ব্যবহারিক

পরীক্ষণ ১	বাস্তবজীবন ভিত্তিক সমস্যার সাহায্যে গাণিতিক প্রত্যাশা ও ভেদাঙ্ক নির্ণয়	তারিখ: ... ...

সমস্যা: দুইটি নিরপেক্ষ ছক্কা নিক্ষেপ করা হলে ছক্কাদ্বয়ের উপর পিঠের সংখ্যাগুলোর সমষ্টি গাণিতিকি প্রত্যাশা ও ভেদাঙ্ক মান নির্ণয় কর। তারিখ: ... ...

সমাধান:

পরীক্ষণের নাম: দুইটি নিরপেক্ষ ছক্কা নিক্ষেপ করে উপর পিঠের সমষ্টির গাণিতিক প্রত্যাশা ও ভেদাঙ্ক নির্ণয়।

প্রদত্ত তথ্য: দুইটি নিরপেক্ষ ছক্কাকে নিক্ষেপণ।

প্রয়োজনীয় সূত্র: গাণিতিক প্রত্যাশা, $E(x) = \sum xP(x)$; ভেদাঙ্ক, $V(x) = E(x^2) - \{E(x)\}^2$

প্রয়োজনীয় হিসাব: ধরি, একটি ছক্কার উপর পিঠের সংখ্যা $= x$ ও অপর ছক্কার উপর পিঠের সংখ্যা $= y$।

সুতরাং $x = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ও $y = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ হবে। দুইটি অনপেক্ষ ছক্কা নিক্ষেপে মোট নমুনা বিন্দু $= 6^2 = 36$টি।

সুতরাং নমুনা ক্ষেত্রটি হলো:

y \ x	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

সুতরাং যেকোনো একটি ফলাফল আসার সম্ভাবনা $= \frac{1}{36}$

ধরি, $z =$ ছক্কা দুটির উপরের পিঠের সমষ্টি।

সুতরাং, z এর সম্ভাবনা অপেক্ষক নিম্নরূপ হবে—

z	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P(z)	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

z এর গাণিতিক প্রত্যাশা নির্ণয়:

সংজ্ঞানুসারে, $E(z) = \sum z\,P(z)$

$$= 2\times\frac{1}{36}+3\times\frac{2}{36}+4\times\frac{3}{36}+5\times\frac{4}{36}+6\times\frac{5}{36}+7\times\frac{6}{36}+8\times\frac{5}{36}+9\times\frac{4}{36}+10\times\frac{3}{36}+11\times\frac{2}{36}+12\times\frac{1}{36}$$

$$= \frac{2+6+12+20+30+42+40+36+30+22+12}{36} = \frac{252}{36} = 7$$

z এর ভেদাঙ্ক নির্ণয়: আমরা জানি, $V(z) = E(z^2) - [E(z)]^2$

এখন, $E(z^2) = \sum z^2P(z)$

$$= 2^2\times\frac{1}{36}+3^2\times\frac{2}{36}+4^2\times\frac{3}{36}+5^2\times\frac{4}{36}+6^2\times\frac{5}{36}+7^2\times\frac{6}{36}+8^2\times\frac{5}{36}+9^2\times\frac{4}{36}+10^2\times\frac{3}{36}+11^2\times\frac{2}{36}+12^2\times\frac{1}{36}$$

$$= \frac{4+18+48+100+180+294+320+324+300+242+144}{36} = \frac{1974}{36}$$

$$\therefore\ V(z) = \frac{1974}{36} - (7)^2;\ [\because\ E(z) = 7]$$

$$= \frac{1974}{36} - 49 = \frac{1974-1764}{36} = \frac{210}{36} = \frac{35}{6}$$

তারিখ ঃ ....

