

### 0-1 背包問題之一

有  $n$  個重量與價值分別是  $w_i$  和  $v_i$  的物品。請從這些物品中選擇總重量不超過  $W$  的物品，求出價值總和的最大值。

限制：

$$1 \leq n \leq 100$$

$$1 \leq w_i, v_i \leq 100$$

$$1 \leq W \leq 10000$$

輸入：

$$n = 4$$

$$(w, v) = \{ (2, 3), (1, 2), (3, 4), (2, 2) \}$$

$$W = 5$$

輸出：

7 (選擇 0、1、3)

### 0-1 背包問題之二

問題與限制同上，但物品沒有數量限制。

輸入：

$$n = 3$$

$$(w, v) = \{ (3, 4), (4, 5), (2, 3) \}$$

$$W = 7$$

輸出：

10 (選擇一個 0 號物品、選擇兩個 2 號物品)

### 0-1 背包問題之三

問題同之一，但限制改成：

限制

$$1 \leq n \leq 100$$

$$1 \leq w_i \leq 10^7$$

$$1 \leq v_i \leq 100$$

$$1 \leq W \leq 10^9$$

### 重複組合

有  $n$  種物品，而第  $i$  個物品有  $a_i$  個。不同種類的物品可以被區別，但同種類的不行。請求出從這些物品中選取  $m$  個的組合方式總數，以及除以  $M$  之後的餘數

限制

$$1 \leq n \leq 1000$$

$$1 \leq m \leq 1000$$

$$1 \leq a_i \leq 1000$$

$$2 \leq M \leq 10000$$

輸入：

$$n = 3, m = 3$$

$$a = \{1, 2, 3\}$$

$$M = 10000$$

輸出：

$$6(0+0+3, 0+1+2, 0+2+1, 1+0+2, 1+1+1, 1+2+0)$$

### 分割數

請求出將  $n$  個無法互相區別的物品分割成  $m$  組以下的方法之總數，除以  $M$  的餘數。舉例，4 個分成 3 組以下，有  $(1+1+2)$ 、 $(1+3)$ 、 $(2+2)$ 、 $(4)$ ，四種方法。

限制

$$1 \leq m \leq n \leq 1000$$

$$2 \leq M \leq 10000$$

### 有個數限制的部份和問題

有  $n$  種數值，分別是  $a_1, a_2, \dots, a_n$ ，各有  $m_i$  個，請判斷從其中選幾個數值的和能否剛好等於  $K$ 。

限制

$$1 \leq n \leq 100$$

$$1 \leq a_i, m_i \leq 100000$$

$$1 \leq K \leq 100000$$

$$\text{輸入：} n = 3, a = \{3, 5, 8\}, m = \{3, 2, 2\}, k = 17$$

$$\text{輸出：Yes}(3 \times 3 + 8 = 17)$$