Homework 1

10910QF 510300 Special Topics on Financial Engineering　王傳鈞　109062631

第二題

Cboe® Volatility Index (VIX index) 是由美國芝加哥選擇權交易所推出的一種指數，最早期的版本(1993年)是計算S&P 100選擇權的隱含波動率；經過一連串的改版後，自2003年起，是利用 S&P500 選擇權價格, 針對其履約價格去加權平均後所計算得到的。VIX提供市場投資人可以快速衡量未來30日S&P 500指數預期波動率；根據VIX的計算公式，它可以被看作是一種variance swap，讓投資人可以交換彼此對於realized volatility (i.e., variance的平方) 的預期。

一般來說，VIX大約都在10到20之間徘徊，有時候會上升到20至30 的區間；然而，如果市場因為發生某些特定消息，則有機會出現大於30的VIX指數報價，通常這就代表著S&P 500指數在未來的30天內，有很高的機會將出現大的跌幅；因此，VIX指數又被稱作「恐慌指數」。

第四題

根據無套利定價方法，六個月期的forward contract應該價值 ，其中：代表目前的現貨價格 (spot price)、代表無風險年利率、代表此forward contract距離maturity還有幾年 (此處為)。

綜合以上所述，題目所求之價值 。

第六題

根據題目所述 ，換句話說就是  
；因此，我們只需要在期初time=t時：同時間賣出「一單位的put與一單位put所連動的股票」並且買進「一單位的call與金額為K的T年期zero-coupon bond」出一個可套利的交易策略，詳細可見以下表格。

根據題目的意思：的價值小於的價值；然而，針對選擇權、債券與股票在時間T的價值分析，顯然等於且等於；因此，我們可以推知如果發生題目所述的情形時，則必可以建立某種交易模式，來進行套利交易。

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Portfolio | | Time | | |
| http://www.sciweavers.org/upload/Tex2Img_1600934181/eqn.png | http://www.sciweavers.org/upload/Tex2Img_1600934166/eqn.png | |
| http://www.sciweavers.org/upload/Tex2Img_1541780133/eqn.png | http://www.sciweavers.org/upload/Tex2Img_1541780189/eqn.png |
| A | European call | http://www.sciweavers.org/upload/Tex2Img_1600934693/eqn.png | http://www.sciweavers.org/upload/Tex2Img_1542014936/eqn.png | http://www.sciweavers.org/upload/Tex2Img_1542014952/eqn.png |
| bond | http://www.sciweavers.org/upload/Tex2Img_1600934403/eqn.png | http://www.sciweavers.org/upload/Tex2Img_1600934248/eqn.png | http://www.sciweavers.org/upload/Tex2Img_1600934248/eqn.png |
| Total Value | http://www.sciweavers.org/upload/Tex2Img_1600934600/eqn.png | http://www.sciweavers.org/upload/Tex2Img_1600934536/eqn.png | http://www.sciweavers.org/upload/Tex2Img_1600934248/eqn.png |
| C | European put | http://www.sciweavers.org/upload/Tex2Img_1600934708/eqn.png | http://www.sciweavers.org/upload/Tex2Img_1542014952/eqn.png | http://www.sciweavers.org/upload/Tex2Img_1542022164/eqn.png |
| stock | http://www.sciweavers.org/upload/Tex2Img_1600934773/eqn.png | http://www.sciweavers.org/upload/Tex2Img_1600934536/eqn.png | http://www.sciweavers.org/upload/Tex2Img_1600934536/eqn.png |
| Total Value | http://www.sciweavers.org/upload/Tex2Img_1600934754/eqn.png | http://www.sciweavers.org/upload/Tex2Img_1600934536/eqn.png | http://www.sciweavers.org/upload/Tex2Img_1600934248/eqn.png |

第九題

A公司

* 流入：年息4.7%的一億美元債券、

年息LIBOR的一億美元swap

* 流出：年息5.0%的一億美元swap
* 總計：淨收入，年息LIBOR–(0.3%)乘以一億美元

B公司

* 流入：年息5.0%的一億美元swap、  
   年息LIBOR–(0.2%)的一億美元投資
* 流出：年息LIBOR的一億美元swap
* 總計：淨收入，年息4.8%乘以一億美元

References

* Kresimir Demeterﬁ, Emanuel Derman, Michael Kamal, Joseph Zou (March 1999). More Than You Ever Wanted to Know About Volatility Swaps. *Goldman Sachs Quantitative Strategies Research Notes*
* John C. Hull (2015). *Options, Futures, and Other Derivatives.* USA: Pearson
* CBOE VIX Methodology (July 2019) at <http://www.cboe.com/publish/methodology-volatility/VIX_Methodology.pdf>
* 韓傳祥（民102）。金融中波動率的數學問題。*數學傳播*，37卷1期，26—40