

机组组合优化问题

一、 问题介绍

在电力系统中，高效的资源调度，对于在集中式或竞争性环境中实现经济可靠的能源生产和系统运行是必要的。

机组组合 (Unit Commitment, UC) 优化问题旨在电力运行时，给定以及调整发电机组的启停状态以及实时出力，使发电机组的总运行成本最小，且满足一定的安全技术约束 [1], 包括发电机出力约束、启停时间约束、启停状态逻辑约束和功率平衡约束等。

二、 符号说明

参数	意义
\underline{P}_g	机组 g 的最小输出功率
\overline{P}_g	机组 g 的最大输出功率
NG	机组数目
NT	时间段数目
C_g^{LV}	机组 g 的线性成本
C_g^{NL}	机组 g 的空载成本
C_g^{SD}	机组 g 的关停成本
C_g^{SU}	机组 g 的启动成本
D_t	未来 NT 时间段的预测负荷
TD_g	机组 g 的最小关停时间
TU_g	机组 g 的最小开启时间

决策变量	意义
$u_{g,t}$	机组 g 在时段 t 内的在线状态，1 为运行中，0 为脱离运行
$v_{g,t}$	机组 g 在时刻 t 的开启动作，1 为开启，0 为其他
$w_{g,t}$	机组 g 在时刻 t 的关停动作，1 为关停，0 为其他
$p_{g,t}$	机组 g 在时段 t 的输出功率

三、数学模型

3.1 目标函数

$$\min \sum_{g=1}^{NG} \sum_{t=1}^{NT} (C_g^{LV} p_{g,t} + C_g^{NL} u_{g,t} + C_g^{SU} v_{g,t} + C_g^{SD} w_{g,t}) \quad (1)$$

1. 机组线性煤耗成本: $C_g^{LV} p_{g,t}$

2. 机组的空载成本: $C_g^{NL} u_{g,t}$

3. 机组开启成本: $C_g^{SU} v_{g,t}$

4. 机组关停成本: $C_g^{SD} w_{g,t}$

其中 $p_{g,t}$ 为连续变量, $u_{g,t} v_{g,t} w_{g,t}$ 为 0-1 变量。

3.2 约束条件

3.2.1 机组出力约束

$$u_{g,t} \underline{P}_g \leq p_{g,t} \leq u_{g,t} \bar{P}_g \quad \forall g, t \quad (2)$$

解释: 任意一台发电机组 g 在任意时间段 t 内处于开启状态, 即 $u_{g,t} = 1$, 则该发电机组实际运行中的输出功率 $p_{g,t}$ 位于其最大输出功率 \bar{P}_g 以及最小输出功率 \underline{P}_g 之间.

3.2.2 启停时间约束

$$\begin{aligned} \sum_{i=t-TU_g+1}^t v_{g,i} &\leq u_{g,t} \quad \forall g, t \in [TU_g, NT] \\ \sum_{i=t-TD_g+1}^t w_{g,i} &\leq 1 - u_{g,t} \quad \forall g, t \in [TD_g, NT] \end{aligned} \quad (3)$$

解释：任意一台发电机组 g 在任意时刻 t 一旦开启，必须保持运行状态一段时间才可关停，同样已经关停的发电机组必须保持关停状态一段时间才可以开启。因此有着最小开启时间 TU_g (Minimum uptime of unit g 单位：h) 和最小关停时间 TD_g (Minimum downtime of unit g 单位：h) 的限制。

$\sum_{i=t-TU_g+1}^t v_{g,i} \leq u_{g,t} \quad \forall g, t \in [TU_g, NT]$ 可以理解为：

- 任意一台发电机组 g 在 t 时段内处于开启状态，即 $u_{g,t} = 1$ ，则该发电机组必须在 $(t - TU_g + 1, \dots, t)$ 各个时刻中开启且至多开启一次，保证最小开启时间的约束限制。
- 任意一台发电机组 g 在 t 时段内处于关停状态，即 $u_{g,t} = 0$ ，则该发电机组必须在 $(t - TU_g + 1, \dots, t)$ 各个时刻中一直不执行开启动作，保证最小开启时间的约束限制。

$\sum_{i=t-TD_g+1}^t w_{g,i} \leq 1 - u_{g,t} \quad \forall g, t \in [TD_g, NT]$ 可以理解为：

- 任意一台发电机组 g 在 t 时段内处于关停状态，即 $u_{g,t} = 0$ ，则该发电机组必须在 $(t - TD_g + 1, \dots, t)$ 各个时刻中关停且至多关停一次，保证最小关停时间的约束限制。
- 任意一台发电机组 g 在 t 时段内处于开启状态，即 $u_{g,t} = 1$ ，则该发电机组必须在 $(t - TD_g + 1, \dots, t)$ 各个时刻中一直不执行关停动作，保证最小关停时间的约束限制。

