МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ «КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ» ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАТИКИ ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ КАФЕДРА ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ

Лабораторна робота №6 з дисципліни «Методи оптимізації планування експерименту» на тему: «Проведення трьохфакторного експерименту при використанні рівняння регресії з урахуванням квадратичних членів»

Виконала: студентка групи IO-91 Кійченко А. К.

> Перевірив: Регіла П. Г.

Мета: Провести трьохфакторний експеримент з урахуванням квадратичних членів ,використовуючи центральний ортогональний композиційний план. Знайти рівняння регресії, яке буде адекватним для опису об'єкту.

Завдання на лабораторну роботу

- 1. Взяти рівняння з урахуванням квадратичних членів.
- 2. Скласти матрицю планування для ОЦКП
- 3. Провести експеримент у всіх точках факторного простору (знайти значення функції відгуку Y). Значення функції відгуку, знайти у відповідності з варіантом діапазону, зазначеного далі. Варіанти вибираються по номеру в списку в журналі викладача.

$$\begin{aligned} y_{\ell \max} &= 200 + x_{cp \max} \\ y_{\ell \min} &= 200 + x_{cp \min} \end{aligned}$$
 где $x_{cp \max} = \frac{x_{1 \max} + x_{2 \max} + x_{3 \max}}{3}$, $x_{cp \min} = \frac{x_{1 \min} + x_{2 \min} + x_{3 \min}}{3}$

- 4. Розрахувати коефіцієнти рівняння регресії і записати його.
- 5. Провести 3 статистичні перевірки.

Завдання за варіантом:

111	-9	1	-2	3	-2	4

Лістинг програми

```
import random
import numpy as np
from pyDOE2 import *
import math
def get_avg(array):
    result = []
    for i in range(len(array[0])):
        result.append(0)
        for j in range(len(array)):
            result[i] += array[j][i]
        result[i] = result[i]/len(array)
    return result
def get_dispersion(array, avg_y):
    result = []
    for i in range(len(array[0])):
        result.append(0)
        for j in range(len(array)):
            result[i] += (array[j][i] - avg_y[i])**2
        result[i] = result[i]/3
    return result
def add_sq_nums(x):
    for i in range(len(x)):
        x[i][3] = x[i][0] * x[i][1]
x[i][4] = x[i][0] * x[i][2]
        x[i][5] = x[i][1] * x[i][2]
        x[i][6] = x[i][0] * x[i][1] * x[i][2]
        x[i][7] = x[i][0] ** 2
        x[i][8] = x[i][1] ** 2
        x[i][9] = x[i][2] ** 2
    return x
def plan_matrix5(n, m, x_norm):
    1 = 1.215
    x_norm = np.array(x_norm)
    x_norm = np.transpose(x_norm)
    x = np.ones(shape=(len(x_norm), len(x_norm[0])))
    for i in range(8):
        for j in range(3):
            if x_norm[i][j] == -1:
                x[i][j] = x_range[j][0]
                x[i][j] = x_range[j][1]
    for i in range(8, len(x)):
        for j in range(3):
            x[i][j] = float((x_range[j][0] + x_range[j][1]) / 2)
    dx = [x_range[i][1] - (x_range[i][0] + x_range[i][1]) / 2  for i in range(3)]
```

```
x[8][0] = (-1 * dx[0]) + x[9][0]
    x[9][0] = (1 * dx[0]) + x[9][0]
    x[10][1] = (-1 * dx[1]) + x[9][1]
    x[11][1] = (1 * dx[1]) + x[9][1]
    x[12][2] = (-1 * dx[2]) + x[9][2]
    x[13][2] = (1 * dx[2]) + x[9][2]
    x = add sq nums(x)
    for i in range(len(x)):
        for j in range(len(x[i])):
            x[i][j] = round(x[i][j], 3)
    return np.transpose(x).tolist()
def s_kv(y, y_aver, n, m):
    res = []
    for i in range(n):
        s = sum([(y_aver[i] - y[i][j]) ** 2 for j in range(m)]) / m
        res.append(round(s, 3))
    return res
def bs(x, y_aver, n):
    res = [sum(1 * y for y in y_aver) / n]
    for i in range(len(x[0])):
        b = sum(j[0] * j[1] for j in zip(x[:, i], y_aver)) / n
        res.append(b)
    return res
def student(x, y, y_aver, n, m):
    S_kv = s_kv(y, y_aver, n, m)
    s_kv_aver = sum(S_kv) / n
    s_Bs = (s_kv_aver / n / m) ** 0.5
    Bs = bs(x, y_aver, n)
    ts = [round(abs(B) / s_Bs, 3) for B in Bs]
    return ts
# todo: change to your variant
x1min = -9
x1max = 1
x2min = -2
x2max = 3
x3min = -2
x3max = 4
n = 15
m = 3
x_{range} = [[x1min, x1max], [x2min, x2max], [x3min, x3max]]
x_{min} = sum([x1min, x2min, x3min]) / 3
x max avg = sum([x1max, x2max, x3max]) / 3
y_min = 200 + x_min_avg
y_max = 200 + x_max_avg
```

```
x norm = [[-1, -1, -1, -1, 1, 1, 1, 1, -1.215, 1.215, 0, 0, 0, 0, 0],
          [-1, -1, 1, 1, -1, -1, 1, 1, 0, 0, -1.215, 1.215, 0, 0, 0],
          [-1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, 0, 0, 0, 0, -1.215, 1.215, 0],
          [1, 1, -1, -1, -1, -1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
          [1, -1, 1, -1, -1, 1, -1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
          [1, -1, -1, 1, 1, -1, -1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
          [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1.4623, 1.4623, 0, 0, 0, 0, 0],
          [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1.4623, 1.4623, 0, 0, 0],
          [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1.4623, 1.4623, 0]]
y1 = []
y2 = []
y3 = []
for i in range(15):
   y1.append(random.randint(int(y_min), int(y_max)))
    y2.append(random.randint(int(y min), int(y max)))
    y3.append(random.randint(int(y_min), int(y_max)))
# y1 = [196, 198, 196, 202, 202, 202, 198, 203, 203, 199, 201, 193, 203, 197, 195]
# y3 = [194, 200, 193, 195, 200, 194, 193, 200, 198, 203, 195, 197, 198, 197, 203]
print("Матриця планування:\n X1 | X2 | X3 |X1*X2|X1*X3|X2*X3|X1*X2*X3| X1\u00b2
for i in range(15):
print(f"{x norm[0][i]:^6}|{x norm[1][i]:^6}|{x norm[2][i]:^6}|{x norm[3][i]:^5}|{x norm[
