	9	1.249222674	1.386988759	1.618055556
8	10	1.301841665	1.386988759	1.617977528
9	11	1.334369768	1.386988759	1.618181818
10	12	1.334369768	1.366897871	1.617647059
11	13	1.346806984	1.366897871	1.619047619
12	14	1.346806984	1.359244200	1.615384615
13	15	1.351590529	1.359244200	1.625000000
14	16	1.351590529	1.356374073	1.600000000
15	17	1.353503946	1.356374073	1.666666667
16	18	1.354460655	1.356374073	1.500000000
17	19	1.355417364	1.356374073	2.000000000
Fibonacci search: 1.355895719				