

# 浅议菲涅耳波带片

马恩波

(邢台学院 物理系, 河北 邢台 054001)

**摘要:** 波带片衍射规律有不少特点。有会聚功能, 有发散性质, 多焦点、多焦距、焦点的强度各不相同, 与透镜有区别。

**关键词:** 波带片; 焦点; 焦距; 光强度

**中图分类号:** O 766 4

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1005-1554(2003)02-0048-02

菲涅耳波带片不同于透镜面镜, 有其非常的特点。本文拟分四个问题对波带片的衍射规律做一探讨, 以期对此有一个较为全面的认识。

## 一、波带片

衍射现象是波动的重要特征之一。惠更斯——菲涅耳原理是研究衍射现象的理论基础, 菲涅耳——基尔霍夫衍射积分公式是计算衍射场中任一点光振动的数学表达式。积分往往比较复杂, 所以在处理衍射问题时多采用其他方法, 如半波带法、矢量图解法等。波带片就是基于半波带理论制造的一种光学器件。较确切地说, 它是一种对某一考察点只让奇数半波带或只让偶数半波带透光的屏。如图 1(a) 或 (b) 所示。



(a)

(b)

图 1

## 二、波带片的焦点、焦距

根据半波带理论, 相邻两带在考察点的光振动位相反, 它们对考察点的光振动的贡献是相消的; 相隔一带在考察点的光振动位相差  $\pi$ , 合振动是相长的。所以波带片在考察点产生的合振动振幅则为:

$$A = a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + \dots \quad (1)$$

如波带片对考察点露出前十个奇数半波带, 则在该点的合振幅  $A \approx 10a_1$ , 它几乎是光自由传播至该点时振幅  $a_1/2$  的 20 倍, 光强则增加到 400 倍。从这个意义上说, 波带片犹如正透镜一样具有聚光作用。它也有焦点、焦距。

收稿日期: 2003-02-20

作者简介: 马恩波 (1944-), 男, 河北省巨鹿县人, 邢台学院物理系教授。

1. 主焦点。在大多数的光学教材中, 都已推导出半波带的半径  $\rho_k$  的计算公式:

$$\rho_k^2 = \frac{Rr_0}{R+r_0} k\lambda \quad (2)$$

式中各量见图 2

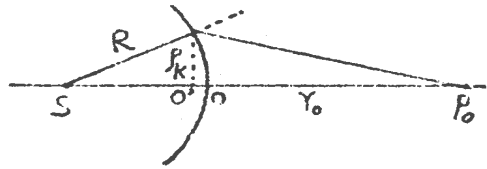


图 2

可将 (2) 式改写为如下的形式:

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{r_0} = \frac{k\lambda}{\rho_k^2} \quad (3)$$

式中  $R$  相当于物距,  $r_0$  相当于像距,  $k\lambda/\rho_k^2$  相当于  $1/f$ 。当  $R \rightarrow \infty$  时的像距就是波带片的焦距。即:

$$f = \frac{\rho_k^2}{k\lambda} = \frac{\rho_1^2}{\lambda} \quad (4)$$

与之对应的像点就是波带片的主焦点, 用  $F_0$  表示。见图 3 所示。

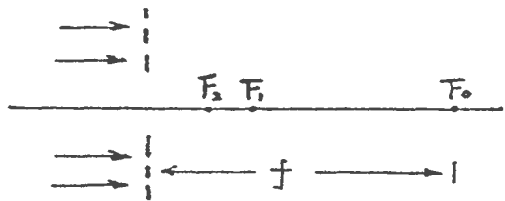


图 3

2. 次焦点。对主焦点  $F_0$  而言,  $\rho_1, \rho_3, \rho_5, \dots$  各环带都是一个半波带。当观察点移至  $F_1$  点, 若中心孔  $\rho_1$  对该点恰为三个半波带:  $K' = 1', 2', 3'$ 。可以证明 (证明见下文)  $\rho_3, \rho_5, \dots$  各环带相对  $F_1$  点也是三个半波带:  $K' = 7', 8', 9'$ ;  $K' = 13', 14', 15', \dots$ 。由半波带理论, 相邻两带在  $F_1$  点的合成振幅近为零, 所以  $F_1$  点光振动的振幅只来自  $3', 9', 15', \dots$  各半波带。依次位相差不再是  $\pi$  而是  $6\pi$ , 合成振幅为:

$A' = a_3' + a_9' + a_{15}' + \dots$  (5)

形成亮点,谓之次焦点。用类似的方法讨论,可得到  $F_2, F_3, \dots$  等一系列的次焦点。参见图 3

3. 虚焦点。波带片除了一系列的实焦点外,在与其实焦点对称的位置上还有一系列的虚焦点,又有与负透镜相仿的性质。虚焦点如何解释呢?

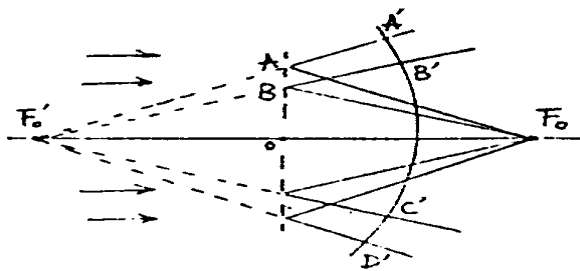


图 4

如图 4 所示,  $F_0'$  是与  $F_0$  对称的一点。由惠更斯原理可知,平行光入射时,经波带片衍射且反向延长线交于  $F_0'$  点的衍射光波是存在的。只要证明这些衍射光波是以  $F_0'$  为中心的球面波,则  $F_0'$  就是虚焦点。下面来证明上述结论。图中  $A'B'C'D'$  是以  $F_0'$  为中心的球面上的四点,  $F_0', F_0$  关于波带片对称。则:

$F_0'A' = F_0'B' = F_0'C' = F_0'D'$   
 $F_0'A - F_0'B = F_0A - F_0B = \lambda$   
 $\therefore BB' - AA' = \lambda$  (6)

平行光入射,  $A, B$  处于等相面上,所以  $A', B'$  的光振动的位相差也是  $2\pi$ 。即由波带片相应点的衍射光波在球面  $A'B'C'D'$  各点上“同相位”的,以  $F_0'$  为中心的衍射光波是发散的球面波。用眼睛观察,  $F_0'$  就是个亮点。同理可证  $F_1', F_2', \dots$  虚焦点的存在。

4. 焦距。若把与  $F_0$  对应的焦距  $f$  叫主焦距,与  $F_1, F_2, \dots$  对应的焦距就叫次焦距。下面讨论一下,它们之间的关系。

按上面的讨论,半径为  $\rho_1$  的中心孔对  $F_1$  点露出的是三个半波带,由图 5 应有如下关系。

$r_3 = (f_1^2 + \rho_1^2)^{1/2} \approx f_1 + \rho_1^2 / 2f_1$  (7)

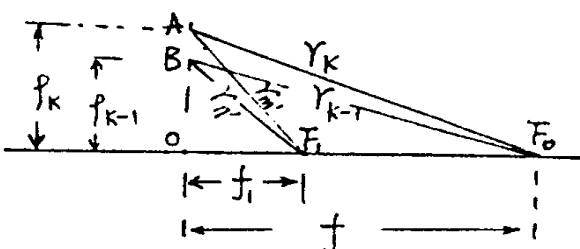


图 5

按图 2 各量的含意,对  $F_1$  点  $r_1' = f_1$  由 (7) 式得  $r_3' - r_0' = \rho_1^2 / 2f_1 = 3/2\lambda$  (8)

对于第  $K$  带有  
 $r_m' = (f_1^2 + \rho_K^2)^{1/2} \approx f_1 + \rho_K^2 / 2f_1$  (9)  
 $r_n' = (f_1^2 + \rho_{K-1}^2)^{1/2} \approx f_1 + \rho_{K-1}^2 / 2f_1$  (10)  
 $r_m' - r_n' = (\rho_K^2 - \rho_{K-1}^2) / 2f_1$  (11)

由 (2) 可得  
 $\rho_K^2 - \rho_{K-1}^2 = \frac{R_0}{R_1 - R_0} \lambda = \rho_1^2$  (12)  
 $\therefore r_m' - r_n' = \rho_1^2 / 2f_1 = (3/2)\lambda$  (13)

由此可见,第  $K$  带对  $F_1$  点也为三个半波带。另据 (13) 式及 (14) 式可得

$f_1 = \rho_1^2 / 3\lambda = (1/3)f$  (14)

同理可证,  $f_2 = (1/5)f, f_3 = (1/7)f,$  (15)

三、各实焦点的强度

由衍射理论知道,任一半波带在焦点产生的光振动的幅值正比于该半波带的面积,反比于该半波带至焦点的距离,且与该半波带至焦点的倾斜角有关,由图 5 可求得任一半波带的面积。

$\Delta S_K = \pi (\rho_K^2 - \rho_{K-1}^2)$   
由  $\triangle OAF_0, \triangle OBF_0$  可知  
 $\rho_K^2 = r_K^2 - f^2$   
 $\rho_{K-1}^2 = r_{K-1}^2 - f^2$   
 $\therefore \Delta S_K = \pi (r_K^2 - r_{K-1}^2)$   
 $\therefore r_{K-1} = r_K - \lambda / 2$   
代入上式并略去  $\lambda^2$  项得  
 $\Delta S_K = \pi r_K \lambda$   
 $\therefore \Delta S_K / r_K = \pi \lambda$  (16)

对于  $F_0$  点的第  $K$  个半波带,相对于  $F_1$  画成三个半波带,其中只有一个半波带有效,其面积用  $\Delta S_m$  表示,同理可证:  $\Delta S_m' / r_m = \pi \lambda$  (17)

由 (16), (17) 可见,仅就面积、距离因素而言,主次焦点的强度应是一样的。再把倾斜因子的影响考虑在内,实际上各焦点的强度为:

$I_{F_0} > I_{F_1} > I_{F_2} > \dots$  (18)

但不会是按  $1, 1/9, 1/25, \dots$  的比例递减。

四、波带片与透镜的区别

1. 波带片与透镜都有成像的功能,但成像的原理不同。前者成像是基于衍射,后者成像是由于折射。

2. 波带片除有主焦点外,还有许多次焦点,是多焦点系统,可同时生成多级像;它既有实焦点,又有虚焦点,即它能起正透镜作用,也能起负透镜作用。而普通透镜只有主焦点,物像是一一对应的,会聚透镜决无发散功能,发散透镜也无聚光本领。

3. 由 (4) 式可知,波带片的焦距  $f \propto 1/\lambda$ , 焦距随着波长的增加而减小;依据折射定律和色散理论可知,透镜的焦距随着波长  $\lambda$  的增加而增大。利用这种相反的色散关系可将二者联合使用以校正纵向色差。

4. 与透镜比较,波带片有许多优点。如口径大、重量轻、成本低、可折叠等,特别适宜于远程光通讯、光测距和宇航技术中。波带片的设计与制作正在发展成为一项专门的技术,随着科技的进步,波带片的应用一定会越来越广泛。