1)

Considere o sistema de tempo discreto abaixo com entrada x[n] e saída y[n] em que n0 é um inteiro positivo finito. a) O sistema é linear? b) O sistema é invariante no tempo? Mostre os cálculos detalhadamente.

$$y[n] = \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} x[k],$$

a)

Para verificar a linearidade consideramos:

- Dois sinais arbitrários x1 e x2
- Aplicamos cada sinal no sistema y1 = H(x1), y2 = H(x2)
- Aplicamos a soma no sistema y = H(x1+x2)
- Se y1 + y2 = H(x1+x2), é linear!

$$y_1[n] = \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} x_1[k]$$

$$y_2[n] = \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} x_2[k]$$

$$H\{a_1 \cdot x_1[n] + a_2 \cdot x_2[n]\} =$$

$$= \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} (a_1 \cdot x_1[n] + a_2 x_2[n]) =$$

$$= a_1 \cdot \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} x_1[n] + a_2 \cdot \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} x_2[n]$$

$$= a_1 y_1[n] + a_2 y_2[n]$$

$\therefore$ Linear

$\because$ $H\{a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2\} = a_1 y_1 + a_2 y_2$

b)

Para verificar se é invariante no tempo consideramos:

-Um sinal arbitrário x1 e a saída do sistema para esta entrada: y1 = H(x1)
-Aplicando um deslocamento no tempo: x2[n] = x1[n-a]
-Aplicamos o sistema no sinal deslocado: y2 = H(x2)= H(x1[n-a])
-Se y2[n] = y1[n-a], o sistema é invariante no tempo

$$y_1[n] = \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} x_1[k]$$

$$y_2[n] = \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} x_1[k-a] = \sum_{k=n-n_0-a}^{n+n_0-a} x_1[k]$$

mudando a variável $m = n - a$

$$y_2[n] = \sum_{k=m-n_0}^{m+n_0} x_1[k] = y_1[m] = y_1[n-a]$$

$\therefore$ Invariante no tempo