পরীক্ষণের নম্বর (২)

পরীক্ষণের নাম ঃ গণসংখ্যা বিন্যাসের সাহায্যে দ্বিপদী বিন্যাসে মিলকরণ ঃ

ব্যবহারিক প্রশ্ন :

একটি মুদ্রা 200 বার নিক্ষেপ করা হলে প্রাপ্ত ফলাফল নিম্নরূপ :

মাথার সংখ্যা	0	1	2	3	4	5	6	7
গণসংখ্যা	15	28	50	62	30	8	5	2

দ্বিপদী বিন্যাসে মিলকরণ এবং প্রাপ্ত ও প্রত্যাশিত গণসংখ্যা একই লেখে উপস্থাপন করে তুলনা কর।

সমাধান :

গড় নির্ণয়ের তালিকা

মাথার সংখ্যা (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	$f_i x_i$
0	15	0
1	28	28
2	50	100
3	62	186
4	30	120
5	8	40
6	5	30
7	2	14
	$N = 200$	$\Sigma f_i x_i = 518$

$\therefore$ গড়, $\overline{x} = \frac{518}{200} = 2.59$

$\therefore np = 2.59$

$\Rightarrow 7p = 2.59$ $\qquad [\because n = 7]$

$\Rightarrow p = 0.37$

$\therefore q = 1 - p = 1 - 0.37 = 0.63$

এখন, n, p ও q এর মান বসিয়ে দ্বিপদী চলক x এর সম্ভাবনা ফাংশন পাওয়া যায় নিম্নরূপ –

$P(x) = {}^7c_x (0.37)^x (0.63)^{7-x}$; $\qquad x = 0, 1, 2, \cdots\cdots, 7$

তাহলে,

$x = 0$ হলে, $P(0) = {}^7c_0(0.37)^0 (0.63)^{7-0} = 1 \times 1 \times (0.63)^7 = 0.039389806$

$x = 1$ হলে, $P(1) = {}^7c_1 (0.37)^1 (0.63)^{7-1} = 7 \times 0.37 \times 0.062523502 = 0.16193587$

$x = 2$ হলে, $P(2) = {}^7c_2(0.37)^2 (0.63)^{7-2} = 21 \times 0.1369 \times 0.099243654 = 0.285315581$

$x=3$ হলে, $P(3) = {}^7c_3(0.37)^3(0.63)^{7-3} = 35 \times 0.050653 \times 0.15952961 = 0.279277156$

$x=4$ হলে, $P(4) = {}^7c_4(0.37)^4(0.63)^{7-4} = 35 \times 0.01874161 \times 0.250047 = 0.164019917$

$x=5$ হলে, $P(5) = {}^7c_5 (0.37)^5(0.63)^{7-5} = 21 \times 0.006934395 \times 0.3969 = 0.057797488$

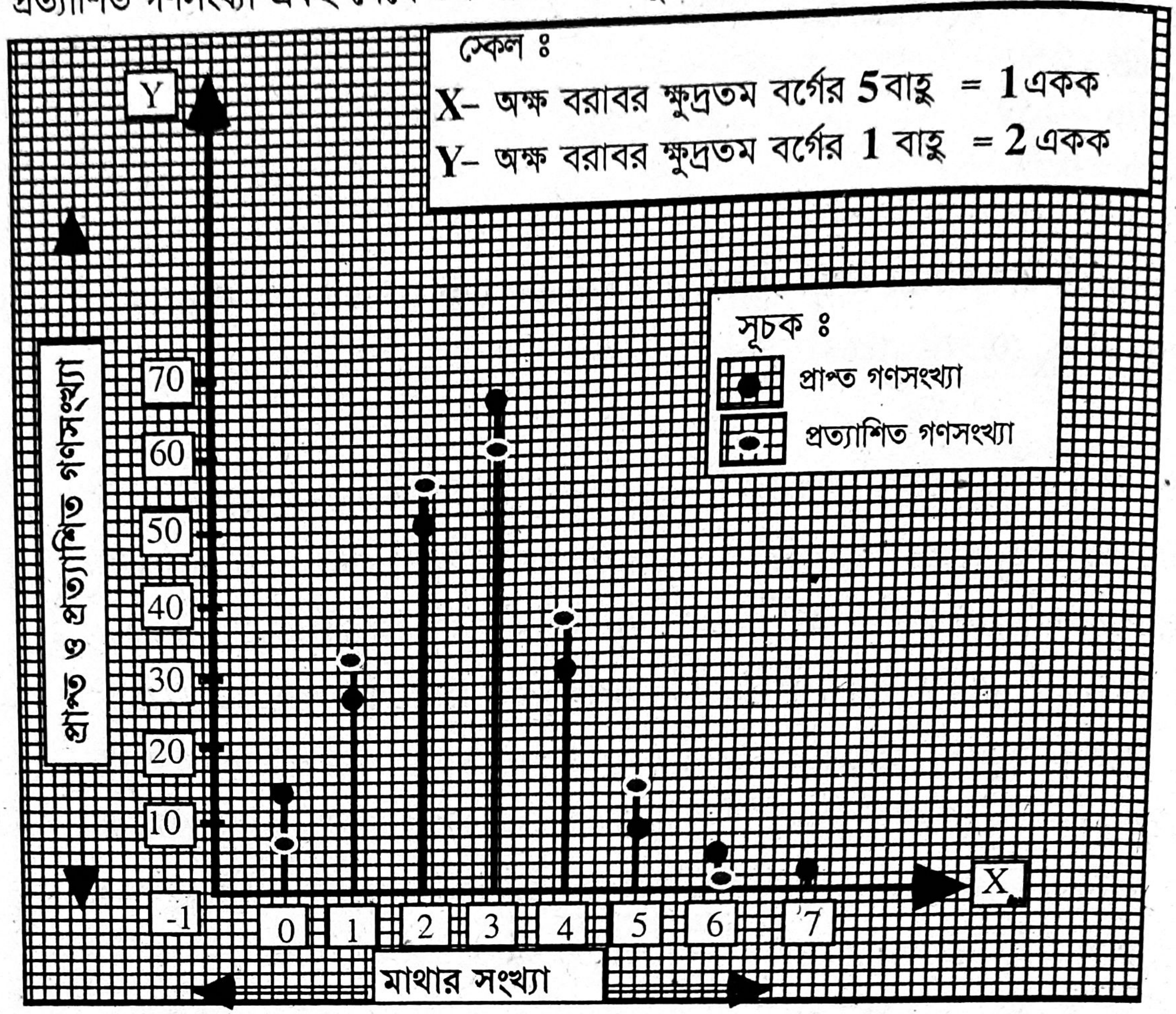
$x=6$ হলে, $P(6) = {}^7c_6(0.37)^6 (0.63)^{7-6} = 7 \times 0.0025657226 \times 0.63 = 0.011314853$

