Centro de Enseñanza Técnica Industrial

Desarrollo de Software

# Actividad 1 - Clase 4

Jesús Alberto Aréchiga Carrillo

22310439 6N

Profesor

Clara Margarita Fernández Riveron

junio de 2025

Guadalajara, Jalisco

## Introducción

El Teorema del Límite Central (TLC) es uno de los resultados fundamentales de la teoría de la probabilidad y la estadística que establece que, bajo condiciones muy generales, la distribución de la suma (o media) de un número suficientemente grande de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas (con varianza finita) se aproxima a una distribución normal, sin importar la forma de la distribución original de cada variable. En su formulación clásica, si X1, X2, …, Xn son variables aleatorias independientes con media μ y varianza $\sigma^2$, entonces la media muestral $X^{-}n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ converge en distribución a una normal N(μ,$\sigma^2$/n) cuando n tiende a infinito. Este teorema proporciona la justificación teórica para el uso de la normal en infinidad de aplicaciones prácticas, ya que permite aproximar probabilidades y construir intervalos de confianza incluso cuando el comportamiento de cada observación individual no es gaussiano.

## Ejercicio:

Las bolsas de sal envasadas por una máquina tienen μ=500 g y σ=35 g. Las bolsas se empaquetaron en cajas de 100 unidades. Calcular la probabilidad de que la media de los pesos de las bolsas de un paquete sea menor que 495 g. Calcular la probabilidad de que una caja 100 de bolsas pese más de 51 Kg. Realiza el programa en python.

```
import math

def norm_cdf(z: float) -> float:
    return 0.5 * (1 + math.erf(z / math.sqrt(2)))

def main():
    mu = 500.0         # media individual (en gramos)
    sigma = 35.0       # desviación típica individual (en gramos)
    n = 100            # tamaño de la muestra (bolsas por caja)

    # 1) Probabilidad de que la media de 100 bolsas sea < 495 g
    mu_mean = mu                          # Esperanza de X_n
    sigma_mean = sigma / math.sqrt(n) # Desviación típica de X_n
    límite = 495.0

    z1 = (límite - mu_mean) / sigma_mean
    p1 = norm_cdf(z1)

    # 2) Probabilidad de que el total de 100 bolsas supere 51 kg = 51 000
g
    mu_sum = n * mu
    sigma_sum = sigma * math.sqrt(n)
    límite_sum = 51_000.0   # en gramos
```

```python
    z2 = (límite_sum - mu_sum) / sigma_sum
    # Queremos P(S > límite_sum) = 1 - Φ(z2)
    p2 = 1.0 - norm_cdf(z2)

    # Resultados
    print(f"1) P( X_100 < 495 g ) = P(Z < {z1:.4f}) = {p1:.6f}")
    print(f"2) P( S_100 > 51000 g ) = 1 - Φ({z2:.4f}) = {p2:.6f}")

if __name__ == "__main__":
    main()
```

```
1) P( X_100 < 495 g ) = P(Z < -1.4286) = 0.076564
2) P( S_100 > 51000 g ) = 1 - Φ(2.8571) = 0.002137
```

## Conclusiones:

El Teorema del Límite Central sienta las bases del análisis estadístico moderno al explicar por qué la distribución normal aparece tan frecuentemente cuando se trabaja con promedios o sumas de datos reales. Gracias a este resultado, es posible emplear métodos estadísticos basados en la normalidad —como pruebas de hipótesis e intervalos de confianza— en una amplia variedad de contextos, aun cuando las variables originales no sean normales. De este modo, el TLC no solo unifica distintas áreas de la probabilidad y la estadística, sino que también habilitas herramientas prácticas esenciales para el modelado, la inferencia y la toma de decisiones basadas en datos.