

基础入门篇之单凸透镜

——Snowolf

万事开头难，贵在坚持，成就高手之路，在于你，不在于我。
关键是要学“活”，达到任意光学效果，任意曲面计算的境界；只要
是非成像光学，不管车灯、照明、电视机背光等光学设计都随心所
欲。琢磨算法、分享算法，不要给我谈经验。

废话不多说了，记住一点：逻辑很重要，大家一定注意。咱们
用一种比较简单的方法入门学习，做高中数学题，没有微积分。从
实际案例出发：

案例 1 平凸透镜

光源：点光源

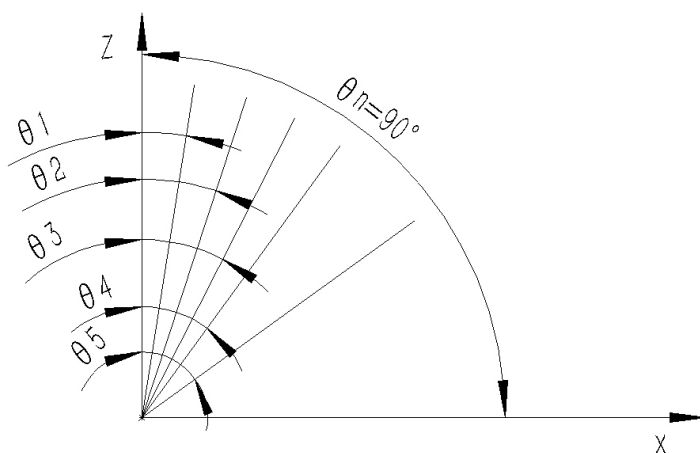
第一个面：球面，为减少计算量

目的：发光角度 120° （半角），光斑等照度分布

能量映射关系：

光源划分

n 份：对应的角度划分为： θ_1 、 θ_2 、 θ_3 、 θ_4 、 θ_5 θ_n



Φ 与 θ 对应的关系如下：

光源划分	第 1 份	第 2 份	第 3 份	第 4 份	第 5 份	第……份	第 n 份
光通量	Φ_1	Φ_2	Φ_3	Φ_4	Φ_5	……	Φ_n
角度	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	……	θ_n

假设总光通量为 $\Phi_{\text{总}}$ ，每一份满足关系为：

$\Phi_1 = \Phi_{\text{总}}/n$;	$\Phi_4 = \Phi_{\text{总}}/n*4$;
$\Phi_2 = \Phi_{\text{总}}/n*2$;	$\Phi_5 = \Phi_{\text{总}}/n*5$
$\Phi_3 = \Phi_{\text{总}}/n*3$;	○ ○ ○ ○ ○
$\Phi_n = \Phi_{\text{总}}/n*n = \Phi_{\text{总}}$	

思考一：如何建立每一个 θ 与 Φ 对应的关系？

$$\Phi = 2\pi \int_0^{\theta} I_0 \cos \theta \sin \theta d\theta$$

推导结果：

$$\Phi = \pi I_0 (1 - \cos^2 \theta) \quad (1)$$

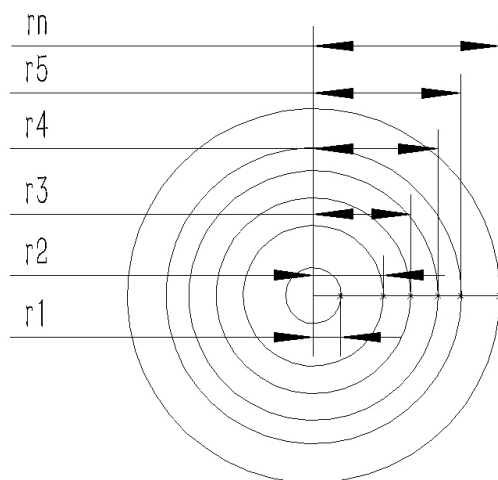
$$\text{朗伯体光源满足关系} \quad \Phi_{\text{总}} = I_0 * \pi \quad (2)$$

$$\text{结合 (1)、(2) 计算出: } \Phi = \Phi_{\text{总}} * \sin(\theta)^2 \quad (a)$$

目标面划分

为 n 份：对应的半径划分为： r_1 、 r_2 、 r_3 、 r_4 、 r_5 r_n

目标面划分	第 1 份	第 2 份	第 3 份	第 4 份	第 5 份	第……份	第 n 份
光通量	Φ_1	Φ_2	Φ_3	Φ_4	Φ_5	……	Φ_n
面积	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	……	S_n
半径	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	……	R_n



发光角度为 120° ，高度为 h ，

则目标面半径为： $R = h \cdot \tan(60)$

$$E_v = \Phi_{\text{总}} / (\pi \cdot R^2)$$

$$S = r^2 \cdot \pi$$

$$\Phi = S \cdot E_v = r^2 \cdot \pi \cdot \Phi_{\text{总}} / (\pi \cdot R^2) = \Phi_{\text{总}} \cdot r^2 / R^2$$

$$\text{即： } \Phi = \Phi_{\text{总}} \cdot r^2 / R^2 \quad (\text{b})$$

结合光源划分与目标面划分方程 (a)、(b)

$$\Phi = \Phi_{\text{总}} \cdot r^2 / R^2 = \Phi_{\text{总}} \cdot \sin^2(\theta)$$

