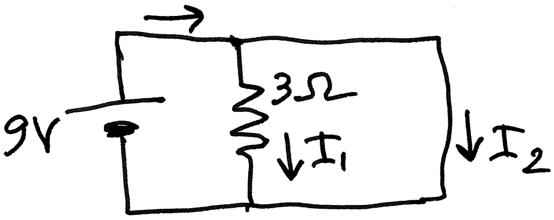
Aula 7. 2019-10-07

"curto-circuito": $R=0$

Note-se que $\Delta V = RI$ implica $\Delta V = 0$, se I for finita mas se $I \to \infty$, ΔV poderá ter qualquer valor.

<u>Exemplo</u>:



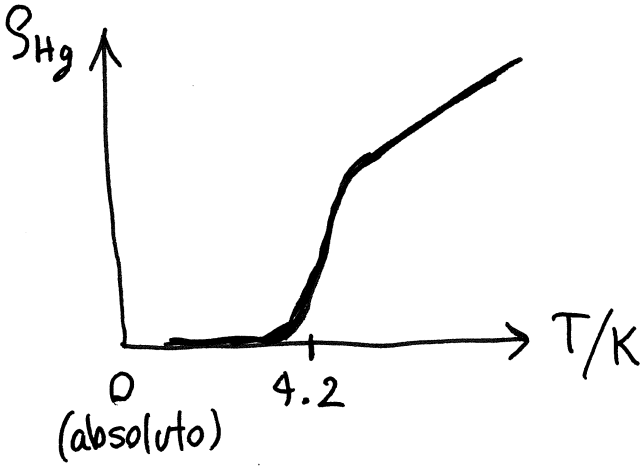
em $R = 3\Omega$:

$\Delta V = 9\ \text{V}$, $I_1 = 3\text{A}$

$I_2 = \infty$ $\quad I = I_1 + I_2 = \infty$

Este é um exemplo idealizado, mas cada vez estamos mais próximos de termos fontes ideais ($r=0$). e curto-circuitos ideais ($R=0$)

SUPERCONDUTIVIDADE

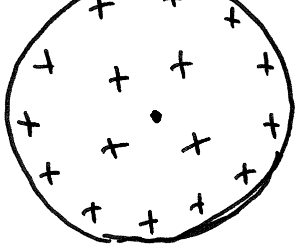


Em algus materias (supercondutores) a resistividade decresce abruptamente quando T for menor que uma <u>temperatura crítica</u>. No mercúrio, $T_{\text{crítica}} \approx 4.2\ \text{K}$

CAPACIDADE ELÉTRICA

Num condutor isolado, com carga Q, o campo elétrico é diretamente proporcional a $|Q|$.

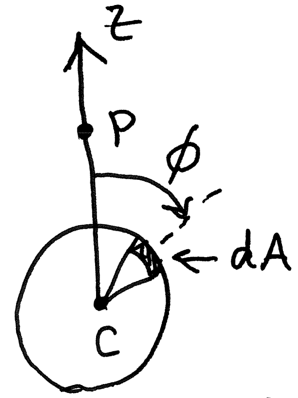
<u>Campo de uma esfera condutora de raio R, com carga Q, isolada</u> (apêndice B).



A mobilidade das cargas faz com que a carga fique distribuida na superfície, de forma uniforme, com carga superficial

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

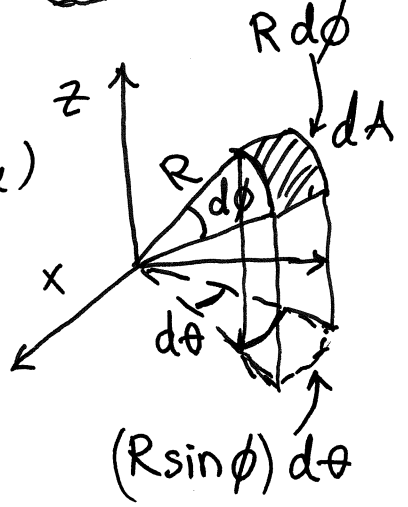
Para calcular o campo $\vec{E}$ num ponto P, escolhe-se o eixo dos z com origem no centro da esfera e passando por P. Divide-se a superfície da esfera em pedaços com área infinitesimal dA.



