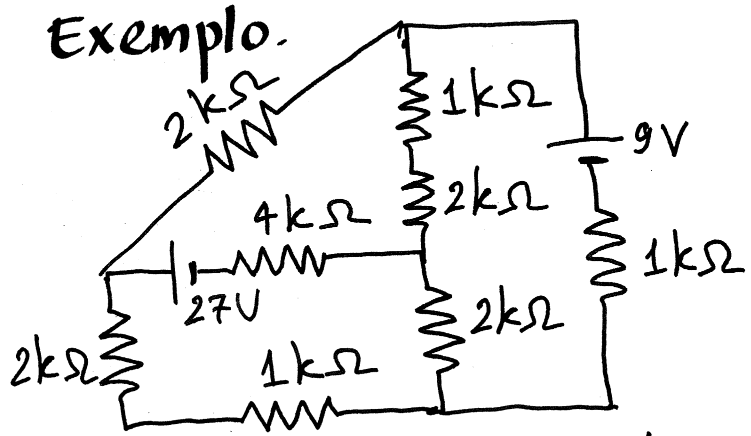
Aula 9. 2019-10-14

CIRCUITOS DE CORRENTE CONTÍNUA

Com uma ou várias fontes com f.e.m. constante.
O objetivo é determinar ΔV e I em cada elemento.

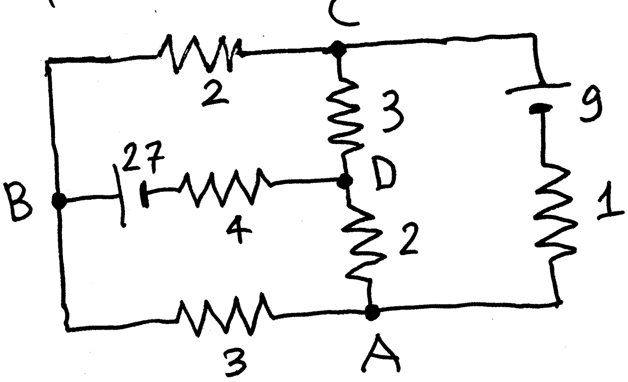
Exemplo.



Unidades:

$\Delta V \to$ V
$R \to$ kΩ
$I \to$ mA

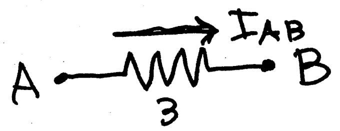
Após combinar as resistências em série:



O método do capítulo 3 falha, porque não há mais combinações em série ou paralelo.

O circuito tem 6 **ramos**: AB, BC, AD, AC, BD e CD
(por conveniência, usaremos ordem alfabética, ou seja, AC e não CA)

Em cada ramo a lei de Ohm relaciona a voltagem e corrente

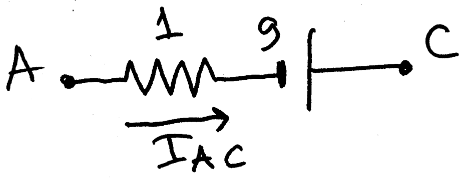


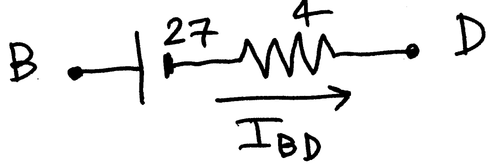
$V_{A/B} = V_A - V_B$ = potencial de A, relativo a B.

I_{AB} = corrente do ponto A para o ponto B

$V_{A/B} = 3 I_{AB}$, $V_{B/C} = 2 I_{BC}$, $V_{A/D} = 2 I_{AD}$, $V_{C/D} = 3 I_{CD}$

Nos dois ramos onde há fontes:





$V_{A/C} = I_{AC} - 9$

$V_{B/D} = 4 I_{BD} + 27$

Temos 12 variáveis (voltagem e corrente em 6 ramos) e apenas 6 equações. As 6 equações que faltam são obtidas a partir das:

LEIS DE KIRCHHOFF

① Lei das malhas (voltagens): Em cada malha (percurso fechado no circuito), a soma algébrica das voltagens é nula.

No exemplo acima, as equações das malhas ABD, BCD e CAD são:

(é facil de corroborar, porque $V_{X/Y} = V_X - V_Y$)

$$\begin{cases} V_{A/B} + V_{B/D} - V_{A/D} = 0 \\ V_{B/C} + V_{C/D} - V_{B/D} = 0 \\ -V_{A/C} + V_{A/D} - V_{C/D} = 0 \end{cases}$$

② Lei do nós (correntes): Em cada nó (ponto comúm a três ou mais ramos), a soma algébrica das correntes é nula.

