

最短路演算法

(1) 最短路徑的最佳子結構

假設路徑 $p = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_k\}$ 為 v_1 到 v_k 的最短路徑，對於任何在此路徑上的 i 和 j ，路徑 $p_{ij} = \{v_i, \dots, v_j\}$ 必為一條從 v_i 到 v_j 的最短路徑

證明：將路徑 p 分解成 $v_1 \sim v_i \sim v_j \sim v_k$ ，假設路徑 p 的長度 $w(p) = w(v_1, v_i) + w(p_{ij}) + w(p_{jk})$ ，若 v_i 和 v_j 存在一條不在 p 上的路徑 $p'_{ij} < w(p_{ij})$ ，那代表 v_1 和 v_k 之間存在更短的路徑，跟一開始的假設矛盾。得證。

(2) 鬆弛(Relax)操作

假設 $d[i]$ 為原點到 v_i 的最短距離，則定義鬆弛操作為：

```
RELAX(u, v, w){  
    if  $d[v] > d[u] + w(u, v)$   
    then  $d[v] = d[u] + w(u, v)$   
}
```