



Universidade do Minho
Escola de Engenharia
Mestrado em Engenharia Informática
Modelos Determinísticos de Investigação Operacional
2018/19

Trabalho (actualizado)

Entrega de relatório e todos os ficheiros utilizados para o email do docente das teóricas (Filipe Alvelos, falvelos@dps.uminho.pt) até ao dia 8 de Dezembro. O relatório deverá consistir (apenas) nas respostas às questões colocadas.

Neste trabalho consideram-se problemas relacionados com incêndios florestais. Uma forma de modelar a propagação do fogo numa região é representá-la por uma rede em que cada nodo corresponde a uma célula (ou área) e cada arco representa a possibilidade de o fogo se propagar entre células adjacentes. É conhecido que, estimando-se o tempo de propagação associado a cada arco e considerando-se um nodo de ignição, o instante de chegada do fogo a cada célula é determinado pelo caminho mais rápido entre o nodo da ignição e o nodo associado à célula em causa.

Questão 1

- a) Considere uma rede com n nodos, o conjunto de arcos A , e tempos de propagação no arco ij de $c_{ij}, \forall ij \in A$. Apresente um modelo programação linear que permita determinar o instante de chegada do fogo a cada nodo assumindo que o nodo de ignição é o nodo 1. Exemplifique com instância descrita em anexo.
- b) Apresente o modelo dual do modelo da alínea anterior. Exemplifique com a mesma instância.
- c) Para a mesma instância, obtenha as soluções óptimas primal e dual através da resolução do modelo primal.
- d) Para a mesma instância, obtenha as soluções óptimas primal e dual através da resolução do modelo dual. Confirme que as soluções são as mesmas que as obtidas na alínea anterior, ou, caso não sejam, apresente uma justificação.

Questão 2

Considere agora que existe um conjunto de recursos para o combate ao incêndio (e.g. equipas de bombeiros) cuja localização pode ser escolhida (no máximo, um recurso por célula).

Pretende-se minimizar o número de recursos usados de forma a proteger uma dada célula sendo conhecida a célula de ignição do fogo. Uma célula está protegida se o instante de chegada do fogo é posterior a uma constante g .

A presença de um recurso numa célula implica que o tempo de propagação para as células adjacentes é retardado numa constante dada, representada por Δ .

- a) Apresente um modelo de programação inteira mista (PIM). Para além de definir a notação, defina claramente as variáveis de decisão e justifique a função objectivo e cada restrição.
- b) Para a instância de sete por sete células e os tempos de propagação em anexo, obtenha uma solução através do IBM ILOG CPLEX Optimization Studio (link para versão gratuita no final do enunciado) com uma ignição na célula (1,1) e pretendendo-se proteger a célula (7,7). Represente a solução de forma adequada e interprete-a.
- c) Represente graficamente o tempo de chegada do fogo à célula de protecção em função do número de recursos usados. Interprete e comente.

Questão 3

Considere agora que se pretende decidir onde localizar b recursos com objectivo de minimizar o valor esperado da área ardida ao fim de um intervalo de tempo. Considere que são conhecidas as probabilidades de ignição em cada célula.

- a) Apresente um modelo de programação inteira mista (PIM). Para além de definir a notação, defina as variáveis de decisão claramente e justifique a função objectivo e cada restrição.
- b) Para a instância em anexo, obtenha uma solução através do IBM ILOG CPLEX Optimization Studio com probabilidade de ignição na célula (i, j) dada por $(14 - i - j)/14$ e intervalo de 12 unidades de tempo. Represente a solução de forma adequada e interprete-a.
- c) Represente graficamente o valor esperado da área ardida em função do intervalo de tempo considerado. Interprete e comente.

Referências

Hof, J., Omi, P. N., Bevers, M., & Laven, R. D. (2000). A timing-oriented approach to spatial allocation of fire management effort. *Forest Science*, 46(3), 442-451.

Wei, Y. (2012). Optimize landscape fuel treatment locations to create control opportunities for future fires. *Canadian Journal of Forest Research*, 42(6), 1002-1014.

Dados

Considere uma rede numa grelha 7 por 7 (49 nodos) com arcos na vertical e na horizontal (em ambos os sentidos).

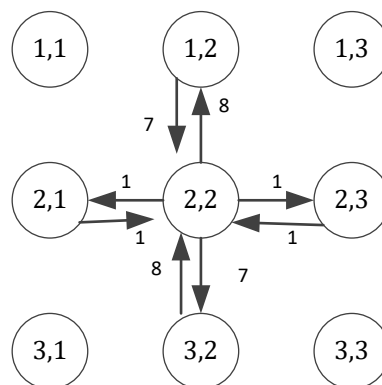
Considere os tempos de propagação obtidos da forma que se que se passa a explicar. Considerem que o maior número de aluno do grupo é *abcde*. O algarismo 0 é substituído por 1.

Os tempos de propagação do fogo a partir de uma célula são: *a* para norte, *b* para leste, *c* para sul, *d* para oeste.

A estes valores são adicionados um número aleatório entre 1 e 3.

O tempo de retardamento (Δ) e o número de recursos (*b*) têm o mesmo valor que é o do maior algarismo. A constante de protecção (*g*) tem o valor $12 + \text{menor algarismo}$.

Exemplo: Maior número de aluno do grupo 81700 que passa a 81711. Logo, exemplificado com a célula (2,2),



A esses valores deve ser adicionado um número aleatório entre 1 e 3.

OPL IBM ILOG CPLEX Optimization Studio v12. 8 – **Complimentary edition**

<https://www.ibm.com/products/ilog-cplex-optimization-studio>