4][i]:^5}|{x_norm[5][i]:^5}|{x_norm[6][i]:^8}|{x_norm[7][i]:^6}|{x_norm[8][i]:^6}|{x_norm
m[9][i]:^6}")
avg_y = get_avg([y1, y2, y3])
print("\n Y1 | Y2 | Y3 | Y\u0304")
for i in range(15):
    print(f"{y1[i]:^4}|{y2[i]:^4}|{y3[i]:^4}|{avg_y[i]:^6}")
x= plan_matrix5(n, m, x_norm)
print("Матриця планування з натуралізованими значеннями факторів:"
                       | X3 | X1*X2 | X1*X3 | X2*X3 |X1*X2*X3| X1\u00b2 | X2\u00b2
   X3\u00b2")
for i in range(15):
print(f"{x[0][i]:^6}|{x[1][i]:^8}|{x[2][i]:^6}|{x[3][i]:^7}|{x[4][i]:^7}|{x[5][i]:^7}|{x
[6][i]:^8|{x[7][i]:^6}|{x[8][i]:^8}|{x[9][i]:^6}")
y_sum = sum(avg_y)
b = [0] * 11
b[0] = y_sum
for i in range(15):
    b[1] += avg y[i] * x norm[0][i]
    b[2] += avg_y[i] * x_norm[1][i]
    b[3] += avg_y[i] * x_norm[2][i]
    b[4] += avg_y[i] * x_norm[0][i] * x_norm[1][i]
    b[5] += avg_y[i] * x_norm[0][i] * x_norm[2][i]
    b[6] += avg y[i] * x norm[1][i] * x norm[2][i]
    b[7] += avg_y[i] * x_norm[0][i] * x_norm[1][i] * x_norm[2][i]
b[8] = (b[1]**2)/b[0]
```

```
b[9] = (b[2]**2)/b[0]
b[10] = (b[3]**2)/b[0]
for i in range(11):
    b[i] = b[i] / 15
result = []
for i in range(15):
    result.append(b[0] + b[1] * x_norm[0][i] + b[2] * x_norm[1][i] + b[3] * x_norm[2][i]
+ b[4] * x_norm[3][i] + b[5] * x_norm[4][i] + b[6] * x_norm[5][i] + b[7] * x_norm[6][i]
+ b[8] * x norm[7][i] + b[9] * x norm[8][i] + b[10] * x norm[9][i])
print("b0 = {:.3f}, b1 = {:.3f}, b2 = {:.3f}, b3 = {:.3f},"
{:.3f}, b33 = {:.3f}".format(b[0], b[1], b[2], b[3], b[4], b[5], b[6], b[7], b[8], b[9],
b[10]))
print("Підставимо значення факторів з матриці планування")
for i in range(15):
          " + x33 * \{:.3f\} = \{:.3f\}".format(b[0], b[1], b[2], b[3], b[4], b[5], b[6],
b[7], b[8], b[9], b[10], result[i]))
# Перевірка однорідності дисперсії
sigma = get_dispersion([y1, y2, y3], avg_y)
print("Значення дисперсії по рядках: \u03c3\u00b2(y1) = {:.2f},"
        u03c3\u00b2(y2) = {:.2f},
      " u03c3\u00b2(y7) = {:.2f},
      " u03c3\u00b2(v8) = {:.2f}"
      "".format(sigma[0], sigma[1], sigma[2], sigma[3], sigma[4], sigma[5], sigma[6],
sigma[7]))
print(" \u03c3\u00b2(y9) = {:.2f}"
      " u03c3\u00b2(y11) = {:.2f}"
     " \u03c3\u00b2(y12) = {:.2f}"
      " u03c3\u00b2(y14) = {:.2f}"
      " u03c3\\u00b2(y15) = {:..2f}"
      "".format(sigma[8], sigma[9], sigma[10], sigma[11], sigma[12], sigma[13],
sigma[14]))
gp = max(sigma)/sum(sigma)
print("Gp = ", gp)
f1 = m-1
f2 = n
if gp < 0.3346:
    print("Дисперсія неоднорідна")
    exit()
```

```
# оцінка значимості коефіцієнтів регресії за критерієм Стьюдента
sb = sum(sigma) / n
s2bs = sb / (n * m)
sbs = math.sqrt(s2bs)
print("S\setminus u00b2b = {:.3f}, S\setminus u00b2(\setminus u03b2s) = {:.3f}, S(\setminus u03b2s) = {:.3f}".format(sb, u00b2b)
s2bs, sbs))
betha = []
for i in range(4):
    betha.append(0)
    for j in range(15):
        betha[i] += avg_y[j] * x_norm[i][j]
print("\u03b20 = {:.3f}, \u03b21 = {:.3f}, \u03b22 = {:.3f}, \u03b23 =
{:.3f}".format(betha[0], betha[1], betha[2], betha[3]))
x_norm.insert(0, [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1])
f2 = n
f3 = f1 * f2
t = student(np.transpose(np.array(x_norm))[:, 1:], np.transpose(np.array([y1, y2, y3])),
avg_y, 15, 3)
print("t0 = {:.3f}, t1 = {:.3f},"
      " t10 = \{:.3f\}".format(t[0], t[1], t[2], t[3], t[4], t[5], t[6], t[7], t[8], t[9],
t[10]))
t table = 2.042
d = 0
nm = []
for i in range(11):
    if t[i] < t_table:</pre>
        nm.append(i)
        for j in range(15):
                 y_[j] += b[i]
                y_{j} = b[i] * x[2][j]
print("d = {}".format(d))
print("Підставимо значення факторів з матриці планування, у =", y_[0], y_[1], y_[2],
y_[3], y_[4], y_[5], y_[6], y_[7], y_[8], y_[9], y_[10])
# критерій Фішера
s2ad = (m / (n - d)) * sum((y_[i] - avg_y[i])**2 for i in range(4))
print("S\u00b2ag = \{:.3f\}".format(s2ad))
Fp = s2ad / sb
f4 = n - d
print("Критерій Фішера Fp =", Fp)
F8 table = 2.16
```

```
if Fp < F8_table:
    print("Рівняння регресії адекватно оригіналу при рівні значимості 0.05")
else:
    print("Рівняння регресії неадекватно оригіналу при рівні значимості 0.05")</pre>
```