Em coordenadas esféricas,

ϕ = ângulo com o eixo dos z. (latitude)

θ = ângulo da projeção no plano xy com o eixo dos X (longitude)

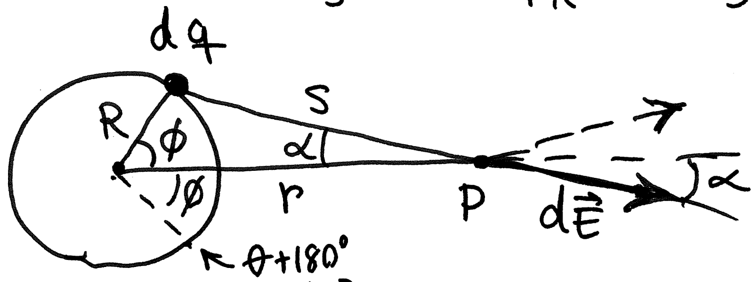


aumentando ϕ em $d\phi$ e θ em $d\theta$, obtem-se uma área infinitesimal na esfera: $$dA = R^2 \sin\phi \, d\phi \, d\theta$$

que terá carga: $$dq = \frac{Q}{4\pi} \sin\phi \, d\phi \, d\theta$$

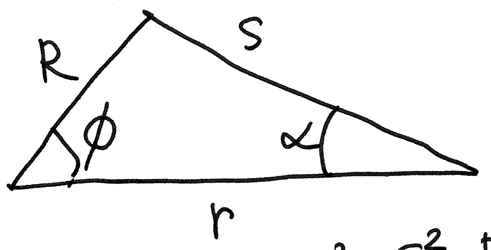
Admite-se que dq é carga pontual. Pela lei de Coulomb, o módulo do campo produzido por dq em P é:

$$dE = \frac{k|dq|}{s^2} = \frac{k|Q|}{4\pi} \frac{\sin\phi \, d\phi \, d\theta}{s^2}$$



Os campos $d\vec{E}$ das duas cargas em (ϕ, θ) e $(\phi, \theta+180°)$ somam-se, produzindo um campo na direção de $\hat{k}$:

$$d\vec{E}_1 + d\vec{E}_2 = dE\,\hat{k} \quad , \quad dE = \frac{k|Q|}{2\pi} \frac{\sin\phi \cos\alpha}{s^2} \, d\phi \, d\theta$$



lei dos cossenos:

$$\begin{cases} R^2 = r^2 + s^2 - 2rs\cos\alpha \\ s^2 = r^2 + R^2 - 2rR\cos\phi \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos\alpha = \dfrac{r^2+s^2-R^2}{2rs} \\ \cos\phi = \dfrac{r^2+R^2-s^2}{2rR} \end{cases}$$

derivada em ordem a ϕ:

$$-\sin\phi = -\frac{s}{rR}\frac{ds}{d\phi}$$

$$\Rightarrow dE = \left(\frac{k|Q|}{4\pi}\right)\left(\frac{r^2+s^2-R^2}{Rr^2s^2}\right) ds\, d\theta$$

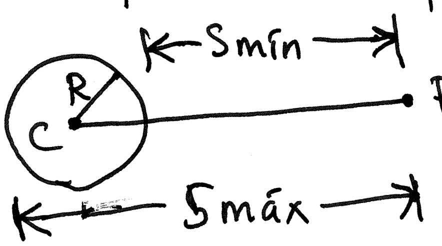
O campo total da esfera será o integral:

$$E = \int_0^{\pi}\int_{S_{mín}}^{S_{máx}} dE = \left(\frac{k|Q|}{4Rr^2}\right)\int_{S_{mín}}^{S_{máx}} \frac{r^2+s^2-R^2}{s^2}\, ds$$

$$E = \left(\frac{k|Q|}{4Rr^2}\right)\left((S_{máx}-S_{mín}) + (R^2-r^2)\left(\frac{1}{S_{máx}} - \frac{1}{S_{mín}}\right)\right)$$

Há dois casos (P fora ou dentro da esfera).