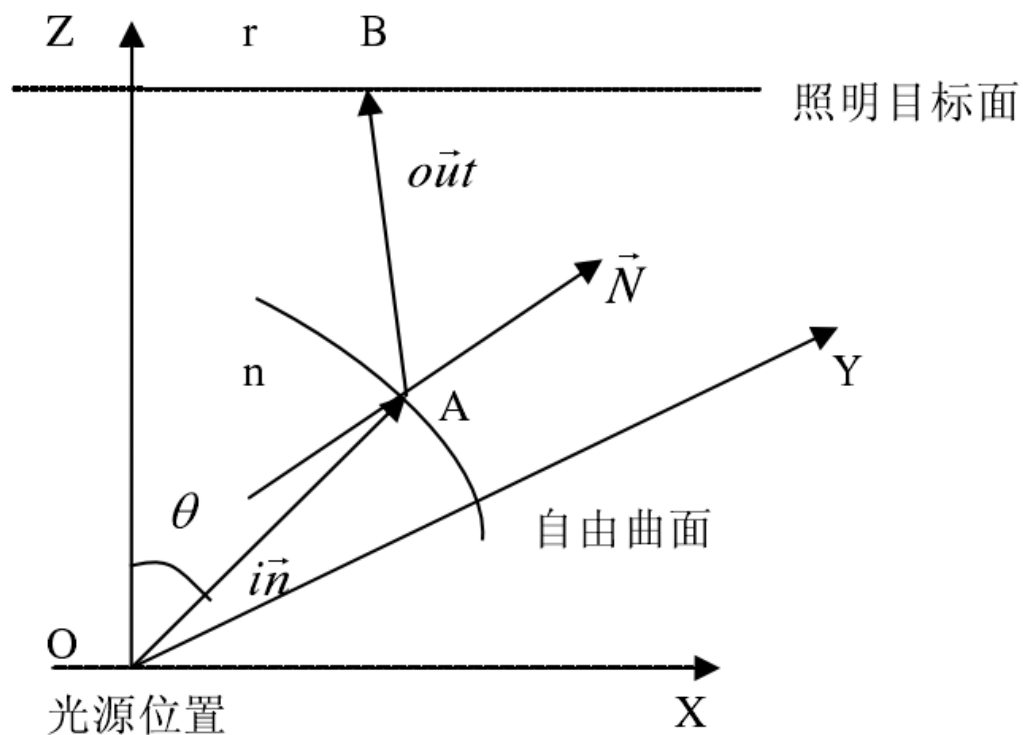
$$\text{推导： } r = \sin(\theta) \cdot R \quad (\text{能量方程})$$

划分	第 1 份	第 2 份	第 3 份	第 4 份	第 5 份	第……份	第 n 份
目标面	r1	r2	r3	r4	r5	……	rn
光源	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	……	θ_n

根据能量方程，其中 θ 可以 1° 分或者 0.5° 分，则对应了 r 的值。可以理解为 θ 和 r 为已知值。

学习到以上：我们基本能明白能量方程了，即 θ 与 r 的关系。

问题：如何求曲面（x,z）坐标啊？



我们在这里都是单位向量，不明白的百度查询。

In 表示入射向量 (In_x, In_z)

Out 表示出射向量 (Out_x, Out_z)

N 表示法向量 (N_x, N_z)

T 表示切向量 (T_x, T_z)

折反射定律单位向量表达式：

$$\vec{N} = n \cdot \vec{in} - \vec{out}$$

(*其中 n 表示折射率，后面用 “1.4935” 表示)

注：不要问如何推导过来的？“拿来主义”直接用就可以了，如果非要琢磨，可以去参考浙江大学丁毅的博士论文。

目标面 B 点坐标为 (r,h)

假设透镜高度为 15

第一个点坐标为 $(x_1, z_1) = (0, 15)$

第二个点坐标为 (x_2, z_2)

第三个点坐标为 (x_3, z_3)

第四个点坐标为 (x_4, z_4)

第五个点坐标为 (x_5, z_5)

第 n 个点坐标为 (x_n, z_n)

终于到了大展身手比划拳脚的地方，咱们好好比一下中学数学：

\ln 表示入射向量 (\ln_x, \ln_z)

$$\ln_x = (x_1 - 0) / \sqrt{(x_1 - 0)^2 + (z_1 - 0)^2}$$

$$\ln_z = (z_1 - 0) / \sqrt{(x_1 - 0)^2 + (z_1 - 0)^2}$$

Out 表示出射向量 $(\text{Out}_x, \text{Out}_z)$

$$\text{Out}_x = (r_1 - x_1) / \sqrt{(r_1 - x_1)^2 + (h - z_1)^2}$$

$$\text{Out}_z = (h - z_1) / \sqrt{(r_1 - x_1)^2 + (h - z_1)^2}$$

N 表示法向量 (N_x, N_z)

$$N_x = \ln_x * 1.4935 - \text{Out}_x$$

$$N_z = \ln_z * 1.4935 - \text{Out}_z$$

T 表示切向量 (T_x, T_z)

$$T_x = (x_2 - x_1) / \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$T_z = (z_2 - z_1) / \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

关键方程： $T \cdot N = 0$

即： $T_x \cdot N_x + T_z \cdot N_z = 0$（方程 1）

$\tan(\theta) = x/z$（方程 2）

根据方程（1）、（2）可以迭代计算出所有的坐标点。

注：两个方程，两个未知数，这不是初中数学吗？这是我很久以前发现，别看多么复杂的曲面，到了最后就这么点计算量了。

即：云点

