

根據演算法導論，LCS 的算法可以這樣推導：

假設字串 $X = \langle x_1, x_2, \dots, x_m \rangle$ ， $Y = \langle y_1, y_2, \dots, y_n \rangle$ ，讓 $Z = \langle z_1, z_2, \dots, z_k \rangle$ 為 X 和 Y 的最長共同子序列。定義 $X_i = \langle x_1, x_2, \dots, x_i \rangle$ ，意思是從第一個到第 i 個的字元所構成的字串，同理可推 Y 和 Z 。

(1) 若 $x_m = y_n$ ，則 $z_k = y_n = x_m$ 而且 Z_{k-1} 是 X_{m-1} 和 Y_{n-1} 的最長共同子序列

(2) 若 $x_m \neq y_n$ ，則 $z_k \neq x_m$ 意味著 Z 是 X_{m-1} 和 Y 的最長共同子序列

(3) 若 $x_m \neq y_n$ ，則 $z_k \neq y_n$ 意味著 Z 是 X 和 Y_{n-1} 的最長共同子序列

證明：

(1) 如果 $z_k \neq x_m$ 同時也 $z_k \neq y_n$ ，則我們可以將 $x_m = y_n$ 附加到 Z 後面，得到一個長度為 $k+1$ 的最長共同子序列，跟一開始假設的， Z 是最長共同子序列，矛盾。所以 $z_k = x_m = y_n$ 。現在，我們要證明 Z_{k-1} 是 X_{m-1} 和 Y_{n-1} 的最長共同子序列。若 X_{m-1} 和 Y_{n-1} 間存在一個共同子序列 W ，其長度超過 $k-1$ ，則我們可以附加 $x_m = y_n$ 到 W 後面，得到一個長度超過 k 的共同子序列，跟一開始的假設， Z 是最長共同子序列有矛盾，得證。

(2) 如果 $z_k \neq x_m$ ，則 Z 一定是 X_{m-1} 和 Y 的共同子序列。如果又存在一個長度超過 k ，且為 X_{m-1} 和 Y 的共同子序列，則它也一定是 x_m 和 Y 的共同子序列，跟一開始假設的， Z 是最長共同子序列，矛盾。

(3) 同理可證(3)

根據以上，若 $x_m = y_n$ ，則我們就必須要找到 X_{m-1} 和 Y_{n-1} 的最長共同子序列，然後將 $x_m = y_n$ 附加到後面，得到一個更長的共同子序列。若不相等，則我們就要找到 X_{m-1} 和 Y 的最長共同子序列，以及 X 和 Y_{n-1} 的最長共同子序列，取較長者為 X_m 和 Y_n 的最長共同子序列。