3.2.3 启停状态逻辑约束

$$u_{g,t} - u_{g,t-1} = v_{g,t} - w_{g,t} \quad \forall g, t \quad (4)$$

解释：任意一台发电机组 g 在任意时间段 t 内处于联机 (online) 运行状态，即 $u_{g,t} = 1$ 的发电机组可以被关停而不可以开启，处于脱离运行状态 (offline)，即 $u_{g,t} = 0$ 的发电机组可以被开启而不可以被关停。

为了解释清楚 $u_{g,t}$ 和 $v_{g,t}$ $w_{g,t}$ 三者之间的关系，表 1 给出了 $u_{g,t}$ 和 $v_{g,t}$ $w_{g,t}$ 三者之间的关系举例。

在此例中，任选一台发电机 g ，时间段设置为 10，设置最小开启时间 $TU_g=2$ ，最小关停时间 $TD_g=3$ ，且设定任意一台机组 g 的 0 时刻的状态为 $u_{g,0}=0$ 。

表 1 Relationship among $u_{g,t}$, $v_{g,t}$ and $w_{g,t}$

Hours	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$u_{g,t}$	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0
$v_{g,t}$	-	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
$w_{g,t}$	-	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0

- $v_{g,t} = 1$ and $w_{g,t} = 0$ ，表示在 t 时刻机组 g 要执行启动动作

- $v_{g,t} = 0$ and $w_{g,t} = 1$, 表示在 t 时刻机组 g 要执行关停动作
- $v_{g,t} = 0$ and $w_{g,t} = 0$, 表示在 t 时刻机组 g 维持原状态
- $v_{g,t} = 1$ and $w_{g,t} = 1$, 不存在该情况, 机组 g 不可能再 t 时刻同时启动或关停, 逻辑矛盾

如表 1 中时刻 1 对应着 $v_{g,1} = 1$ and $w_{g,1} = 0$, 表示机组 g 在时刻 1 要执行开启动作, 则 $u_{g,1} - u_{g,0} = v_{g,1} - w_{g,1} = 1$, 且 $u_{g,0} = 0$, 则 $u_{g,1} = 1$, 逻辑关系满足。

通过 $u_{g,t}$ 一行数据可以看出, 连续的 1 不小于 2 个, 连续的 0 不小于 3 个, 满足举例设置的最小开启时间 $TU_g=2$, 最小关停时间 $TD_g=3$ 。

3.2.4 功率平衡约束

$$\sum_{g=1}^{NG} p_{g,t} \geq D_t \quad \forall t \quad (5)$$

$$\sum_{g=1}^{NG} u_{g,t} \bar{P}_g \geq D_t \quad \forall t \quad (6)$$

解释: 所有投入运行的发电机组在任意时间段 t 内发出的功率之和要满足该时间段 t 内的负荷需求, 且留有一定备用。

3.3 整体数学模型

$$\begin{aligned} & \min \sum_{g=1}^{NG} \sum_{t=1}^{NT} (C_g^{LV} p_{g,t} + C_g^{NL} u_{g,t} + C_g^{SU} v_{g,t} + C_g^{SD} w_{g,t}) \\ & s.t. \quad \begin{cases} u_{g,t} \underline{P}_g \leq p_{g,t} \leq u_{g,t} \bar{P}_g & \forall g, t \\ \sum_{i=t-TU_g+1}^t v_{g,i} \leq u_{g,t} & \forall g, t \in [TU_g, T] \\ \sum_{i=t-TD_g+1}^t w_{g,i} \leq 1 - u_{g,t} & \forall g, t \in [TD_g, T] \\ u_{g,t} - u_{g,t-1} = v_{g,t} - w_{g,t} & \forall g, t \\ \sum_{g=1}^{NG} p_{g,t} \geq D_t & \forall t \\ \sum_{g=1}^{NG} u_{g,t} \bar{P}_g \geq D_t & \forall t \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

四、具体算例

选取 Yalmip 官网 Unit commitment 部分数据 [2] 建立机组组合优化模型, 数据见表 2. 时间段数目 $NT = 48$, 预测负荷大小按照 $D_t = 100 + 50 \sin \frac{t \cdot 2\pi}{24}$ ($t = 1, \dots, NT$) 进行计算。

表 2 算例数据

机组编号	\bar{P}_g	\underline{P}_g	C_g^{LV}	C_g^{NL}	C_g^{SU}	C_g^{SD}
1	100	20	10	2	5	5
2	50	40	20	3	10	10
3	25	1	20	4	5	5

五、参考文献

- [1] G. Morales-España, J. M. Latorre and A. Ramos, "Tight and Compact MILP Formulation for the Thermal Unit Commitment Problem," in IEEE Transactions on Power Systems, vol. 28, no. 4, pp. 4897-4908, Nov. 2013, doi: 10.1109/TPWRS.2013.22514
- [2] <https://yalmip.github.io/example/unitcommitment/>