Homework 3

108B (1375) Global Positioning System　王傳鈞　0416047

第一題

1. 利用GPS進行單點定位，至少需要接收四顆衛星訊號。

在三度空間當中：如果GPS receiver接收到一顆衛星訊號，則可以推算出該接收器所有可能的座標值位在一顆球體上 (圖一)；如果接收到二顆衛星訊號，則可推算出座標值位在一個平面圓形上；如果接收到三顆衛星訊號，則可推算出座標值有兩個可能值；只有在接收到四顆衛星訊號，才可以唯一確定GPS receiver的三度空間座標 (圖二的紅點)。

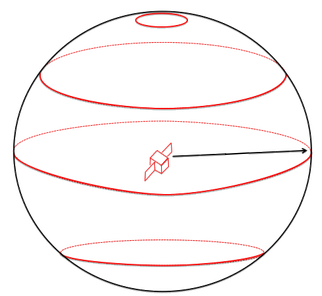


Figure 1 GPS Positioning with One Satellite [[1]](#Source1)

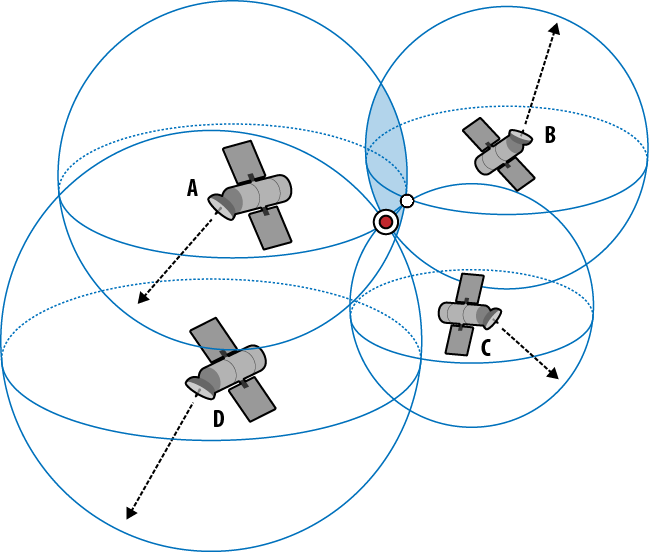


Figure 2 GPS Positioning with Four Satellites [[2]](#Source2)

1. 利用以上的觀念，我們可以透過四科以上的衛星訊號來推算出GPS receiver的座標。根據以下圖三所示，我們可以得到兩個公式：

其中，代表光速、代表GPS receiver接收到衛星訊號的GPS system time時刻、代表衛星發射訊號的GPS system time時刻、和分別代表GPS receiver和衛星與GPS system time的時鐘差等。