① P fora da esfera $(r > R)$



$S_{máx} = r+R$, $S_{mín} = r-R$

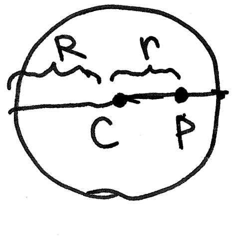
$S_{máx} - S_{mín} = 2R$

$$\frac{1}{S_{máx}} - \frac{1}{S_{mín}} = \frac{r-R-(r+R)}{r^2-R^2} = \frac{-2R}{r^2-R^2}$$

$$\Rightarrow E = \left(\frac{k|Q|}{4Rr^2}\right)(2R+2R) \qquad \boxed{E = \frac{k|Q|}{r^2}}$$

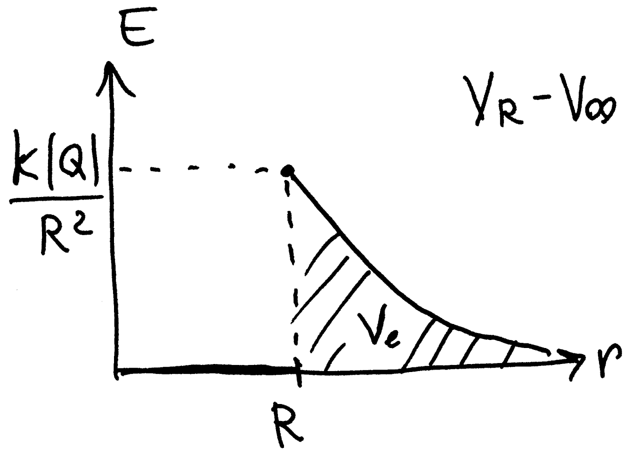
② dentro $(r < R)$

$S_{máx} = R+r$, $S_{mín} = R-r$



$S_{máx} - S_{mín} = 2r$

$$\frac{1}{S_{máx}} - \frac{1}{S_{mín}} = \frac{R-r-(R+r)}{R^2-r^2} = -\frac{2r}{R^2-r^2} \Rightarrow \boxed{E=0}$$



$V_R - V_\infty = \int_R^\infty E\,dr =$ potencial V_e na esfera (arbitrando $V=0$ em $r\to\infty$)

$$V_e = k|Q| \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{k|Q|}{R}$$

O potencial na esfera (e em qualquer condutor isolado) é diretamente proporcional à carga $|Q|$.
A constante de proporcionalidade, que depende do tamanho e forma geométrica do condutor, define a **capacidade** do condutor:

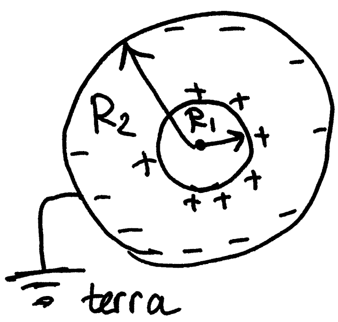
$$\boxed{C = \frac{|Q|}{V}}$$

medida em coulomb sobre volt.
$1\,F = 1\,\frac{C}{V}$ (um farad).

A capacidade da esfera de raio R é $\boxed{C_e = \frac{R}{k}}$

CONDENSADORES.

Se o integral sob a função $E(r)$ fosse menor, V seria também menor, e a capacidade C maior. Isso consegue-se colocando outro condutor perto do primeiro, ligado a terra ($V_{terra}=0$).



$$\Delta V = k|Q| \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} = k|Q|\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

capacidade do condensador esférico:

$$\boxed{C = \frac{|Q|}{|\Delta V|} = \frac{R_1 R_2}{k(R_2 - R_1)}}$$