

Sources de rayonnement. Application(s)

Niveau : L3

Prérequis : équations de Maxwell, jauge de Lorentz, loi de Wien, loi de Planck, loi de Stefan-Boltzmann

Introduction

Le rayonnement désigne le processus d'émission ou de propagation d'énergie et de quantité de mouvement impliquant une onde ou une particule. Quand on bronze le Soleil chauffe la peau, c'est le rayonnement qui en est à l'origine. Quand on chauffe un métal, à partir d'une certaine température, on observe que celui-ci émet un rayonnement qui peut être rouge jusqu'à blanc. Nous allons nous intéresser à deux types de rayonnement dans cette leçon en particulier : le rayonnement dipolaire et le rayonnement du corps noir.

I Rayonnement dipolaire

1) Champ électromagnétique rayonné

On introduit une distribution D de charges en mouvement. On observe le champ rayonné en un point M repéré par un vecteur \vec{r} . On suppose que la distribution est discrète et on se place dans le cadre

non relativiste. En jauge de Lorentz, le potentiel retardé s'écrit : $\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{i \in D} \frac{q_i \vec{v}_i(t - \frac{\overline{P_i M}}{c})}{|\overline{P_i M}|}$

Le temps de retard correspond à au temps de propagation des champs de la source à l'observateur.

Cette expression du potentiel vecteur est très générale, mais il est difficile de faire des calculs avec. On va formuler quelques hypothèses réalistes :

- approximation dipolaire : $r \gg a$ (taille caractéristique de D), on se place donc loin des sources, on a donc $PM \sim r$
- ARQS : $\frac{a}{c} \ll T$ (temps caractéristique de D), le temps de propagation des champs est négligeable devant son temps typique de variation, $t - \frac{\overline{PM}}{c} \sim t - \frac{a}{c} = t'$ (on néglige le retard)

On obtient : $\vec{A}(M, t) = \frac{\mu_0}{4\pi r} \vec{p}$ avec $\vec{p} = \sum_i q_i \vec{r}_i$

$$\vec{p}(t') = p(t') \vec{e}_z$$

On peut maintenant calculer \vec{E} et \vec{B} .

$$\vec{B}(M, t) = \overrightarrow{rot}(\vec{A}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{\dot{p}}{r^2} + \frac{\ddot{p}}{rc} \right) \sin(\theta) \vec{e}_\varphi$$

On peut montrer également que $\vec{E}(M, t) = \frac{2 \cos(\theta)}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{p}{r^3} + \frac{\dot{p}}{r^2 c} \right) \vec{e}_r + \frac{\sin(\theta)}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{p}{r^3} + \frac{\dot{p}}{r^2 c} + \frac{\ddot{p}}{rc^2} \right) \vec{e}_\varphi$

On définit la zone de rayonnement par : $r \gg cT = \lambda$

Dans cette zone, on peut simplifier l'expression du champ électromagnétique, le terme en \ddot{p} domine.

On a donc : $\vec{B} = \frac{\mu_0 \ddot{p} \sin(\theta)}{4\pi r c} \vec{e}_\varphi$ et $\vec{E} = \frac{\mu_0 \ddot{p} \sin(\theta)}{4\pi r} \vec{e}_\theta$

La propagation se fait selon \vec{e}_r , on a localement une structure d'ondes planes.

2) Application : dipôles oscillants

$$p(t) = p_0 \cos(\omega t)$$

Donc $\vec{B} = \frac{\mu_0 p_0 \omega^2 \sin(\theta)}{4\pi r c} \vec{e}_\varphi$ et $\vec{E} = \frac{\mu_0 p_0 \omega^2 \sin(\theta)}{4\pi r} \vec{e}_\theta$

La puissance rayonnée s'écrit : $P_{ray} = \iint \vec{n} \cdot d\vec{S}$, avec \vec{n} le vecteur de Poynting.

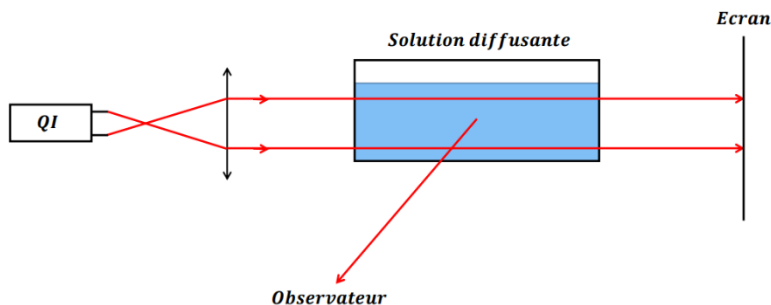
On a donc $P_{ray}(t') = \frac{p_0^2 \omega^4}{6\pi \epsilon_0 c^3}$

Ainsi : $\langle P_{ray} \rangle = \frac{p_0^2 \omega^4}{12\pi \epsilon_0 c^3}$

$\omega_{bleu} \sim 2\omega_{rouge}$ donc la puissance diffusée est environ 16 fois plus intense dans le bleu que dans le rouge, on peut le vérifier par une expérience :

On remplit une cuve d'eau et ajoute quelques gouttes de lait. Le lait contient des particules diffusantes. On observe la lumière diffusée orthogonalement au faisceau incident.