$x=7$ হলে, $P(7) = {}^7c_7(0.37)^7 (0.63)^{7-7} = 1 \times 0.000949318 \times 1 = 0.000949318$

নিম্নে দ্বিপদী বিন্যাসে মিলকরণের তালিকা দেয়া হলো :

মাথার সংখ্যা (x)	প্রাপ্ত গণসংখ্যা (f_i)	সম্ভাবনা P(x)	প্রত্যাশিত গণসংখ্যা $E = NP(x)$
0	15	0.039389806	7.88 = 8 (প্রায়)
1	28	0.16193587	3.24 = 32 (প্রায়)
2	50	0.285315581	57.06 = 57 (প্রায়)
3	62	0.279377156	55.86 = 56 (প্রায়)
4	30	0.164019917	32.80 = 33 (প্রায়)
5	8	0.057797488	11.56 = 12 (প্রায়)
6	5	0.011314853	2.26 = 2 (প্রায়)
7	2	0.000949318	0.19 = 0 (প্রায়)
	N = 200	$\Sigma P(x) = 1$	$\Sigma E = 200$

নিম্নে প্রাপ্ত ও প্রত্যাশিত গণসংখ্যা একই লেখে উপস্থাপন করে তুলনা করা হলো :



ব্যাখ্যা : লেখ হতে স্পষ্ট প্রতীয়মান হয় যে, প্রাপ্ত ও প্রত্যাশিত গণসংখ্যার মধ্যে যথেষ্ট মিল আছে। সুতরাং প্রাপ্ত গণসংখ্যা নিবেশন দ্বিপদী বিন্যাসে বেশ মিল হয়।

তারিখ : .... পরীক্ষণের নম্বর (৫)

পরীক্ষণের নাম : উপযুক্ত বিন্যাসে মিলকরণ এবং চিত্রের সাহায্যে প্রাপ্ত ও প্রত্যাশিত গণসংখ্যার তুলনাঃ

ব্যবহারিক প্রশ্ন : কোনো একটি কারখানায় উৎপাদিত দ্রব্যের 200টি প্যাকেটের মধ্যে প্রতি প্যাকেটে খারাপ দ্রব্যের সংখ্যার নিবেশন দেয়া হলো:

প্রতি প্যাকেটে খারাপ দ্রব্যের সংখ্যা	0	1	2	3	4	5
প্যাকেটের সংখ্যা	76	74	29	17	3	1