No exemplo, nos 3 nós A, B e C, e arbitranto $I > 0$ se sair do nó e $I < 0$ se entrar,

$$\begin{cases} I_{AB} + I_{AC} + I_{AD} = 0 \\ I_{BC} + I_{BD} - I_{AB} = 0 \\ I_{CD} - I_{AC} - I_{CB} = 0 \end{cases}$$

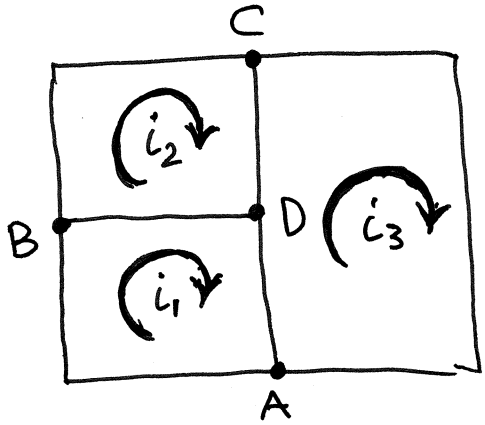
Podem escreverem-se mais equações de malha, e de nó, mas serão dependentes das 6 já escritas.

Em vez de resolvermos as 12 equações, com 12 variáveis, há um método que permite reduzir as equações a apenas 3, com 3 variáveis.

MÉTODO DAS MALHAS

As variáveis serão as correntes nos 3 ramos na periferia do circuito: $I_{AB} = i_1$, $I_{BC} = i_2$, $I_{AC} = -i_3$

(convém que sigam o mesmo sentido, neste caso contrário aos ponteiros do relógio)



As correntes nos outros três ramos obtêm-se pelas leis dos nós:

$$I_{AD} = i_1 - i_3$$
$$I_{BD} = i_1 - i_2$$
$$I_{CD} = i_2 - i_3$$

As 6 expressões das correntes são fáceis de obter admitindo que i_1, i_2 e i_3 são **correntes de malha**, em cada uma das 3 malhas (todas no mesmo sentido). Num ramo que pertence a apenas uma malha, a corrente é a corrente dessa malha. Nos ramos entre duas malhas a corrente é a diferença entre as correntes dessas duas malhas.

As 3 equações das malhas, em função de (i_1, i_2, i_3), são:

$$\begin{cases} 3i_1 + 4(i_1 - i_2) + 27 + 2(i_1 - i_3) = 0 \\ 2i_2 + 3(i_2 - i_3) + 4(i_2 - i_1) - 27 = 0 \\ i_3 + 9 + 2(i_3 - i_1) + 3(i_3 - i_1) = 0 \end{cases}$$

que é um sistema linear. De forma matricial, o sistema é:

$$\boxed{\mathbb{R}\,\mathbb{i} = \mathcal{E}}$$

(forma matricial da lei de Ohm)

matriz 3x1, com valores de f.e.m.

matriz 3x3 com valores de resistências

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix}$$

e a sua solução é:

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \mathbb{R}^{-1}\,\mathcal{E}$$

Sem fazer a análise que fizemos, para obter as equações das malhas, as matrizes $\mathbb{R}$ e $\mathcal{E}$ podem ser escritas imediatamente, apenas olhando para o circuito:

- $R_{n,n}$ = soma de todas as resistências na malha n.
- $R_{n,m}$ $(n \neq m)$ = − soma de todas as resistências na fronteira das malhas n e m
- $\mathcal{E}_n$ = soma de todas as f.e.m. na malha n. Positiva, se i_n passa de ▮ para |, ou negativa, se passa de | para ▮

No nosso exemplo:

$$\mathbb{R} = \begin{bmatrix} 9 & -4 & -2 \\ -4 & 9 & -3 \\ -2 & -3 & 6 \end{bmatrix} \qquad \mathcal{E} = \begin{bmatrix} -27 \\ 27 \\ -9 \end{bmatrix}$$

No Maxima, a solução do sistema obtém-se assim:

```
(%i1) invert(matrix([9,-4,-2],[-4,9,-3],[-2,-3,6])) . [-27,27,-9];
```

ponto (produto matrizial)

```
(%o1)
```

$$\begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$i_1 = -3$, $i_2 = 1$, $i_3 = -2$

E com esses valores obtêm-se as voltagens e correntes.

Por exemplo: $I_{BD} = i_1 - i_2 = 4\ \text{mA}$ (corrente de B para D)

$V_{BD} = 4 I_{BD} + 27 = 43\ \text{V}$ $(V_B > V_D)$