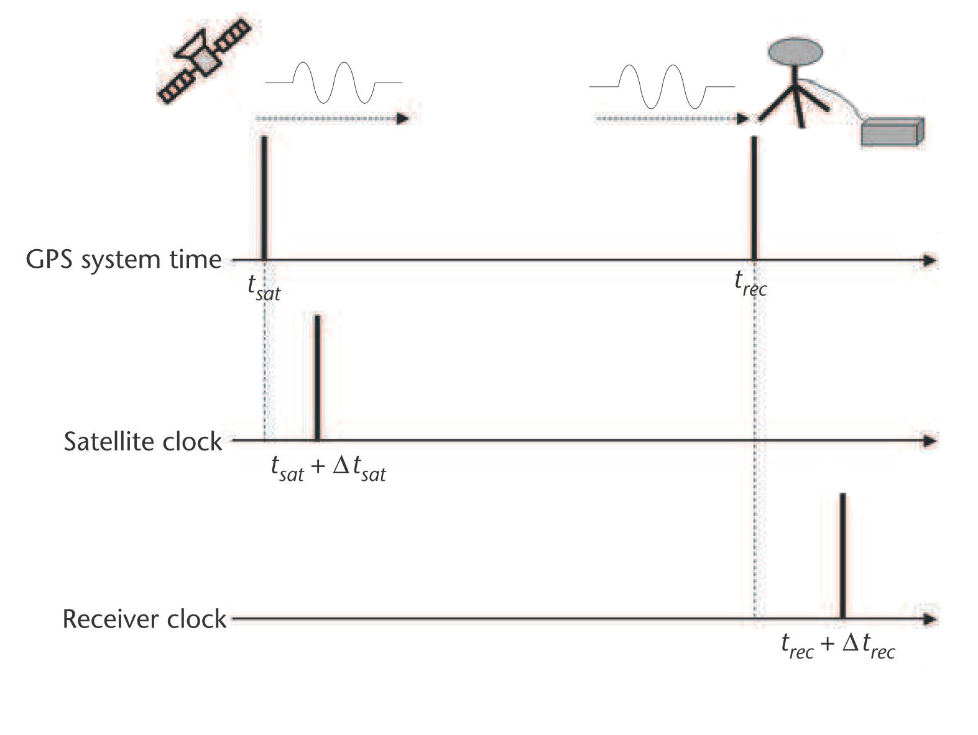


Figure 3 Timing relationships in the range measurement [[3]](#Source3)

因為衛星定期與地面控制站進行同步訊號的工作，所以可以忽略不計。接著，再將和兩式整理之後，就可以得到：。

如果i號衛星的座標為、GPS receiver為，則receiver與i號衛星之間的pseudo range可寫成：

最終，我們就可以得到以下方程式組：

對於上述方程組的求解：

首先，我們可以透過GPS receiver接收到廣播星曆，其內含的發送訊號時刻來計算出pseudo range，也就是。

接著，透過廣播星曆的其他內容，我們可以再計算出各個衛星目前的座標值。

最後，方程組就只剩下、、、四個未知數需要求解。

第二題

1. 電碼的觀測方程式

載波的觀測方程式

上述公式當中的符號分別代表：(長度單位meter、時間單位second)

：利用GPS Li頻率所測得的電碼pseudo range，

：利用GPS Li頻率所測得的載波pseudo range，

：代表衛星到GPS receiver之間的真實距離

：GPS receiver與GPS system time的時鐘差等

：衛星與GPS system time的時鐘差等

：對流層延遲誤差

：電離層對GPS Li頻率造成的延遲誤差，

：GPS Li頻率的波長，、

：利用GPS Li進行載波觀測的integer ambiguity，

：電碼pseudo range觀測量的雜訊與多路徑效應，

：載波pseudo range觀測量的雜訊與多路徑效應，

1. 電碼觀測方程式與載波觀測方程式最大的差異處：項在電碼當中為加項，在載波當中為減項；載波觀測方程式多了整數週波未定值項目。

第三題

GPS receiver接收衛星訊號之後，會將結果輸出為RINEX格式。根據RINEX 2.10版本規定，總共被分為六個不同的RINEX檔案：observation data (.o )、navigation message (.n)、meteorological file、GLONASS navigation message file、geostationary satellites data file、satellite and receiver clock data file。

observation data (.o )檔案內含GPS receiver天線接收到的衛星訊號，例如：C1、P1、P2、L1、L2等類型。衛星發射的訊號總共可以分成三大部分：coarse/acquisition code (C/A code)、precision code (p code)、navigation message。C1屬於C/A code，可以用來計算電碼pseudo range；P1、P2屬於p code，其精度比C1還要高，也可計算出電碼pseudo range，但實施anti-spoofing效應之後，p code已被加密而無法被直接存取；L1、L2為載波相位觀測量，可計算出最高精度的載波pseudo range。

navigation message (.n)檔案內含衛星向用戶廣播的訊息，包含：衛星時鐘參考時刻、衛星時鐘修正參數、6個克卜勒軌道係數、9個擾動係數。透過這些數值，我們可以計算出該衛星在發送訊號當下的三度空間座標值。

上面提到的電碼與載波相位，兩者均可以計算出GPS receiver與衛星之間的pseudo range，但是運用電碼計算簡便、過程快速、精度較低，使用載波相位因為需求解未知的ambiguity，所以計算困難、過程較慢、精度較高。