প্রদত্ত তথ্যকে একটি উপযুক্ত বিন্যাসে মিল খাওয়াও এবং ছক কাগজে প্রদত্ত ও প্রত্যাশিত গণসংখ্যাকে উপস্থাপন করে তুলনা কর।

সমাধান :

গড় ও ভেদাঙ্ক নির্ণয়ের তালিকা

প্রতি প্যাকেটে খারাপ দ্রব্যের সংখ্যা (x)	প্যাকেটের সংখ্যা (f)	fx	fx^2
0	76	0	0
1	74	74	74
2	29	58	116
3	17	51	153
4	3	12	48
5	1	5	25
	N = 200	$\Sigma fx = 200$	$\Sigma fx^2 = 416$

$\therefore$ গড়, $\overline{x} = \dfrac{\Sigma fx}{N}$

$= \dfrac{200}{200}$

$= 1$ -------------------- (i)

এবং ভেদাঙ্ক, $\sigma^2 = \dfrac{\Sigma fx^2}{N} - \left(\dfrac{\Sigma fx}{N}\right)^2$

$= \dfrac{416}{200} - \left(\dfrac{200}{200}\right)^2$

$= 2.08 - 1^2$

$= 2.08 - 1 = 1.08$------------ (ii)

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ হতে পাই, $\overline{x} = \sigma^2$ (প্রায়)

সুতরাং প্রদত্ত গণসংখ্যা নিবেশনকে পৈঁসু বিন্যাসে মিলকরণ করাই শ্রেয়।

মনে করি, চলক x একটি পৈঁসু চলক যার পরামিতি m.

$\therefore$ সম্ভাবনা অপেক্ষক, $P(x) = \dfrac{e^{-m} m^x}{x!}$; $x = 0, 1, 2, \text{--------}, \infty$

আমরা জানি, পৈঁসু বিন্যাসের গড়, $E(x) = m$

$\therefore$ পরামিতি, $m = 1$

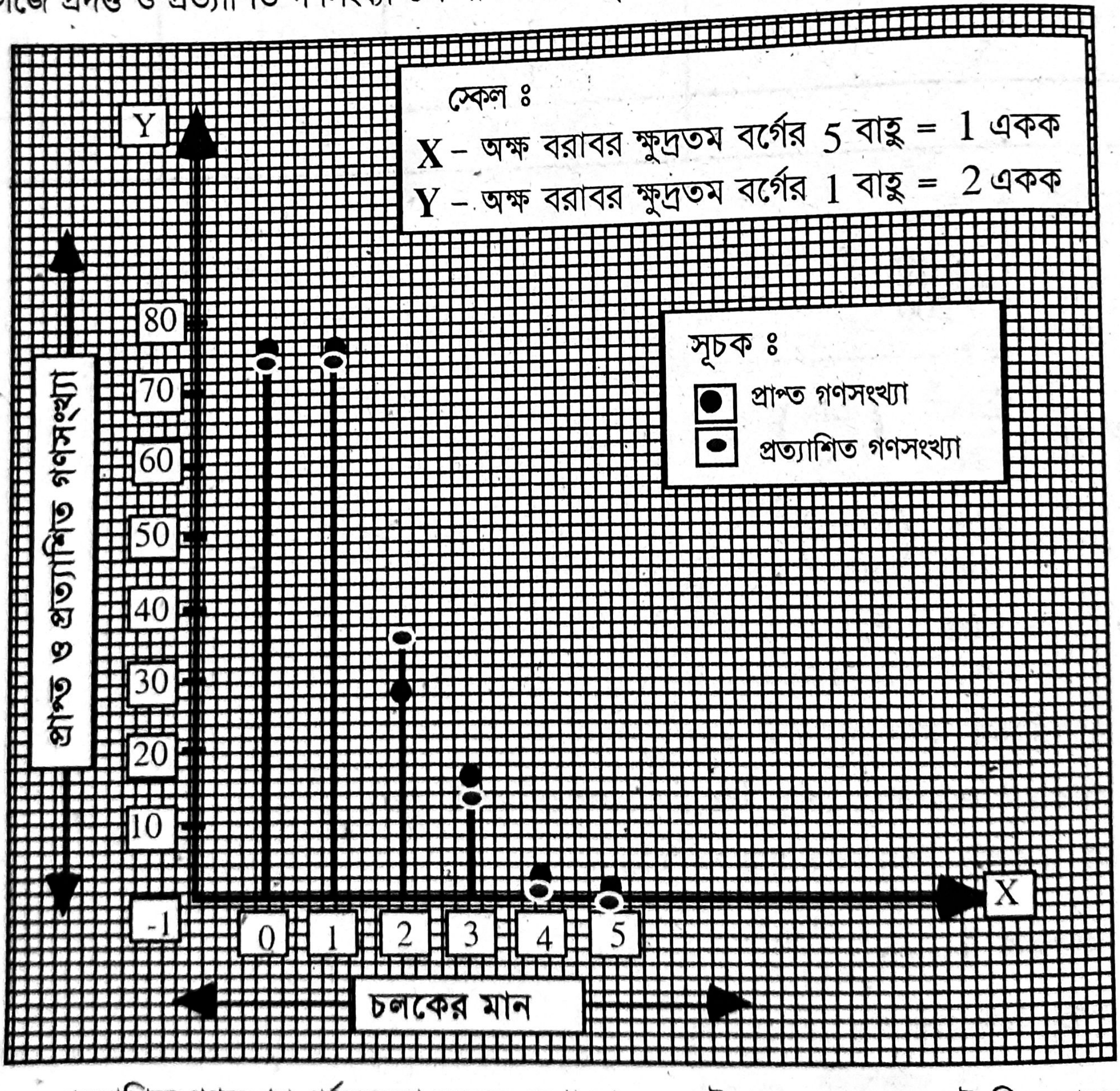
$\therefore$ সম্ভাবনা অপেক্ষক, $P(x) = \dfrac{e^{-1} (1)^x}{x!}$; $x = 0, 1, 2, \text{--------}, \infty$