Результат виконання роботи

Запишемо лінійне рівняння регресії:

```
\widehat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 + b_{123} x_1 x_2 x_3 + b_{11} x_1^2 + b_{22} x_2^2 + b_{33} x_3^2
Матриця планування:
  Х1
                    X3 | X1*X2 | X1*X3 | X2*X3 | X1*X2*X3 | X1<sup>2</sup> |
                                                     -1
  -1
                    -1
                                | 1
                                         | 1
                                                                1
           -1
                             1
                                               1
  -1
        | -1
                    1
                         | 1
                                | -1
                                         | -1
                                                1
                                                            1
                                                                        1
                                                                                  1
  -1
                                | 1
                                                                1
                    -1
                        | -1
                                         | -1
                                                     1
                                                                                  1
  -1
                          | -1
                                 | -1
                                         | 1
                                                     -1
                                                                1
  1
                                         | 1
          -1
                    -1
                         | -1
                                 | -1
                                                      1
                                                                                  1
  1
                                         | -1
           -1
                    1
                         | -1
                                 | 1
                                               -1
                                                                1
                                                                         1
                                                                                  1
  1
                                                                1
                    -1
                             1
                                 | -1
                                         | -1
                                                      -1
                                                                         1
                                                                                  1
  1
                                         | 1
                                                            | 1
                                                                                 1
                    1
                             1
                                    1
                                                      1
-1.215|
                    0
                             0
                                     0
                                             0
                                                0
                                                            |1.4623|
1.215 |
          0
                    0
                             0
                                     0
                                            0
                                                     0
                                                            |1.4623| 0
                                                                     |1.4623| 0
  0
       |-1.215|
                             0
                                     0
                                             0
                                                     0
                                                                0
  0
       |1.215 |
                    0
                             0
                                     0
                                             0
                                                      0
                                                                0
                                                                     |1.4623| 0
  0
        1 0
                |-1.215|
                                     0
                                             0
                                                                         0
                                                                              |1.4623
                             0
                                                     0
                                                                0
                |1.215 |
                                     0
                                             0
                                                      0
                                                                              11.4623
```

```
Y1 | Y2 | Y3 | Ÿ
199 |202 |196 |199.0
```

0

0

0

0

0

0

0

1 0

0

Матриця планування з натуралізованими значеннями факторів:

X1 X3 ²	1	X2	1	Х3		X1*X2	1	X1*X3		X2*X3	X	1*X2*X3	3	X1 ²		X2 ²	I
-9.0 4.0	1	-2.0	I	-2.0		18.0		18.0		4.0		-36.0		81.0		4.0	
-9.0 16.0	I	-2.0	1	4.0	I	18.0	I	-36.0	I	-8.0		72.0		81.0	1	4.0	
-9.0 4.0	I	3.0	I	-2.0	I	-27.0	I	18.0	١	-6.0	I	54.0	I	81.0	l	9.0	I
-9.0 16.0	I	3.0		4.0	I	-27.0		-36.0	I	12.0		-108.0		81.0		9.0	
1.0	1	-2.0	I	-2.0		-2.0		-2.0		4.0		4.0		1.0	l	4.0	I
1.0 16.0	I	-2.0	I	4.0		-2.0		4.0		-8.0	I	-8.0		1.0		4.0	
1.0	I	3.0		-2.0		3.0		-2.0	I	-6.0	I	-6.0		1.0		9.0	

```
16.0
-10.075 | 0.5 | 1.0 | -5.038 | -10.075 | 0.5 | -5.038 | 101.506 | 0.25
| 1.0
2.075 | 0.5 | 1.0 | 1.038 | 2.075 | 0.5 | 1.038 | 4.306 | 0.25 |
1.0
-4.0 | -2.538 | 1.0 | 10.15 | -4.0 | -2.538 | 10.15 | 16.0 | 6.439 |
1.0
-4.0 | 3.538 | 1.0 | -14.15 | -4.0 | 3.538 | -14.15 | 16.0 | 12.514 |
1.0
-4.0 | 0.5 |-2.645| -2.0 | 10.58 |-1.323 | 5.29 | 16.0 | 0.25
16.996
-4.0 \mid 0.5
              |4.645 | -2.0 | -18.58 | 2.323 | -9.29 | 16.0 | 0.25
|21.576
-4.0 | 0.5 | 1.0 | -2.0 | -4.0 | 0.5 | -2.0 | 16.0 | 0.25 |
1.0
b0 = 198.444, b1 = 0.135, b2 = -0.237, b3 = 0.075, b12 = 0.200, b13 = 0.075
0.156, b23 = 0.244, b123 = -0.022, b11 = 0.000, b22 = 0.000, b33 = 0.000
Підставимо значення факторів з матриці планування
198.444 + x1 * 0.135 + x2 * -0.237 + x3 * 0.075 + x12 * 0.200 + x13 *
0.156 + x23 * 0.244 + x123 * -0.022 + x11 * 0.000 + x22 * 0.000 + x33 *
0.000 = 199.094
198.444 + x1 * 0.135 + x2 * -0.237 + x3 * 0.075 + x12 * 0.200 + x13 *
0.156 + x23 * 0.244 + x123 * -0.022 + x11 * 0.000 + x22 * 0.000 + x33 *
0.000 = 198.399
198.444 + x1 * 0.135 + x2 * -0.237 + x3 * 0.075 + x12 * 0.200 + x13 *
0.156 + x23 * 0.244 + x123 * -0.022 + x11 * 0.000 + x22 * 0.000 + x33 *
0.000 = 197.688
198.444 + x1 * 0.135 + x2 * -0.237 + x3 * 0.075 + x12 * 0.200 + x13 *
0.156 + x23 * 0.244 + x123 * -0.022 + x11 * 0.000 + x22 * 0.000 + x33 *
0.000 = 198.059
198.444 + x1 * 0.135 + x2 * -0.237 + x3 * 0.075 + x12 * 0.200 + x13 *
0.156 + x23 * 0.244 + x123 * -0.022 + x11 * 0.000 + x22 * 0.000 + x33 *
0.000 = 198.608
198.444 + x1 * 0.135 + x2 * -0.237 + x3 * 0.075 + x12 * 0.200 + x13 *
0.156 + x23 * 0.244 + x123 * -0.022 + x11 * 0.000 + x22 * 0.000 + x33 *
0.000 = 198.624
```

