1.1. Cinemática da partícula em movimento a duas dimensões

Vetor posição, $\vec{r}$, e lei do movimento

$$\vec{r} = \vec{r}_x + \vec{r}_y + \vec{r}_z$$

Sendo:

- $\vec{r}_x = x\,\vec{e}_x$
- $\vec{r}_y = y\,\vec{e}_y$
- $\vec{r}_z = z\,\vec{e}_z$

Também se pode escrever:

$$\vec{r} = x\,\vec{e}_x + y\,\vec{e}_y + z\,\vec{e}_z$$

(Lei do movimento)

Em que x, y e z são as coordenadas de posição.

O módulo do vetor posição é dado por:

$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Equações paramétricas do movimento (a duas dimensões)

As equações paramétricas, também chamadas de equações cartesianas do movimento, indicam como variam as coordenadas de posição em função do tempo.

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases} \quad \text{(SI)}$$

Equação vetorial do movimento

$$\vec{r}(t) = x(t)\,\vec{e}_x + y(t)\,\vec{e}_y$$

Um movimento a duas dimensões pode ser interpretado como a composição de dois movimentos a uma dimensão.

Classificar o movimento

- Um movimento retilíneo uniforme pode ser identificado pela dependência temporal (linear em t) da equação paramétrica.

$$x(t) = x_0 + vt$$

- Um movimento retilíneo uniformemente variado pode ser identificado pela dependência temporal (com um termo em t^2 da equação paramétrica.

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Equação da trajetória, $y(x)$

Em alguns casos, é possível obter a equação da trajetória, $y(x)$, a partir das equações paramétricas, $x = x(t)$ e $y = y(t)$, por eliminação do parâmetro tempo, t, no sistema constituído por essas equações.

Deslocamento, $\Delta\vec{r}$

- $\vec{r}_1 = x_1\,\vec{e}_x + y_1\,\vec{e}_y$
- $\vec{r}_2 = x_2\,\vec{e}_x + y_2\,\vec{e}_y$

Dado que o corpo se desloca do ponto 1 para o ponto 2:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \iff$$
$$\iff \Delta\vec{r} = (x_1\,\vec{e}_x + y_1\,\vec{e}_y) - (x_2\,\vec{e}_x + y_2\,\vec{e}_y) \iff$$
$$\Delta\vec{r} = (x_2 - x_1)\,\vec{e}_x + (y_2 - y_1)\,\vec{e}_y$$

Velocidade média e velocidade

Velocidade média, $\vec{v}_m$

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

Velocidade instantânea, $\vec{v}$

A velocidade, $\vec{v}$, é a derivada temporal do vetor posição.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

É sempre tangente à trajetória, em cada ponto, e tem o sentido do movimento. O seu módulo indica a rapidez do movimento.

Aceleração média e aceleração

Aceleração média, $\vec{a}_m$

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Tem direção e sentido da variação da velocidade, $\Delta\vec{v}$.

Aceleração instantânea, $\vec{a}$

A aceleração, $\vec{a}$, é a derivada temporal da velocidade.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

O módulo da aceleração é dado por:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \quad \text{OU} \quad |\vec{a}| = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

Produto escalar (ou produto interno) de dois vetores

$$\vec{v} \cdot \vec{a} = |\vec{v}||\vec{a}| \cos\theta$$

Sendo que:

- $\vec{v} \cdot \vec{a} = v_x\, a_x + v_y\, a_y$
- θ é o ângulo entre os dois vetores

Se o ângulo θ entre $\vec{v}$ e $\vec{a}$ for diferente de zero, o movimento é curvilíneo.

Componentes tangencial e normal da aceleração

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n \iff$$
$$\iff \vec{a} = a_t\, \vec{e}_t + a_n\, \vec{e}_n$$

Componente tangencial

$$a_t = \frac{dv}{dt}$$

Nota: $v \equiv |\vec{v}|$

a_t	Movimento(s)
$= 0$	uniforme(s)
$= \text{constante}$	uniformemente variado(s)
$\neq \text{constante}$	variado(s)

Componente normal

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

Em que r é o raio de curvatura da trajetória no ponto.

$$r = \infty \Rightarrow a_n = 0$$

a_n	Movimento(s)
$= 0$	retilíneo(s)
$\neq 0$	curvilíneo(s)

Numa trajetória circular, o raio de curvatura coincide com o raio da cifcunferência. Mas, numa trajetória curvilínea, não circular, o raio de curvatura está sempre a mudar.