

restart;

## VI. Сдвиговое стационарное течение несжимаемой жидкости с постоянной вязкостью между двумя коаксиальными цилиндрами

Беляева, Н.А. (2011). Основы гидродинамики в моделях: Учебное пособие (стр. 46-48).

Раздел 4. Модели течений жидкости с постоянной вязкостью

### 4.4 Модель сдвигового течения жидкости между двумя коаксиальными бесконечными цилиндрами

⇒ **Определить**

- скорость течения жидкости
- давление
- компоненты силы, действующей со стороны жидкости на соприкасающуюся поверхность

⇒ **Изобразить**

- эпюру скоростей
- действующую силу

П2-МКо ★ Старцева Марина ★ Вариант П

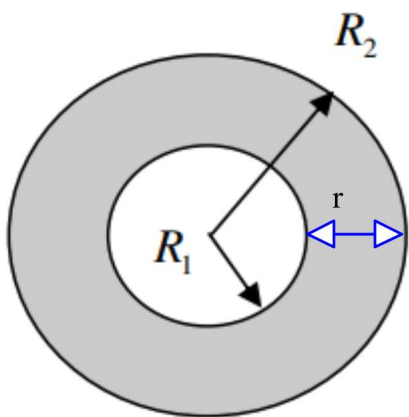
$R_1 := 3$  : радиус внутреннего цилиндра, см

$R_2 := 10$  : радиус внешнего цилиндра, см

$\omega_1 := 3$  : угловая скорость вращения внутреннего цилиндра

$\omega_2 := 10$  : угловая скорость вращения внешнего цилиндра

$\eta := 10$  :  $\eta$ , коэффициент вязкости, т.е. как трудно жидкости течь, 10 = невязкая, хорошо течет



переменная  $r$ : от края одного до другого

Рис. 14

## Скорость

⇒ Определим скорость

$$a := \frac{R_2^2 \omega_2 - R_1^2 \omega_1}{R_2^2 - R_1^2} : b := \frac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} (\omega_1 - \omega_2) :$$

$$V := r \rightarrow a \cdot r + \frac{b}{r} : a := a; b := b;$$

$$a := \frac{139}{13}$$

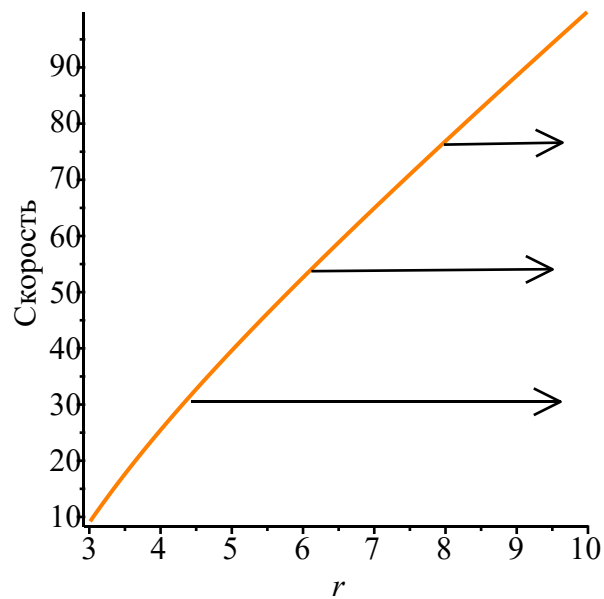
$$b := -\frac{900}{13}$$

(1)

см. формулу (4.13) в пособии

⇒ Изобразим эюру скоростей

`plot([ V(r) ], r=R1..R2, color=[coral], linestyle=[solid], size=[300, 300], labels=[r, "Скорость"], labeldirections=["horizontal", "vertical"] );`



## Давление

⇒ Определим давление

$$p := r \rightarrow \rho \cdot \left( \frac{a^2 r^2}{2} + 2 a \cdot b \cdot \ln(r) - \frac{b}{2 r^2} \right) + c : \text{ см. формулу (4.14) в пособии}$$

$$\rho := 1 :$$

$$\text{solve}([p(10)], c) ; \# \text{solve}([p(3)], c) ;$$

$$\left\{ c = -\frac{1932217}{338} + \frac{250200 \ln(10)}{169} \right\} \quad (2)$$

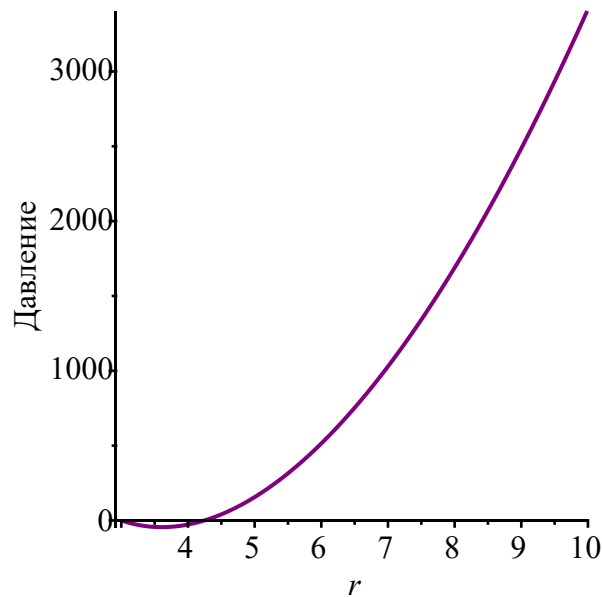
$$\# c := -\frac{1932217}{338} + \frac{250200 \ln(10)}{169} ;$$

$$c := -\frac{175189}{338} + \frac{250200 \ln(3)}{169} ;$$

$$c := -\frac{175189}{338} + \frac{250200 \ln(3)}{169} \quad (3)$$

Построим график

`plot([p], 3..10, color = [purple], linestyle = [solid], labels = [r, "Давление"], labeldirections = ["horizontal", "vertical"], size = [300, 300]);`



## Компоненты силы

⇒ Определим моменты силы трения см. последнюю формулу подраздела 4.4 в пособии

$$\sigma_{r\phi} := r \mapsto \frac{2 \cdot r \cdot \eta (\omega_1 - \omega_2) R_2^2}{R_2^2 - R_1^2};$$

$$M_1 := - \frac{4\pi \cdot \eta (\omega_1 - \omega_2) R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2};$$

$$M_2 := -M_1;$$

$$\sigma_{r\phi} := r \mapsto \frac{2 \cdot r \cdot \eta (\omega_1 - \omega_2) \cdot R_2^2}{-R_1^2 + R_2^2}$$

$$M_1 := - \frac{36000 \pi}{91}$$

$$M_2 := \frac{36000 \pi}{91}$$

(4)

⇒ Изобразим силу трения (противоположна движению)

`plot(σrφ, R1..R2, labels = [r, "Сила трения"], labeldirections = ["horizontal", "vertical"] );`

