

機器學習導論(4A) Homework 2

給定下列資料，欲利用梯度下降法建立自變數(x)與依變數(y)之間的線性迴歸模型： $h_{\theta}(x) = \theta_0 + \theta_1 x$ 。

i	x	y
1	-3	6
2	-1	4
3	0	2
4	1	0
5	4	-8

1. 考慮成本函數 (cost function)

$$E(\theta_0, \theta_1) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)})^2$$

請問代入上述給定資料，成本函數為何？請展開成下列表示式

$$E(\theta_0, \theta_1) = a\theta_0^2 + b\theta_0\theta_1 + c\theta_1^2 + d\theta_0 + e\theta_1 + f。$$

2. 若固定 $\theta_1 = 2$

- (1) 成本函數 $g(\theta_0) = E(\theta_0, 2)$ 為何？
- (2) 計算一階導函數 $g'(\theta_0)$ 。
- (3) **[程式題]** 畫出 $g'(\theta_0)$ 的函數圖。
- (4) 若目前 $\theta_0 = 1$ ，請利用梯度下降法 ($\eta = 0.03$) 更新 θ_0 ：

$$\theta_0 = \theta_0 - \eta \cdot g'(\theta_0)$$

3. 相反地，固定 $\theta_0 = 1$

- (1) 成本函數 $p(\theta_1) = E(1, \theta_1)$ 為何？
- (2) 計算一階導函數 $p'(\theta_1)$ 。
- (3) **[程式題]** 畫出 $p'(\theta_1)$ 的函數圖。
- (4) 若目前 $\theta_1 = 2$ ，請利用梯度下降法 ($\eta = 0.03$) 更新 θ_1 ：

$$\theta_1 = \theta_1 - \eta \cdot p'(\theta_1)$$

4. 假設目前的線性迴歸模型 $h_{\theta}(x) = 1 + 2x$ (亦即 $\theta_0 = 1, \theta_1 = 2$)，

- (1) 請利用梯度下降法 ($\eta = 0.03$) 更新線性迴歸模型：

$$\theta_0 = \theta_0 - \eta \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)}), \theta_1 = \theta_1 - \eta \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)}) x^{(i)}$$

- (2) **[程式題]** 利用散點圖表示給定資料，並畫出原本的模型 $h_{\theta}(x) = 1 + 2x$ ，及更新後的新模型。