

## Модуль 2 «Математические методы, модели и алгоритмы компьютерной геометрии».

### Домашнее задание

к.ф.-м.н., доц. каф. ФН-11 Захаров Андрей Алексеевич,  
ауд.: 930a(УЛК)  
моб.: 8-910-461-70-04,  
email: azaharov@bmstu.ru

12 ноября 2023 г.

**Примечания к выполнению.** Во всех заданиях обязательно использование библиотеки WebGL для вывода графики. Для формирования матриц геометрических преобразований и наблюдения использовать методы объекта `mat4` библиотеки `glMatrix`. Трёхмерные фигуры визуализировать либо в виде каркасной модели, либо тонированием с освещением, плоских заливок не использовать. В заданиях с геометрическими преобразованиями кроме конечного положения фигуры нужно обязательно визуализировать начальное и все промежуточные положения, а также точки или оси, относительно которых осуществляются преобразования.

По результатам выполнения домашнего задания необходимо написать отчёт и выслать его преподавателю. Отчёт обязательно должен содержать:

1. Формулировку задания.
2. Основные формулы, которые использовались для выполнения задания.
3. Картинки результатов работы программы с кратким комментарием, что на этих картинках изображено.
4. Часть кода программы, в которой выполняются основные построения.

## Варианты заданий

**Бочкова:** Нарисуйте  $30^\circ$  сектор полусферы из варианта Киселева (см. рис. 2-б). Добавьте боковые и нижнюю стороны.

**Вахрамеева:** Напишите функцию формирования матрицы трёхмерного сдвига (shear). Продемонстрируйте её работу для получения параллелепипеда из единичного куба.

**Долотова:** Вычислите результирующую матрицу для следующей последовательности 3D-преобразований:

1. Перемещение на вектор  $(3, 2, 4)$ ;
2. Поворот вокруг оси  $x$  на  $60^\circ$ ;
3. Масштабирование на вектор  $(1.5, -2, 2)$ ;
4. Поворот вокруг оси  $y$  на  $25^\circ$ .

Матрицы геометрических преобразований нужно формировать не используя методы формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4`. Продемонстрируйте работу сформированной матрицы на примере тетраэдра  $ABCD$ , где  $A = (0, 0, 0)$ ,  $B = (1, 0, 0)$ ,  $C = (0, 1, 0)$  и  $D = (0, 0, 1)$ . Получите аналогичный результат с помощью методов формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4`.

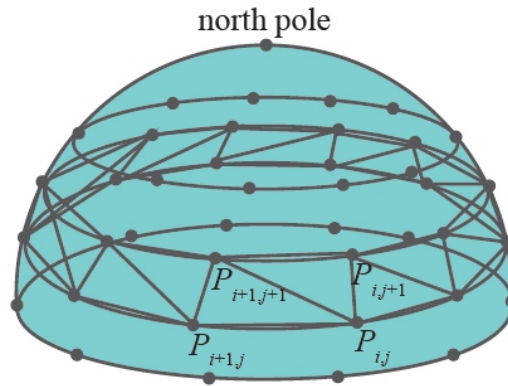


Рис. 1: Аппроксимация полусферы с помощью полос треугольников, идущих вдоль линий широты

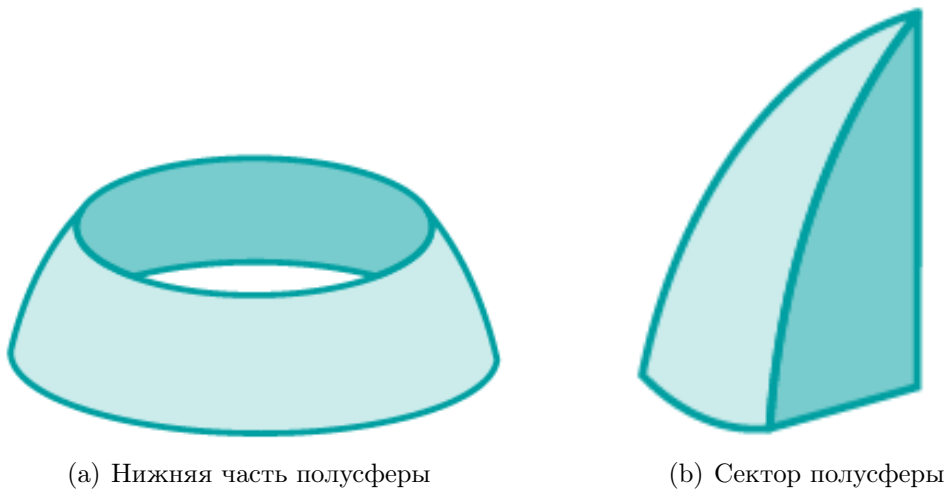


Рис. 2:

**Киселев:** Аппроксимируйте полусферу сеткой из  $(p + 1) \times (q + 1)$  точек  $P_{ij}$ ,  $0 \leq i \leq p$ ,  $0 \leq j \leq q$ , где углы долготы  $P_{ij}$  равны  $2\pi i/p$ , а широты —  $\pi j/(2q)$ . На рис. 1:  $p = 10$  и  $q = 4$ . Используйте примитив `gl.TRIANGLE_STRIP`, где каждая полоса берет свои вершины поочередно из пары соседних широт и, следовательно, аппроксимирует круговую полосу между ними (см. рис. 1). Набор всех  $q$  полос треугольников приблизительно аппроксимирует всю полусферу.

**Климачева:** Нарисуйте нижнюю часть полусферы из варианта Киселева (см. рис. 2-а).

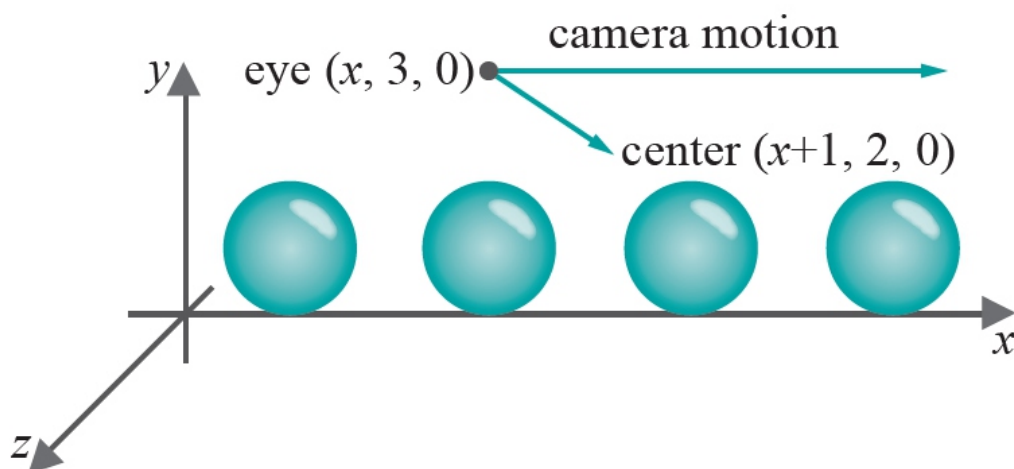


Рис. 3: Камера, пролетающая над мячами

**Клячко:** Напишите программу визуализации бутылки Клейна с помощью построения сетки многоугольников.

**Кортенко:** Напишите программу визуализации изосферы.

**Куприн:** Напишите программу, обеспечивающую воспроизведение движения планет вокруг Солнца в трёхмерном пространстве подобно той, что описана на стр. 135–138 книги [2]. Задайте угловую скорость вращения каждой планеты. Наклоните оси планет. Добавьте к паре планет их спутники (например, Луну для Земли и Фобос и Деймос для Марса).

**Писаревский:** Запрограммируйте камеру, пролетающую на высоте 3 единицы над последовательностью мячей, расположенных вдоль оси  $x$ , которая направлена вперед и вниз на мячи (см. рис 3). *Подсказка:* на рисунке показаны координаты камеры и точки взгляда.

**Полетаева:** Напишите функции:

```
function acc_translate(tmatrix, tx, ty, tz);  
function acc_rotate(tmatrix, rx, ry, rz, theta);  
function acc_scale(tmatrix, sx, sy, sz);
```

которые возвращают результат умножения матрицы `tmatrix` на матрицы соответствующих трёхмерных геометрических преобразований. Матрицы геометрических преобразований нужно формировать не используя методы формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4`.

Пусть задан тетраэдр  $ABCD$ , где  $A = (0, 0, 0)$ ,  $B = (1, 0, 0)$ ,  $C = (0, 1, 0)$  и  $D = (0, 0, 1)$ . С помощью написанных функций поверните тетраэдр  $ABCD$  на угол  $45^\circ$  вокруг его ребра  $BC$ , а затем масштабируйте его так, чтобы удвоился первоначальный размер и вершина  $B$  осталась на том же месте. Получите аналогичный результат с помощью методов формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4`.

