全對最短路徑有數種演算法,這裡只介紹 Floyd-Warshall 演算法。

假設圖 G 的點集合  $V = \{1, 2, 3, ..., n\}$ ,考慮一個子集合  $S = \{1, 2, ..., k\}$ ,對於任何點對 i, j,考慮一條只通過 S 集合中的點之 i 到 j 的最短路徑 p。則可以分成兩種情況來討論:

- 1. 點 k 不是路徑 p 的其中一個點。則路徑 p 的點會是由點集合 $\{1, 2, ..., k-1\}$  所組成。所以,集合 $\{1, 2, ..., k-1\}$ 所組成之 i 到 j 的最短路徑 p,也會是集合 $\{1, 2, ..., k\}$ 所組成之 i 到 j 之最短路徑。
- 2. 點 k 是路徑 p 的其中一個點。則 p 可以被切成 i ~ k ~ j,假設 i 到 k 的路徑為 p1,k 到 j 為 p2。根據之前的理論,p1 也會是一條最短路徑,並且該路徑是由集合 $\{1, 2, ..., k-1\}$ 所組成,p2 也是同樣的道理。

根據以上兩點,可以寫出下面的遞迴式:假設  $d^k_{ij}$  為集合 $\{1,2,...,k\}$ 所組成之 i 到 j 的最短路徑,則:

$$d^{k}_{ij} = (1)$$
  $w_{ij}$  if  $k == 0$ 

(2)  $\min(d^{k-1}_{ij}, d^{k-1}_{ik} + d^{k-1}_{kj})$  if  $k \ge 1$