

Lehrplan für das BORG – 6 Jahre

Das BORG sollte von 12 bis 18 Jahre gehen, d.h. insgesamt 6 Jahre.

Es beginnt mit der Pubertät (Kohan) – die große Veränderung bedeutet. Der Mensch wird Erwachsen – der Erwachsene „erwacht“. Das Kind geht schlafen. Als solches beginnt ein Aufbruch in eine stürmische, wilde Zeit. Der Lehrplan sollte das widerspiegeln und die volle Vielfalt der Welt enthalten. Es sollte nicht versucht werden, einfache, kindgerechte „Häppchen“ zu servieren – stattdessen sollte der Fokus auf Vollständigkeit und Umfassendheit gelegt werden. Das bedeutet nicht, dass alles bis ins kleinste Detail ausgeführt werden muss, aber es dürfen eben keine großen Lücken auf der Landkarte bleiben.

Der Lehrplan muss einen verhältnismäßigen Teil dessen enthalten, was es zum jeweiligen Fachgebiet zu sagen gibt. In der Mathematik müssen etwa die vier wichtigen Themen „Sätze“, „Mengen“, „Algebra“ und „Analysis“ angesprochen werden, weil diese auch in der Hochschul-Lehre noch zentral sind. Es muss eine verständliche, einfache Einarbeitung in die Themen möglich sein, aber dabei müssen echte Fortschritte im Verständnis der Sache erzielt werden.

Die normale Arbeitswoche für Erwachsene sieht nach der Work-Life-Balance etwa 20 Wochenstunden vor. Demnach liegt es nahe, diesen Umfang auch für junge Erwachsene – sogenannte Pubertiere zu umfassen. Aufgeteilt auf fünf wichtige Fächer (je nach Schwerpunktsetzung der Schule) ergibt das ungefähr 4 Wochenstunden für Mathematik. In einer Vier-Tage-Woche sind das etwa eine Stunde pro Tag. Die Sommerferien gehören abgeschafft. Stattdessen sollte man eine 20-Stunden-Woche einführen.

Bei 50 Wochen im Jahr, 4 Stunden die Woche ergibt das 200 Stunden Mathematik im Jahr.

In 6 Jahren sind das somit 1200 Stunden, also etwa 1000 Stunden.

Um einen Punkt am Lehrinhalt abzuarbeiten, braucht man etwa 30 Stunden. Man muss bedenken, dass es zu jeder wesentlichen Erkenntnis noch zahlreiche Wiederholungen, Nachfragen und Beispiele/Übungen gibt. Vor allem für die Übungen ist genügend Zeit einzuplanen. Somit können in der Mathematik der gesamten Sekundarstufe etwa 30 Punkte des Lehrinhalts abgearbeitet werden. Somit sollte der Lehrplan etwa diese Größe haben.

Der Lehrplan der Mathematik der Sekundarstufe

Die vier wichtigen Themen, die behandelt werden müssen, sind:

- * Sätze (mathematische Aussagen, logische Verknüpfungen)
- * Mengen (Schnitt und Vereinigung, wichtigste Mengen)
- * Algebra („direkte“ Funktionen aus Plus und Mal, Algorithmen)
- * Analysis (symbolische Vorgänge wie Ableiten, Umformen von Gleichungen)

Zu diesem Zweck können zu weiteren Themen Bezug genommen werden, z.B. zur Geometrie („Anschauungsraum“, Flächenberechnung, Kurven). Die Themen müssen nicht in dieser Reihenfolge bearbeitet werden, es wird sogar davon abgeraten. Themen sollten mehrfach und zu verschiedenen Zeitpunkten wiederholt werden, sodass eine Durchmischung der Inhalte erfolgt.

Der Lehrplan stellt eine Auswahl von mathematischen Inhalten dar, die geeignet sind, um ein umfassendes, repräsentatives Wissen der Mathematik zu erlangen. Der Lehrer wird nicht gezwungen, sich an diesen zu halten, es wird aber empfohlen.

Die Zeitaufteilung wird wie folgt empfohlen:

- * Logik: 20 %
- * Mengen: 20 %
- * Algebra: 40 %
- * Analysis: 20 %

Außerdem ist eine Absprache mit der Informatik zu empfehlen, da sie sich mit Algorithmen beschäftigt, die auch für die Mathematik nützlich sind (Stichwort „Funktionen“). Darüber hinaus ist eine Einführung der meisten Themen über die Physik hilfreich beim Verständnis und bei der Annahme der gelehrteten Inhalte.

Genaue Gliederung der Inhalte in Punkte

Jeder Punkt des Lehrplans sollte etwa 30 Stunden insgesamt in Anspruch nehmen. Beispiel: 2 Stunden Definition, 3 Stunden Erkenntnis, 25 Stunden Übung, über die Jahre verteilt.