Expérience : diffusion du rayonnement



Autour du faisceau qui traverse la cuve, on remarque que l'eau prend une coloration bleutée. En mettant un écran en sortie de la cuve, la tache du faisceau sur l'écran est orangée voire rouge. Le faisceau s'est plus appauvri en lumière bleu qu'en lumière rouge, donc en proportions relatives il s'est enrichi en rouge.

Ce résultat permet d'expliquer la couleur du ciel et des couchers de soleil (voir également effet Tyndall).

Le modèle du dipôle oscillant permet de décrire des phénomènes tels que la diffusion Rayleigh, le fonctionnement des antennes dipolaires ou le rayonnement thermique. Nous allons désormais nous intéresser à ce dernier. Les longueurs d'ondes lumineuses visibles ($400 \text{ nm} < \lambda < 800 \text{ nm}$) sont très grandes par rapport aux dimensions des petites molécules (de $0,1 \text{ nm}$ à 1 nm). En conséquence,

soumises à une onde lumineuse, les molécules d'un gaz se polarisent et se comportent comme autant de dipôles oscillants.

II Rayonnement thermique

1) Propriétés du rayonnement et interactions avec la matière

Un corps chauffé émet de l'énergie sous forme de rayonnement électromagnétique qui peut se propager dans le vide.

On définit la luminance comme l'énergie transportée par unité de temps à travers une surface unité selon la direction donnée par $d\Omega$.

$L = \frac{d^2\Phi}{dsd\Omega}$ avec Φ le flux du vecteur de Poynting à travers une élément de surface ds .

On considère la quantité d'énergie radiative confinée dans un angle solide $d\Omega$. La géométrie est importante dans ce problème :

On considère un mur rayonnant de façon isotrope un rayonnement visible de luminance L_0 et un radiomètre comprenant un détecteur de surface s_d au fond d'un tube de profondeur x et d'ouverture S_0 , situé à la distance D du mur.

L'angle sous lequel un point de mur rayonne vers le détecteur s'écrit : $\Omega_d = \frac{s_d}{D^2}$

L'angle solide sous lequel un point du détecteur voit le mur s'écrit : $\Omega_m = \frac{S_m}{D^2} = \frac{S_0}{x^2}$

La puissance émise et reçue par le détecteur est : $P = L_0 S_m \Omega_d = \frac{L_0 S_0 s_d}{x^2}$

En coordonnées sphériques, $d\Omega = \sin(\theta)d\theta d\varphi$, pour l'espace total $\Omega = 4\pi$.

On définit également la densité de flux énergétique F (énergie transportée par unité de temps et de surface dans toutes les directions) : $\varphi = \frac{d\Phi}{ds}$

La loi de Planck s'écrit : $B_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1}$

Deux corps noirs à la même température émettent le même rayonnement : $\lambda_{\max} T = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m.K}$ (loi de Wien).

La loi de Stefan-Boltzmann représente la luminance énergétique du corps noir intégrée sur l'ensemble des longueurs d'onde : $L = \int_0^{+\infty} B_\lambda d\lambda$

Pour un rayonnement isotrope : $\varphi = \pi L = \sigma T^4$

2) Bilan radiatif de la Terre : effet de serre

On peut raisonnablement considérer que la Terre est isolée. On suppose que :

- La Terre est sphérique
- La seule source d'énergie est le Soleil

- La température est uniforme
- La distance Terre-Soleil est constante, notée D
- La Terre et le Soleil sont des corps noirs

La Terre reçoit une puissance : $P_{S \rightarrow T} = \frac{\pi R_T^2}{4\pi D^2} P_S = 4\pi R_T^2 \sigma T_T^4$, $P_S = 4.10^{26} \text{ W}$

Application numérique : $T_T = 6,3 \text{ }^\circ\text{C}$

En réalité, la Terre réfléchit une partie du rayonnement solaire. On définit donc l'albedo A comme le pouvoir réfléchissant d'une surface. On prend $A = 0,3$.