এখন, $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ বসালে পৈঁসু বিন্যাসের সমস্ত সম্ভাবনা পাওয়া যাবে।

পৈঁসু বিন্যাসে মিলকরণের তালিকা নিম্নে দেয়া হলো :

x	প্রদত্ত গণসংখ্যা (f)	সম্ভাবনা, P(x)	প্রত্যাশিত গণসংখ্যা E=NP(x)
0	76	$P(0) = \frac{e^{-1}.(1)^0}{0!} = \frac{0.3679\times1}{1} = 0.3679$	73.58 = 74 (প্রায়)
1	74	$P(1) = \frac{e^{-1}.(1)^1}{1!} = \frac{0.3679\times1}{1} = 0.3679$	73.58 = 73 (প্রায়)
2	29	$P(2) = \frac{e^{-1}.(1)^2}{2!} = \frac{0.3679\times1}{2} = 0.18395$	36.79 = 37 (প্রায়)
3	17	$P(3) = \frac{e^{-1}.(1)^3}{3!} = \frac{0.3679\times1}{6} = 0.0613$	12.26 = 12 (প্রায়)
4	3	$P(4) = \frac{e^{-1}.(1)^4}{4!} = \frac{0.3679\times1}{24} = 0.0153$	3.06 = 3 (প্রায়)
5	1	$P(5) = \frac{e^{-1}.(1)^5}{5!} = \frac{0.3679\times1}{120} = 0.0031$	0.62 = 1 (প্রায়)
	N = 200	$\Sigma P(x) = 1$ (প্রায়)	$\Sigma E = 200$ (প্রায়)

নিম্নে ছক কাগজে প্রদত্ত ও প্রত্যাশিত গণসংখ্যা উপস্থাপন করে তুলনা করা হলো :



ব্যাখ্যা : প্রাপ্ত ও প্রত্যাশিত গণসংখ্যা পর্যবেক্ষণ করলে দেখা যায় যে, উহাদের মধ্যে যথেষ্ট মিল আছে। সুতরাং বলা যায় যে, প্রদত্ত গণসংখ্যা নিবেশনকে পৈঁসু বিন্যাসে মিল খাওয়ানো যায়।

পরীক্ষণের নম্বর (১৪)

তারিখ ঃ ....