Der folgende Entwurf stellt beispielhafte Punkte dar, die im Unterricht behandelt werden können. Es wird empfohlen, jeden Punkt mindestens einmal zu streifen, damit Jugendliche später leicht an zuvor gehörtes anknüpfen können, falls sie sich darauf spezialisieren. Wie genau die Zeitaufteilung erfolgt, wird jedoch der Lehrperson überlassen. Dabei sind auch auf die jeweiligen Umstände Rücksicht zu nehmen. Beispielsweise können Übungsbeispiele aus der industriellen Praxis vorgenommen werden.

Aussagen / Logik

Die Logik ist eine Art Rahmenwerk der Mathematik. Sie ist keine einzelne Formel, sondern die Art, wie wir Denken und Schlussfolgerungen machen.
Folgende Inhalte sind zu diesem Punkt passend und könnten durchbesprochen werden:

- * Grundlegende Definition, wahr-falsch-Schema
- * Ausschließendes Oder („man kann nur an einem Ort gleichzeitig sein“)
- * Abhängigkeit von Variablen, conditions
- * Ursache-Wirkungs-Prinzip, Kausalität

Mit der Informatik:

- * if-statement

Dazu halte ich es für vorstellbar, unkonventionelle Lehransätze zu versuchen, wie das Nachvollziehen von Schlussfolgerungen in Detektiv-Geschichten. Dies steigert die Begeisterung und Motivation der Jugendlichen für die Lehrinhalte.

Algebra

- * Grundlegende Zahlenbereiche: die ganzen und rationalen Zahlen
- * Grundlegende Rechenschritte: Plus und Mal
- * Wiederholung und Übungsaufgaben dazu (ohne/mit Taschenrechner)

- * Variablen
- * Was ist eine Funktion? Rechenvorschriften.
- * einfache mathematische Programme (mit Informatik)
- * Programmierbeispiele (z.B. Flächenberechnung, Kostenaufstellung)

- * Roboter bauen/programmieren (mit Informatik)
- * Iterative Verfahren (Differenzengleichungen, Numerik)
- * Microcontroller (mit Informatik)
- * while-schleifen

- * Bewegungen und Vektoren im zweidimensionalen Raum
- * Drehungen in der Ebene und Rotationsmatrix

- * Tupel (Ortsreihen)
- * Indexmengen und Adressraum (mit Informatik)
- * Arrays und for-Schleifen

- * das Skalarprodukt, „duale Paarung“: Beispiele
 - Erwartungswert Ackerfläche (Summe von Bodenfruchtbarkeit mal Fläche),
 - Buchhaltung (Summe von Stückkosten mal Stückzahl)
- * Erwartungswert vieler wichtiger Phänomene, z.B. jährliche Regenmenge

- * (mit Informatik) Speicherung/Übertragung von Daten

Mengen

- * Grundlegende Eigenschaften einer Menge („ist-enthalten-in-Methodik“)
- * Der Anschauungsraum (Mengendiagramme)
- * Grundlegende Operationen: Schnitt, Vereinigung
- * Spezielle Mengen: die leere Menge, natürliche Zahlen, ganze Zahlen
- * Indexmengen, Elemente als Adressen (Arrays, Vektorräume, Tabellen)
mit der Informatik: der Hauptspeicher, Zeiger und Adressraum
- * Algebraische Mengen (die reellen Zahlen, rationale Zahlen, komplexe Zahlen)
- * Verknüpfungen auf algebraischen Mengen

Analysis

Analysis ist grundsätzlich Sprachverarbeitung.

In der Mathematik bedeutet das das Verarbeiten von symbolischen Ausdrücken und Gleichungen („Term-Sprache“, „Formelsprache“).

Darunter fällt auch das Umformen von Ausdrücken und das Lösen von Gleichungen.

Beim Lösen von Gleichungen handelt es sich um „inverse Probleme“, weil eine Funktion umgekehrt werden soll.

Die typischen Inhalte der Analysis wie Integrieren und Ableiten sind ebenfalls wichtig.

Bei ihnen geht es um die Veränderung der Darstellung einer Funktion.

Das Ableiten kann dabei wieder als direktes, das Integrieren als inverses Problem betrachtet werden.

Funktionen

- * inverse Probleme ($f(x) = y$ für gegebenes y)
- * Umformungen von Gleichungen
- * Gleichungen-Lösen

Ableitung

- * Darstellung als Zeit- oder Ortsveränderung
- * einfache Beispiele: lineare, quadratische Funktionen
- * formale Regeln: Summenregel, Produktregel, Kettenregel
- * Anwendung/Beispiel: Polynome

Integration

- * Darstellung als Umkehrung der Ableitung
- * einfache Beispiele: Polynome

Differenzialgleichung, Komplexe Zahlen und Schwingungen

- * Differenzialgleichung: Definition, Beispiele
- * Differenzialgleichung $f'(x) = f(x)$
- * Exponentialfunktion und Wachstumsprozesse (Beispiel Wirtschaft)
- * Komplexe Zahlen: Definition, komplexe Exponentialfunktion
- * Anwendung Schwingungen: Kreise und Schwingungsprozesse
- * Sinus und Cosinus als Real- und Imaginärteil der komplexen Exponentialfunktion