

PLO Juliette

LP Frottements

Niveau : L1

Pré-requis :

- Mécanique du point et du solide
- Oscillateurs harmoniques, notion de transformée de Fourier
- Hydrodynamique (leur avoir introduit juste le nombre de Reynolds par exemple)

Intro : on va s'intéresser aux frottements qui s'appliquent sur des solides uniquement. On se place dans la mécanique du point. On modélisera donc les contacts par des points matériels.

1 Frottements secs

1.1 Contact de deux solides

→ *Diapo* : contact entre 2 solides

- I le point de contact entre les 2 solides et le plan π .

- def : vitesse sans glissement $\vec{v}_g = v_{1/2}$

- Remarques :

→ \vec{v}_g appartient au plan π

→ si $\vec{v}_g = \vec{0}$ on parle de condition de non glissement.

→ *Diapo* : représentation des actions.

- réaction entre les 2 solides en contact \vec{R} décomposée en une composante normale \vec{N} et une composante tangentielle \vec{T}

- \vec{T} correspond à la force de frottement

→ *Diapo* : existence aspérité et plein de petits contacts → pas simple à modéliser

1.2 Lois de Coulomb

- lois phénoménologiques introduites d'abord par De Vinci puis par Coulomb.

- **Cas de non glissement/adhérence** : (si vitesse de glissement nulle) : inégalité sur la normale et la composante tangentielle

- introduction d'un coefficient de frottement statique f_s .

- Remarques : f_s dépend de l'état de surface, mais ne dépend pas de l'aire de contact.

- **Cas de glissement** : (vitesse de glissement non nulle) égalité entre la normale et la composante tangentielle
- introduction du coefficient de frottement dynamique f_d .
- Remarque : f_d indépendant de \vec{v}_g

On aura tjrs $f_d < f_s$

→ *Diapo* : aspect macroscopique + faire lien avec le fait que dans un premier tps il faut "désencastrier" ce qui correspond à f_s puis ensuite il n'y a plus de rugosité/aspérité, c'est + facile (prendre l'exemple d'un meuble qu'on pousse)

→ *Diapo* : tableau avec quelques ordres de grandeur de coefficients de frottements + les commenter.

Remarques :

- on aura toujours \vec{T} opposée à la vitesse donc une puissance négative, on a bien une force dissipative.

1.3 Etude du mouvement d'un archet

→ *Diapo* : vidéo d'un archet se déplaçant sur une corde de violon

→ *Diapo* : vidéo d'un mouvement de stick-slip

- on comprend qu'on peut faire une analogie :

- tapis roulant ↔ archet

- masse + ressort ↔ corde enduite de colophane

- poids appliqué sur la masse ↔ force exercée sur la corde en appuyant + ou - sur l'archet

→ *Diapo* : paramétrisation du problème x_0 correspond à la longueur à l'équilibre du système masse + ressort qu'on prend égal à la longueur à vide du ressort ($l_0 = x_0$).

- **Phase 1 : STICK** la masse adhère, elle se déplace à la vitesse du tapis V qui est **CONSTANTE**.

PFD sur la masse : $\vec{0} = \vec{P} + \vec{T} + \vec{N} + \vec{F}_r$ (F_r force du ressort)

- sur Oz : $N = mg$

- sur Ox : $T = k(x - l_0)$

- or $x - x_0 = x - l_0 = Vt$

- condition d'adhérence : $\frac{T}{N} \leq f_s \rightarrow$ on est en stick tant que $t \leq t_1 = \frac{f_s mg}{kV}$

→ *Diapo* : tracé de la position en fonction du temps

- **Phase 2 : SLIP** la masse glisse.

- PFD sur la masse : $m\ddot{x} = -k(x - x_0) + T$

- cette fois condition de glissement : $T = f_d N = f_d mg$

- équation différentielle : $\ddot{x} + \omega_0^2(x - x_0) = f_d g$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow x(t) = x_0 + \frac{f_d g}{\omega_0^2} + A \cos(\omega_0(t - t_1) + \Phi)$

- on détermine A et Φ en utilisant les conditions de continuité de $x(t_1)$ et $\dot{x}(t_1)$ et on trouve finalement :

$$\tan(\Phi) = \frac{V\omega_0}{g(f_d - f_s)}$$

$$A^2 = \frac{1}{\omega_0^2} \left(\frac{g^2(f_d - f_s)^2}{\omega_0^2} + V^2 \right)$$

Remarques :

- si V augmente, on augmente l'amplitude des oscillations

- si k diminue (si on serre moins la corde du violon), on a l'amplitude des oscillations qui augmente

- **Fin de la phase SLIP** recherche du temps de fin de la phase 2 t_2 tel que $\dot{x}(t_2) = V$

- on trouve $t_2 = t_1 + \frac{\pi - 2\Phi}{\omega_0}$

→ *Diapo* : tracé de la position au cours du temps avec la nouvelle phase de SLIP puis etc...

-CONCLUSION :

- on obtient un mouvement non sinusoïdal mais périodique → on peut faire une TF on trouve plein d'harmoniques → son riche = bénéf pour la musique !
 - si on veut le signal le - pur possible et donc un timbre riche il faut le mouvement SLIP le - sinusoïdal possible donc il faut diminuer $t_2 - t_1$, donc augmenter t_1 par exemple et donc jouer sur le coefficient de frottement f_s (rôle de la colophane).
- Les frottements servent dans la vie de tous les jours!! ce ne sont pas que des ennuis.