1.0 | 3.0 | 4.0 | 3.0 | 4.0 | 12.0 | 12.0 | 1.0 | 9.0 |

```
198.444 + x1 * 0.135 + x2 * -0.237 + x3 * 0.075 + x12 * 0.200 + x13 *
0.156 + x23 * 0.244 + x123 * -0.022 + x11 * 0.000 + x22 * 0.000 + x33 *
0.000 = 198.091
198.444 + x1 * 0.135 + x2 * -0.237 + x3 * 0.075 + x12 * 0.200 + x13 *
0.156 + x23 * 0.244 + x123 * -0.022 + x11 * 0.000 + x22 * 0.000 + x33 *
0.000 = 198.995
198.444 + x1 * 0.135 + x2 * -0.237 + x3 * 0.075 + x12 * 0.200 + x13 *
0.156 + x23 * 0.244 + x123 * -0.022 + x11 * 0.000 + x22 * 0.000 + x33 *
0.000 = 198.281
198.444 + x1 * 0.135 + x2 * -0.237 + x3 * 0.075 + x12 * 0.200 + x13 *
0.156 + x23 * 0.244 + x123 * -0.022 + x11 * 0.000 + x22 * 0.000 + x33 *
0.000 = 198.608
198.444 + x1 * 0.135 + x2 * -0.237 + x3 * 0.075 + x12 * 0.200 + x13 *
0.156 + x23 * 0.244 + x123 * -0.022 + x11 * 0.000 + x22 * 0.000 + x33 *
0.000 = 198.732
198.444 + x1 * 0.135 + x2 * -0.237 + x3 * 0.075 + x12 * 0.200 + x13 *
0.156 + x23 * 0.244 + x123 * -0.022 + x11 * 0.000 + x22 * 0.000 + x33 *
0.000 = 198.157
198.444 + x1 * 0.135 + x2 * -0.237 + x3 * 0.075 + x12 * 0.200 + x13 *
0.156 + x23 * 0.244 + x123 * -0.022 + x11 * 0.000 + x22 * 0.000 + x33 *
0.000 = 198.354
198.444 + x1 * 0.135 + x2 * -0.237 + x3 * 0.075 + x12 * 0.200 + x13 *
0.156 + x23 * 0.244 + x123 * -0.022 + x11 * 0.000 + x22 * 0.000 + x33 *
0.000 = 198.535
198.444 + x1 * 0.135 + x2 * -0.237 + x3 * 0.075 + x12 * 0.200 + x13 *
0.156 + x23 * 0.244 + x123 * -0.022 + x11 * 0.000 + x22 * 0.000 + x33 *
0.000 = 198.444
Значення дисперсії по рядках: \sigma^2(y1) = 6.00, \sigma^2(y2) = 4.67, \sigma^2(y3) =
0.89, \sigma^2(y4) = 2.89, \sigma^2(y5) = 8.67, \sigma^2(y6) = 0.22, \sigma^2(y7) = 8.22, \sigma^2(y8)
= 1.56
\sigma^{2}(y9) = 4.67 \ \sigma^{2}(y10) = 0.00 \ \sigma^{2}(y11) = 0.67 \ \sigma^{2}(y12) = 4.67 \ \sigma^{2}(y13) =
0.22 \sigma^2 (y14) = 0.22 \sigma^2 (y15) = 2.00
Gp = 0.1902439024390244
Дисперсія однорідна
S^2b = 3.037, S^2(\beta s) = 0.067, S(\beta s) = 0.260
\beta 0 = 2.022, \beta 1 = -3.548, \beta 2 = 1.118, \beta 3 = 3.000
```

```
t0 = 763.859, t1 = 0.519, t2 = 0.911, t3 = 0.287, t4 = 0.770, t5 = 0.599, t6 = 0.941, t7 = 0.086, t8 = 555.814, t9 = 557.315, t10 = 555.564

d = 7

Підставимо значення факторів з матриці планування, у = 198.44364137725515
198.44605057882288 198.44364137725515 198.44605057882288
198.44364137725515 198.44605057882288 198.44364137725515
198.44605057882288 198.44484597803904 198.44484597803904
198.44484597803904

S²ад = 1.603

Критерій Фішера Fp = 0.5276822098874243

Рівняння регресії адекватно оригіналу при рівні значимості 0.05
```

Висновки:

В результаті виконання роботи будо досягнуто поставленої мети: проведено трьохфакторний експеримент з урахуванням квадратичних членів, використовуючи центральний ортогональний композиційний план та знайдено рівняння регресії, яке буде адекватним для опису об'єкту.

Результатом виконання програми ϵ рівняння з 4 значимими коефіцієнтами, котре адекватне оригіналу.