第四題

1. IGS：International GNSS Service的縮寫，是一個公開提供免費、高品質全球衛星導航系統數據，以利科學發展、社會進步的國際組織。
2. GNSS：Global Navigation Satellite System的縮寫，是覆蓋全球的空間定位衛星系統，通常融合了GPS、GLONASS、Galileo、BDS等系統。
3. pseudo range：利用電碼或載波直接得到的空間距離，因為內含有、、、等誤差尚未消除，所以並非衛星至GPS receiver之間真正的距離。
4. RINEX：Receiver Independent Exchange Format的縮寫，是一種與GPS receiver品牌無關的原始衛星導航系統數據交換格式。這種格式並非原始binary file，而可以直接以ASCII code閱讀內容，因此使用者可以對接收到的數據進行後處理，以產生更精確的結果。

第五題

造成GPS receiver收到的訊號含有誤差的原因有四大分類：衛星誤差、訊號傳播誤差、接收儀誤差、其他誤差。

1. 衛星誤差：衛星軌道誤差、衛星時鐘誤差

* 衛星軌道誤差：廣播星曆提供的衛星座標與實際位置不一致，這可能來自於地球非均質對稱造成的重力場不一致、地潮、海潮、太陽輻射壓、空氣阻力等影響。
* 衛星時鐘誤差：廣播星曆提供的發送時刻與實際GPS system time有偏差，因為大約只有6公尺的誤差量，所以普通應用可以忽略不計，而透過差分技巧也可完善消除此誤差。

1. 訊號傳播誤差：電離層延遲誤差、對流層延遲誤差、多路徑效應誤差

* 電離層延遲誤差：無線電訊號在電離層內會發生極大的折射，造成傳播延遲。在電離層內，地球大氣被太陽輻射解離而變成許多離子與高能電子，它們會造成無線電訊號通過時會有巨大的折射。利用雙頻觀測可以大幅降低此項誤差、使用差分技巧、於晚上觀測衛星訊號、建立數學修正模型，同樣也有降低此項誤差的效果。
* 對流層延遲誤差：在對流層內溫度、壓力、濕度，隨著離地高度的不同有很大的差異，因此會造成無線電訊號有折射的現象而發生延遲誤差。因為這項影響與GPS訊號之頻率無關，所以無法利用雙頻觀測來消除，只能使用差分技巧、排除離地仰角過小的衛星訊號、水氣輻射儀測定大氣水氣含量、建立數學修正模型等方式來消除此項誤差。
* 多路徑效應誤差：天線除了直接接收到衛星訊號外，可能也同時接收到經周圍物體反射的間接訊號，兩種訊號到達天線的時間不同步且疊加在一起，導致GPS receiver無法分辨出真正的相位觀測量。選擇有檔板的天線或加上抗波環圈、將GPS receiver放置在平坦空曠處、增加觀測時間等方式，都可以減弱多路徑效應誤差。

1. 接收儀誤差：接收儀時鐘誤差、週波未定值、週波脫落、天線相位中心誤差

* 接收儀時鐘誤差：即第二題的符號。因為GPS receiver一般採用石英鐘計時，其穩定度並不如衛星所搭載的原子鐘，再加上GPS receiver也不會定期與GPS控制中心同步時差，所以有此項誤差。在第一題的第二小題裡，我們得知可以透過解方程組的方式，把當作一個未知數去求解，另外也可以用差分技術將此項誤差消除。
* 週波未定值：即第二題的符號和。利用載波觀測方程式測距，會需要非常精確的ambiguity數值，才可獲得正確的結果。早期會直接將ambiguity當作未知數來求解，或用三次差分技術來消除之，目前多採用widelane method、ambiguity function method、integer search method等方法求解，但仍然有計算量龐大、無法即時獲得的缺點。
* 週波脫落：如果GPS receiver持續鎖定某顆衛星的訊號，就可以重複利用一開始算好的ambiguity，得到連續一段時間的高精度定位；然而，在實際操作時，衛星訊號可能會暫時中斷，造成GPS receiver短暫停止計數ambiguity，這種現象稱為週波脫落。衛星訊號中斷原因通常為被障礙物阻礙、儀器暫時故障、出現強烈干擾訊號等，這時候可以採用二次差分獲三次差分來偵測出週波脫落並修復之。
* 天線相位中心誤差：無線電波訊號於量測時所對應的點稱為天線相位中心，這個中心應該跟天線的幾何中心保持一致，但相位中心可能隨著電波訊號的強度與方向而有不同的改變，形成與幾何中心的不一致。使用相同的天線、擺設方為保持一致，都可以消除這項誤差。