→ *Transition* : on vient de voir que la présence d'aspérité et de rugosité à l'échelle mésoscopique est à l'origine de la dissipation d'énergie dû aux frottements secs, on retrouve la même chose lorsque l'on parle de frottements visqueux, mais cette fois-ci c'est la viscosité qui en est l'origine.

2 Frottements visqueux

2.1 Force de traînée

- def traînée : force qui s'oppose au mouvement d'un solide indéformable se déplaçant dans un fluide \simeq force de frottement
 - def $|\vec{F}_t| = \frac{1}{2} C_x \rho S v_\infty^2$ avec :
 - v_∞ vitesse relative
 - S le maitre couple : section transversale maximale.
 - ρ masse volumique du fluide
 - C_x coefficient de traînée \simeq coefficient de frottement
- *Diapo* : exemple de maitre couple

2.2 Écoulement autour d'une sphère

- *Diapo* : sphère dans un fluide
- difficile de résoudre analytiquement , on part alors de constats expérimentaux.
 - pour un obstacle de forme et d'orientation données, on a : $C_x = f(Re)$.
- *Diapo* : diagramme de C_x en fct de Re

- **Cas 1** : si $Re \ll 1$ (voire $Re < 1$) :

par analyse dimensionnelle

$$[R] = L; [v_\infty] = L.T^{-1}; [\eta] = M.L^{-1}.T^{-1}; [F_t] = M.L.T^{-2} \rightarrow F_t \propto \eta R v_\infty$$

- Graphiquement : $C_x = \frac{24}{Re}$ avec $Re = \frac{\rho L v_\infty}{\eta}$ et $L=D=2R$
- finalement en remplaçant on trouve régime de Stokes :

$$\vec{F}_t = -6\eta\pi R \vec{v}_\infty$$

- **Cas 2** : si $10^3 < Re < 10^5$: C_x constant : traînée quadratique.

- on a $\vec{F}_t = \frac{1}{2} C_x \rho S v_\infty^2 \vec{U}$ avec \vec{U} vecteur unitaire selon la vitesse.

→ *Diapo* : ordre de grandeur de quelques C_x (par exemple pour le carré + ou - tourné, la sphère et "l'aile d'avion").

2.3 Exemple d'application

On considère une bille en acier qui tombe dans une colonne rempli de glycérol/ huile de silicone. Quelle type de force de frottement considérer ?

-Données ; $\rho_{glycerol}$, $\eta_{glycerol}$

- récupérer les données du rayon des billes et des vitesses correspondantes dans le cahier de TP/Montage ou bien possibilité de présenter vite fait en direct la manip pour estimer la vitesse.

- on évalue Re et on trouve $Re < 1$, \rightarrow on considère alors une force de Stokes pour le problème.

3 Biblio

- BFR meca (pour les forces de frottements solides) ATTENTION le mouvement du stick-slip est fait bizarrement je trouve.

- H prepa meca flux

- <http://www.tangentex.com/CordeViolon.htm> pour la modélisation du stick and slip

4 Questions/Remarques :

- autre endroit où l'on souhaite du frottements ? roue motrice, traction

- c'est quoi un solide ? système indéformable vraiment ?

- connaître un peu d'histoire sur les frottements secs : de Vinci énonce au 16ème siècle le fait que la force ne dépend pas de l'aire de contact. Ensuite en 1699, Amontons stipule que le coefficient de frottement dynamique ne dépend de la vitesse de glissement puis Coulomb les met en équation par la suite.

- en intro insister sur le fait peut être qu'il existe plusieurs mouvements : roulement, pivotement et glissement et dire que nous on s'intéresse qu'au glissement.

- lorsqu'on parle de la diapo avec les aspérités, introduire à l'oral la notion d'aire apparente de contact et l'aire réelle.

- origine des frottements au niveau microscopique ? interactions coulombiennes.

- choix du sens de \vec{T} et \vec{N} ? T est compris dans le plan π défini au début. N est perpendiculaire à ce plan π , son sens lui vient du fait que les solides ne peuvent s'interpénétrer et donc N est sortant au support.

- c'est quoi la colophane ? cire de pins

- une des limites du modèle donc ? le cire va fondre en réalité , on aura donc des phases de fonte puis de solidification= frottements visqueux (possible transition entre les 2 parties).

- c'est quoi la science des frottements ? la tribologie

- comment mesurer un coefficient de frottement statique ? on peut chercher l'angle ϕ tel qu'il y a mise en mouvement du solide sur le support et $\tan \phi = f_s$ (limite de adhérence/glissement) sinon on peut ajouter une masse petit à petit au bout du support avec poulie et voir quand il y a glissement.

- pour mesurer un coefficient de frottement dynamique ? un peu plus dur.. on fait du pointage par exemple sur un solide glissant sur support pour un angle supérieur à $\arctan(f_s)$.

- autre moyen de mesurer un coeff de frottement ? avec un tribomètre

- pour la correctrice pas grave s'il y a un déséquilibre des parties, on peut même décider de traiter que du frottements secs.