**Рожков:** Напишите функцию формирования матрицы для преобразования масштабирования с коэффициентом  $s$  относительно прямой, заданной двумя точками (координаты точек известны) в трёхмерном пространстве. Продемонстрируйте её работу на примере масштабирования усеченного конуса относительно его оси. Геометрические размеры конуса и размер аппроксимационной сетки должны задаваться в программе.

**Ситало:** Нарисуйте треугольник с вершинами  $A = (-2, -3)$ ,  $B = (4, 1)$  и  $C = (2, 5)$ . Выполните его отражение относительно линии  $y = 0.8x + 2$  не используя методы формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4`. Получите аналогичный результат с использованием методов формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4`.

**Хартуляри:** Найдите матрицу двухмерного преобразования, которое выполняет сначала отражение относительно оси  $x$ , а затем отражение относительно линии, проходящей через начало координат и точку  $(3, 4)$ , не используя методы формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4`. Продемонстрируйте её работу на примере треугольника с вершинами  $A = (1, 0)$ ,  $B = (0, 1)$  и  $C = (-1, 0)$ . Покажите, что данная совокупность преобразований эквивалентна преобразованию вращения, найдите его центр и угол поворота. Выполните построение всех найденных матриц используя методы формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4`.

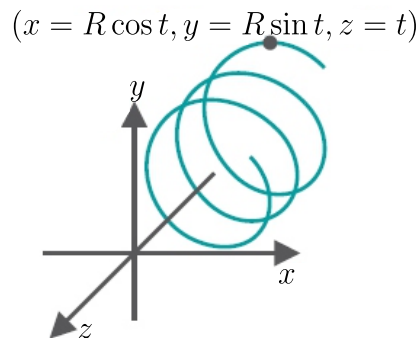


Рис. 4: Спираль

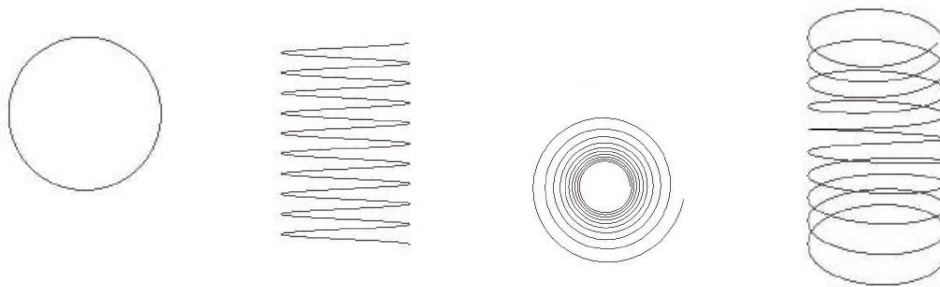


Рис. 5: Различные виды спирали

**Чернышкова:** Напишите программу визуализации спирали (см. рис. 4).  
 Параметрические уравнения спирали имеют вид:

$$x = R \cos t; \quad y = R \sin t; \quad z = t, \quad -10\pi \leq t \leq 10\pi.$$

Получите различные виды спирали как на рис. 5

**Шутенко:** Нарисуйте треугольник, который имеет вершины  $A = (1, 1)$ ,  $B = (2, 2)$ , и  $C = (4, -1)$ . Выполните преобразование сдвига (shear) вдоль оси, наклонённой под углом  $\theta$  (задаётся в программе) по отношению к оси  $x$  не используя методы формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4`. Получите аналогичный результат с использованием методов формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4`.

**Янович:** Покажите, что следующие последовательности операций в трёхмерном пространстве коммутативны:

- поворот и равномерное масштабирование;
- два поворота вокруг одной и той же оси;
- два перемещения.

Напишите функции формирования матриц для данных операций не используя методы формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4`. Продемонстрируйте их работу на примере тетраэдра  $ABCD$ , где  $A = (0, 0, 0)$ ,  $B = (1, 0, 0)$ ,  $C = (0, 1, 0)$  и  $D = (0, 0, 1)$ . Получите аналогичный результат с помощью методов формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4`.

## Список литературы

- [1] Ву М., Девис Т., Нейдер Дж., Шрайнер Д. OpenGL. Руководство по программированию. СПб: Питер, 2006. 624 с.