En fait, on a : $P_{S \rightarrow T}(1 - A) = 4\pi R_T^2 \sigma T_T^4$

On a donc cette fois $T_T = -17,6 \text{ }^\circ\text{C}$

Il manque clairement quelque chose à notre modèle. On va maintenant prendre en compte l'atmosphère, considérée aussi comme un corps noir. L'atmosphère émet vers la Terre et dans l'espace. On a : $\varphi_T = 2\varphi_a$ et $\varphi_a + \varphi_s = \varphi_T$

Donc $\varphi_T = 2\varphi_s$

Cette fois : $2P_{S \rightarrow T}(1 - A) = 4\pi R_T^2 \sigma T_T^4$ et $T_T = 30,8 \text{ }^\circ\text{C}$.

Enfin on considère que l'atmosphère absorbe une partie du rayonnement (coefficient d'absorption d'environ 0,3).

On a donc : $\alpha\varphi_s + \varphi_T = 2\varphi_a$ et $\varphi_a + (1-\alpha)\varphi_s = \varphi_T$

Ainsi, $P_{S \rightarrow T}(2 - \alpha)(1 - A) = 4\pi R_T^2 \sigma T_T^4$ donc $T_T = 18,7 \text{ }^\circ\text{C}$

La valeur moyenne est en réalité de $15 \text{ }^\circ\text{C}$, le modèle est donc valide.

Conclusion

Dans cette leçon, nous avons défini le rayonnement dipolaire et établi l'expression de la puissance rayonnée, montrant au passage pourquoi le ciel est bleu (rouge au coucher du Soleil) dans le cadre du modèle du dipôle oscillant. Ce modèle permet également d'expliquer le rayonnement thermique, que nous avons étudié par la suite. Nous avons étudié l'effet de serre en effectuant le bilan radiatif de la Terre.

Bibliographie

-BFR, EM 3 : Induction et Ondes EM, chapitre 12

-Cap Prépa PC

-H Prépa, Ondes, page 165, pages 169-171

-[Sextant, Optique Expérimentale, pages 273-277

-E-learning physique

Questions

- Autres types de rayonnement ?
 - ➔ Synchrotron, freinage, dipolaire magnétique
- Qu'est-ce que la jauge de Lorentz et quel est son intérêt ?
 - ➔ Elle permet d'obtenir une équation type d'Alembert avec un terme de sources pour les potentiels \vec{A} et V . On connaît ses solutions, ce sont les potentiels retardés.
- Comment applique-t-on le rayonnement dipolaire aux antennes ?
 - ➔ Pour une antenne, l'hypothèse d'ARQS n'est plus valable. On découpe l'antenne en dipôles élémentaires et on somme au point M les champs électriques émis par chacun d'entre eux. C'est une somme cohérente, donc il y a des interférences constructives ou destructives qui modifient le diagramme de rayonnement
- Comment faire si on veut diriger le rayonnement d'une antenne dans une direction particulière ?
 - ➔ On peut utiliser une antenne "râteau", elle est composée de différents brins d'antennes formant un réseau et s'alimentant par induction mutuelle. Les ondes rayonnées interfèrent constructivement, de telle sorte que les lobes du diagramme de rayonnement à l'avant de l'antenne sont plus gros, tandis que ceux à l'arrière sont plus petits. On concentre donc la puissance rayonnée dans une direction particulière.
- Que se passe-t-il dans la zone $a \ll r \ll \lambda$?
 - ➔ On retrouve les champs du dipôle électrostatique.
- Dans le modèle de l'électron élastiquement lié, la limite de Rayleigh $a \ll \lambda$, où a est la taille de l'objet diffusant, permet de considérer le champ électrique incident comme uniforme. Est-ce le cas pour les particules diffusantes du lait ?
 - ➔ Dans le cas du lait, les particules diffusantes sont, d'après le Sextant page 277, des globules de lipides ($a \sim 2 \mu\text{m}$) et des micelles ($a \sim 100 \text{ nm}$). On a donc plutôt $a \sim \lambda$, ce qui correspond à la diffusion de Mie. Mais on voit quand même le bon comportement.
- Pourquoi est-ce que l'on ne regarde que la température de surface du Soleil ?
 - ➔ Les photons sont émis depuis la surface.
- Est-ce que la température est uniforme dans l'atmosphère ?
 - ➔ Non, mais le modèle marche quand même : diminue de 7 K par km puis réaugmente. Donc on pouvait rectifier ça dans le modèle aussi.
- Pour le phénomène d'effet de serre, quels gaz absorbe l'atmosphère ?
 - ➔ Vapeur d'eau principalement, CO_2 , méthane, gaz émis par l'Homme...
- Le rayonnement émis par la Terre est-il le même partout ?
 - ➔ Non il s'agit d'une moyenne, l'albédo dépend de la position, il est notamment modifié dans les zones glaciaires.
- Quelle est la loi qui explique l'expansion de l'Univers ?
 - ➔ Loi de Hubble
- Exemple de corps noir à basse température ?
 - ➔ Fond diffus cosmologique