

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»  
ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАТИКИ ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ  
КАФЕДРА ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ

Лабораторна робота №2  
з дисципліни «Методи оптимізації планування експерименту»  
на тему: «Проведення двофакторного експерименту з використанням рівняння  
регресії»

Виконала:  
студентка групи ІО-91  
Кійченко А. К.

Перевірив:  
Регіда П. Г.

Київ 2020

**Мета:** провести двофакторний експеримент, перевірити однорідність дисперсії за критерієм Романовського, отримати коефіцієнти рівняння регресії, провести натуралізацію рівняння регресії.

### Завдання на лабораторну роботу

1. Записати лінійне рівняння регресії.
2. Обрати тип двофакторного експерименту і скласти матрицю планування для нього з використанням додаткового нульового фактору ( $x_0=1$ ).
3. Провести експеримент в усіх точках повного факторного простору (знайти значення функції відгуку  $y$ ). Значення функції відгуку задати випадковим чином у відповідності до варіанту  $y$  діапазоні  $y_{\min} \div y_{\max}$   
 $y_{\max} = (30 - N_{\text{варіанту}}) * 10$ ,  
 $y_{\min} = (20 - N_{\text{варіанту}}) * 10$ .  
Варіанти обираються по номеру в списку в журналі викладача.
4. Перевірити однорідності дисперсії за критерієм Романовського
5. Знайти коефіцієнти нормованих рівнянь регресії і виконати перевірку (підставити значення нормованих факторів і коефіцієнтів у рівняння).
6. Провести натуралізацію рівняння регресії й виконати перевірку натуралізованого рівняння.
7. Написати комп'ютерну програму, яка все це виконує.

Завдання за варіантом:

111	10	60	-70	-10
-----	----	----	-----	-----

## Лістинг програми

```
import random
import math

def get_avg(array):
    result = []
    for i in range(len(array[0])):
        result.append(0)
        for j in range(len(array)):
            result[i] += array[j][i]
        result[i] = result[i]/len(array)
    return result

def get_dispersion(array, avg_y):
    result = []
    for i in range(len(array[0])):
        result.append(0)
        for j in range(len(array)):
            result[i] += (array[j][i] - avg_y[i])**2
        result[i] = result[i]/5
    return result

def dete(a):
    return (a[0][0] * (a[1][1] * a[2][2] - a[2][1] * a[1][2])
            - a[1][0] * (a[0][1] * a[2][2] - a[2][1] * a[0][2])
            + a[2][0] * (a[0][1] * a[1][2] - a[1][1] * a[0][2]))

variant = 111
m = 5
y_max = (30 - variant) * 10
y_min = (20 - variant) * 10
x1_min = 10
x1_max = 60
x2_min = -70
x2_max = -10

# y1 = []
# y2 = []
# y3 = []
# y4 = []
# y5 = []
# for i in range(4):
#     y1.append(random.randint(y_min, y_max))
#     y2.append(random.randint(y_min, y_max))
#     y3.append(random.randint(y_min, y_max))
#     y4.append(random.randint(y_min, y_max))
#     y5.append(random.randint(y_min, y_max))
```

```

x_n = [[-1, 1, -1], [-1, -1, 1]]

y1 = [9, 15, 20]
y2 = [10, 14, 18]
y3 = [11, 10, 12]
y4 = [15, 12, 10]
y5 = [9, 14, 16]

print("матриця планування:\n X1 | X2 | Y1 | Y2 | Y3 | Y4 | Y5")
for i in range(3):
    print(f"{x_n[0][i]:^3} | {x_n[1][i]:^3} | {y1[i]:^4} | {y2[i]:^4} | {y3[i]:^4} | {y4[i]:^4} | {y5[i]:^4}")

avg_y = get_avg([y1, y2, y3, y4, y5])
print("Середнє значення функції відгуку в рядку: y\u03041 = {:.3f}, "
      " y\u03042 = {:.3f}, "
      " y\u03043 = {:.3f}".format(avg_y[0], avg_y[1], avg_y[2]))

sigma = get_dispersion([y1, y2, y3, y4, y5], avg_y)
print("Значення дисперсії по рядках: \u03c3\u00b2(y1) = {:.2f}, "
      " \u03c3\u00b2(y2) = {:.2f}, "
      " \u03c3\u00b2(y3) = {:.2f}".format(sigma[0], sigma[1], sigma[2]))

major_deviation = math.sqrt((2 * (2 * m - 2)) / (m * (m - 4)))
print("Основне відхилення: ", round(major_deviation, 3))

Fuv1 = sigma[0] / sigma[1]
Fuv2 = sigma[2] / sigma[0]
Fuv3 = sigma[2] / sigma[1]
print("\nF\u1d64\u1d651 = {:.4f}\nF\u1d64\u1d652 = {:.4f}\nF\u1d64\u1d653 = {:.4f}".format(Fuv1, Fuv2, Fuv3))

Ouv1 = ((m - 2) / m) * Fuv1
Ouv2 = ((m - 2) / m) * Fuv2
Ouv3 = ((m - 2) / m) * Fuv3
print("\n\u03b8\u1d64\u1d651 = {:.4f}\n"
      "\u03b8\u1d64\u1d652 = {:.4f}\n"
      "\u03b8\u1d64\u1d653 = {:.4f}".format(Ouv1, Ouv2, Ouv3))

Ruv1 = abs(Ouv1 - 1)/major_deviation
Ruv2 = abs(Ouv2 - 1)/major_deviation
Ruv3 = abs(Ouv3 - 1)/major_deviation
print("\nR\u1d64\u1d651 = {:.4f}\nR\u1d64\u1d652 = {:.4f}\nR\u1d64\u1d653 = {:.4f}".format(Ruv1, Ruv2, Ruv3))

mx1 = sum(x_n[0])/3
mx2 = sum(x_n[1])/3
my = sum(avg_y)/3
print("\nРозрахунок нормованих коефіцієнтів рівняння регресії:\n"
      "mx1 = {:.3f}\n"
      "mx2 = {:.3f}\n"
      "my = {:.3f}".format(mx1, mx2, my))

a1 = (x_n[0][0]*x_n[0][0] + x_n[0][1]*x_n[0][1] + x_n[0][2]*x_n[0][2])/3
a2 = (x_n[0][0]*x_n[1][0] + x_n[0][1]*x_n[1][1] + x_n[0][2]*x_n[1][2])/3
a3 = (x_n[1][0]*x_n[1][0] + x_n[1][1]*x_n[1][1] + x_n[1][2]*x_n[1][2])/3

```

```

print("a1 = {:.3f}, a2 = {:.3f}, a3 = {:.3f}".format(a1, a2, a3))

a11 = (x_n[0][0] * avg_y[0] + x_n[0][1] * avg_y[1] + x_n[0][2] * avg_y[2])/3
a22 = (x_n[1][0] * avg_y[0] + x_n[1][1] * avg_y[1] + x_n[1][2] * avg_y[2])/3
print("a11 = {:.3f}, a22 = {:.3f}".format(a11, a22))

b0 = dete([[my, mx1, mx2], [a11, a1, a2], [a22, a2, a3]]) / dete([[1, mx1, mx2], [mx1,
a1, a2], [mx2, a2, a3]])
b1 = dete([[1, my, mx2], [mx1, a11, a2], [mx2, a22, a3]]) / dete([[1, mx1, mx2], [mx1,
a1, a2], [mx2, a2, a3]])
b2 = dete([[1, mx1, my], [mx1, a1, a11], [mx2, a2, a22]]) / dete([[1, mx1, mx2], [mx1,
a1, a2], [mx2, a2, a3]])
print("b0 = {:.3f}, b1 = {:.3f}, b2 = {:.3f}".format(b0, b1, b2))
print("Отже нормоване рівняння регресії y = {:.3f} + {:.3f}*x1 + {:.3f}*x2".format(b0,
b1, b2))

print("Натуралізація коефіцієнтів")
delta_x1 = abs(x1_max - x1_min) / 2
delta_x2 = abs(x2_max - x2_min) / 2
x10 = (x1_max + x1_min) / 2
x20 = (x2_max + x2_min) / 2
print("\u0394x1 = {}, "
      "\u0394x2 = {}, "
      "x10 = {}, "
      "x20 = {}".format(delta_x1, delta_x2, x10, x20))

a0 = b0 - b1 * (x10/delta_x1) - b2 * (x20/delta_x2)
a1 = b1 / delta_x1
a2 = b2 / delta_x2
print("a0 = {:.3f}, a1 = {:.3f}, a2 = {:.3f}".format(a0, a1, a2))
print("Натуралізоване рівняння регресії y = {:.3f} + {:.3f}*x1 + {:.3f}*x2".format(a0,
a1, a2))