1. 其他誤差：Selective Availability、Anti-Spoofing

* Selective Availability：這是一種人工加入的誤差，刻意在廣播星曆當中加入誤差、對衛星時鐘加入誤差，造成使用者的定位精度降低。因為美國已於2000年5月1日解除這項干擾，所以目前無此項誤差。
* Anti-Spoofing：這是一種人工加入的效應，是對GPS信號P code進行加密的措施，使用Y code取代P code；當這個效應啟動時，一般使用者無法正常使用P code，只有已知解密金鑰的用戶可以正常解讀。

第六題

造成衛星軌道誤差的原因：地球非均質對稱造成的重力場不一致、地潮、海潮、太陽輻射壓、空氣阻力等因素。因為地球並非完美均質對稱的球體，所以實際上在不同的地點測量到的重力加速度g值會有所不同，而這會造成衛星實際軌道與預測的軌道具差異，這項因素占衛星軌道誤差最大比例。另外，太陽系當中的其他星體對衛星的引力作用，也會造成軌道誤差。

海洋會因為太陽、月球的引力作用，產生潮汐現象；固體地球具有彈性，同樣會因為太陽、月球的引力作用，而產生潮汐現象，以上兩種solid Earth tide、ocean tide都會造成軌道誤差。最後，太陽風對衛星產生的輻射壓力、衛星繞地過程中遇到的空氣阻力，也都會造成軌道誤差。

第七題

無線電訊號在電離層內會發生極大的折射，造成傳播延遲。在電離層內，地球大氣被太陽輻射解離而變成許多離子與高能電子，它們會造成無線電訊號通過時會有巨大的折射。利用雙頻觀測可以大幅降低此項誤差、使用差分技巧、於晚上觀測衛星訊號、建立數學修正模型，同樣也有降低此項誤差的效果。

第八題

在對流層內溫度、壓力、濕度，隨著離地高度的不同有很大的差異，因此會造成無線電訊號有折射的現象而發生延遲誤差。大約有90%的誤差是由乾分量所引起，它與大氣溫度、壓力有密切關聯，容易使用數學模型來消除；另外約10%的誤差是由濕分量所引起，它與大氣濕度有關並難以被建模來消除之。對流層延遲誤差最大的特色是與GPS訊號之頻率無關，所以無法利用雙頻觀測來消除，只能使用差分技巧、排除離地仰角過小的衛星訊號、水氣輻射儀測定大氣水氣含量、建立數學修正模型等方式來消除。

第九題

天線除了直接接收到衛星訊號外，可能也同時接收到經周圍物體反射的間接訊號，兩種訊號到達天線的時間不同步且疊加在一起，導致GPS receiver無法分辨出真正的相位觀測量。選擇有檔板的天線或加上抗波環圈、將GPS receiver放置在平坦空曠處、增加觀測時間等方式，都可以減弱多路徑效應誤差。

第十題

無線電波訊號於量測時所對應的點稱為天線相位中心，這個中心應該跟天線的幾何中心保持一致，但相位中心可能隨著電波訊號的強度與方向而有不同的改變，形成與幾何中心的不一致。使用相同的天線、擺設方為保持一致，都可以消除這項誤差。

References

* [[1]](#Figure1) http://www.aviationchief.com/gps-system.html

* [[2]](#Figure2) https://www.oreilly.com/library/view/html5-geolocation/9781449308049/ch01.html

* [[3]](#Figure3) Ramjee Prasad, Marina Ruggieri, “Applied Satellite Navigation Using GPS, GALILEO, and Augmentation Systems”, p.29 (2005)