

Алгоритмы компьютерной алгебры

Конспект лекций

2019

Содержание

| | | |
|----------|--|----------|
| 1 | Лекция 1. | 3 |
| 1.1 | Основные факты из теории многочленов | 3 |

1. Лекция 1.

Предмет изучения компьютерной алгебры - точные вычисления. Рассматриваются именно алгоритмы точного, а не приближенного вычисления, как в вычислительной математике. Эти алгоритмы лежат в основе математических пакетов MATLAB, Mathematica. Основной объект исследований - числовые системы с точными вычислениями.

1.1. Основные факты из теории многочленов

Определение 1. *Числовым полем* называется множество $F \subset \mathbb{C}$, если:

1. $0, 1 \in F$
2. $|F| \geq 2$
3. $\forall a, b \in F : a \pm b, ab \in F; b \neq 0, \frac{a}{b} \in F$.

Пример 1. Числовые поля - $\mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}, \{a + b\sqrt{2}, a, b \in \mathbb{Q}\}$

Множество многочленов над полем рациональных чисел обозначается как $\mathbb{Q}[x]$, над целыми — $\mathbb{Z}[x]$, над произвольным числовым полем F — $F[x]$.

Определение 2. Многочлен $f(x) \in F[x]$, отличный от константы, называют **приводимым** над полем F , если он допускает представление вида $f(x) = \varphi(x)\psi(x)$, где $\varphi(x), \psi(x) \in F[x]$ и $\deg \varphi, \deg \psi < \deg f$, и **неприводимым**, если он не допускает такого разложения (то есть один из многочленов φ, ψ является константой).

1. $\deg f = 1$. Пусть f допускает разложение: $f(x) = \varphi(x)\psi(x)$.
2. $|F| \geq 2$
3. $\forall a, b \in F : a \pm b, ab \in F; b \neq 0, \frac{a}{b} \in F$.