```

## Результат виконання роботи

Запишемо лінійне рівняння регресії:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 \bar{x}_1 + b_2 \bar{x}_2$$

Нормована матриця планування:

X1	X2	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5
-1	-1	9	10	11	15	9
1	-1	15	14	10	12	14
-1	1	20	18	12	10	16

Середнє значення функції відгуку в рядку:  $\bar{y}_1 = 10.800$ ,  $\bar{y}_2 = 13.000$ ,  $\bar{y}_3 = 15.200$

Значення дисперсії по рядках:  $\sigma^2(y_1) = 4.96$ ,  $\sigma^2(y_2) = 3.20$ ,  $\sigma^2(y_3) = 13.76$

Основне відхилення: 1.789

$$F_{uv1} = 1.5500$$

$$F_{uv2} = 2.7742$$

$$F_{uv3} = 4.3000$$

$$\theta_{uv1} = 0.9300$$

$$\theta_{uv2} = 1.6645$$

$$\theta_{uv3} = 2.5800$$

$$R_{uv1} = 0.0391$$

$$R_{uv2} = 0.3715$$

$$R_{uv3} = 0.8832$$

Розрахунок нормованих коефіцієнтів рівняння регресії:

$$mx1 = -0.333$$

$$mx2 = -0.333$$

$$my = 13.000$$

$$a1 = 1.000, a2 = -0.333, a3 = 1.000$$

$$a11 = -4.333, a22 = -2.867$$

$$b0 = 14.100, b1 = 1.100, b2 = 2.200$$

Отже нормоване рівняння регресії  $y = 14.100 + 1.100 \cdot x1 + 2.200 \cdot x2$

Натуралізація коефіцієнтів

$$\Delta x1 = 25.0, \Delta x2 = 30.0, x10 = 35.0, x20 = -40.0,$$

$$a0 = 15.493, a1 = 0.044, a2 = 0.073$$

Натуралізоване рівняння регресії  $y = 15.493 + 0.044 \cdot x_1 + 0.073 \cdot x_2$

Перевірка:

$$15.493 + 0.044 \cdot (10) + 0.073 \cdot (-70) = 10.8$$

$$15.493 + 0.044 \cdot (60) + 0.073 \cdot (-70) = 13.0$$

$$15.493 + 0.044 \cdot (10) + 0.073 \cdot (-10) = 15.2$$

### **Відповіді на контрольні запитання**

1) Що таке регресійні поліноми і де вони застосовуються?

Регресійні поліноми використовуються для опису функції. Вони застосовуються для оцінки результатів вимірів в регресійному аналізі.

2) Визначення однорідності дисперсії.

Однорідність дисперсії – це властивість нормальної розподіленої величини. Якщо дисперсія однорідна, то вона однакова для всіх комбінацій, тобто не залежить від абсолютного значення відгуку для кожної комбінації.

3) Що називається повним факторним експериментом?

Повним факторним експериментом називають такий багатофакторний експеримент, в якому використані всі можливі комбінації рівнів факторів.