পরীক্ষণের নাম ঃ প্রজনন হার নির্ণয় ঃ

ব্যবহারিক প্রশ্ন : নিম্নের উপাত্ত হতে অশোধিত জন্ম হার, সাধারণ প্রজনন হার, বয়: নির্দিষ্ট প্রজনন হার, মোট প্রজনন হার, স্থূল পুনরুৎপাদন হার ও নীট পুনরুৎপাদন হার নির্ণয় কর।

বয়স শ্রেণি	স্ত্রীলোকের সংখ্যা ('০০০)	শিশুর জন্ম সংখ্যা	ছেলে শিশুর সংখ্যা	বেঁচে থাকার সম্ভাবনা
15-19	7806	521435	272342	0.980
20-24	6781	846256	422247	0.977
25-29	5840	412342	206122	0.972
30-34	5434	326268	183134	0.960
35-39	5675	211810	111440	0.942
40-44	6083	69750	34380	0.895
45-49	5361	42354	22462	0.854

মোট জনসংখ্যা, P = 109027142

সমাধান :

গণনা তালিকা

বয়স শ্রেণি	স্ত্রী লোকের সংখ্যা (F_i)	শিশুর জন্মসংখ্যা (B_i)	ছেলে শিশুর সংখ্যা	মেয়ে শিশুর সংখ্যা (G_i)	বাঁচার সম্ভাবনা (S_i)	$ASFRi = \frac{B_i}{F_i} \times 1000$	$\frac{G_i}{F_i}$	$\frac{G_i}{F_i} \times S_i$
15-19	7806000	521435	272342	249093	0.980	66.80	0.032	0.031
20-24	6781000	846256	422247	424009	0.977	124.80	0.063	0.062
25-29	5840000	412342	206122	206220	0.972	70.61	0.035	0.034
30-34	5434000	326268	183134	143134	0.960	60.04	0.026	0.025
35-39	5675000	211810	111440	100370	0.942	37.32	0.018	0.017
40-44	6083000	69750	34380	35370	0.895	11.47	0.006	0.005
45-49	5361000	42354	22462	19892	0.854	7.90	0.004	0.003
	$\Sigma F_i =$ 42980000	$\Sigma B_i =$ 2430215				$\Sigma \frac{B_i}{F_i} \times 1000$ = 378.94	$\Sigma \frac{G_i}{F_i}$ =0.184	$\Sigma \frac{G_i}{F_i} \times S_i$ = 0.177

অশোধিত জন্মহার, $CBR = \frac{B}{P} \times 1000$

এখানে, $B = \Sigma Bi =$ মোট জীবন্ত শিশুর সংখ্যা = 2430215, $P =$ মোট জনসংখ্যা = 109027142

$\therefore$ অশোধিত জন্মহার, $CBR = \frac{2430215}{109027142} \times 1000 = 22.29$

অর্থাৎ প্রতি হাজারে 22 জন (প্রায়) জন্ম গ্রহণ করে।

$\therefore$ সাধারণ প্রজনন হার, $GFR = \frac{B}{F_{15\text{-}49}} \times 1000 = \frac{2430215}{42980000} \times 1000 = 56.54 = 57$ জন (প্রায়)

অর্থাৎ প্রতি হাজারে সাধারণ প্রজনন হার 57 জন (প্রায়)।

বয়: নির্দিষ্ট প্রজনন হার, $ASFR_i = \frac{B_i}{F_i} \times 1000$; $i = 1, 2, \text{--------}, 7$

15-19 বয়স শ্রেণির প্রজনন হার, $ASFR_1 = \frac{B_1}{F_1} \times 1000 = \frac{521435}{7806000} \times 1000 = 66.80$

অন্যান্য বয়স শ্রেণির প্রজনন হার উপরের সারণিতে সপ্তম কলামে দেখানো হয়েছে।

মোট প্রজনন হার, $TFR = 5 \sum_{i=1}^{7} \frac{B_i}{F_i} \times 1000 = 5 \times 378.94 = 1894.70 = 1895$ জন (প্রায়)

স্থূল পুনরুৎপাদন হার, $GRR = 5 \sum_{i=1}^{7} \frac{G_i}{F_i} \times 1000 = 5 \times 0.184 \times 1000 = 920$ জন।

নীট পুনরুৎপাদন হার, $NRR = 5\sum_{i=1}^{7} \frac{G_i}{F_i} \times Si \times 1000 = 5 \times 0.177 \times 1000 = 885$

অর্থাৎ সন্তান ধারণে সক্ষম প্রতি হাজার মহিলা 885 জন সন্তান জন্ম গ্রহণের আশা করতে পারে।

খাতায় পেন্সিল দিয়ে সব লিখতে হবে।

পরীক্ষার নাম সিরিয়াল অনুযায়ী ঠিক করে লিখবো।