Notion de cohérence en optique

Niveau : L3

Prérequis : interférences à 2 ondes, longueur et temps de cohérence, contraste, interféromètre à division d’amplitude, transformée de Fourier, densité spectrale

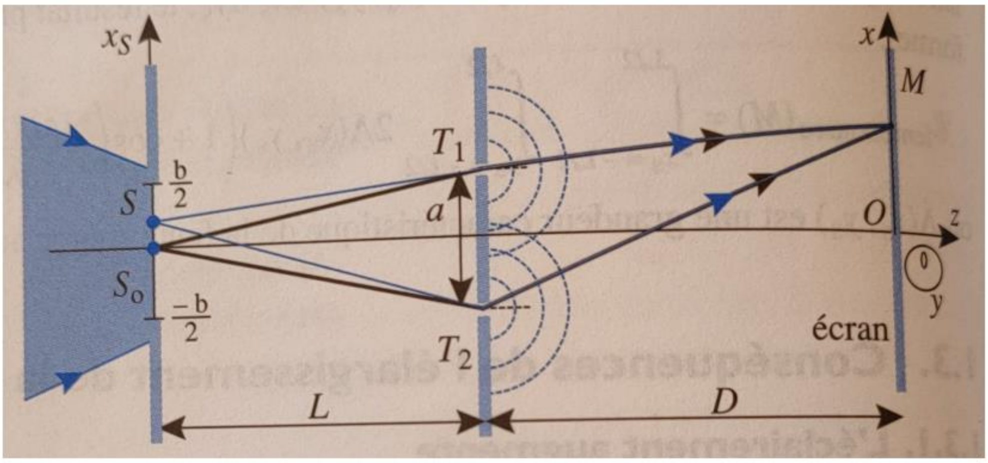
Introduction

Jusqu’ici, vous avez toujours considéré des sources ponctuelles monochromatiques (une seule fréquence sans étalement du spectre lumineux). Mais ce modèle est purement idéal, il n’existe pas dans la réalité, même s’il permet de bien décrire les choses. Dans cette leçon, nous allons introduire les notions de cohérence temporelle et cohérence spatiale.

I Cohérence spatiale

1) Effet de l’élargissement d’une source

Exemple : les fentes d'Young



Si on élargit progressivement les fentes, on constate que les interférences disparaissent et la luminosité augmente. La perte de contraste est due à l'extension spatiale. L'expérience des fentes d'Young repose sur la cohérence spatiale : c'est la capacité de chacun des points du front d'onde à interférer avec n'importe quel autre point. En effet, si la source est étendue, il y aura addition d'ondes incohérentes émises par chaque point source, ce qui peut brouiller l'illumination et générer des interférences.

2) Mise en équation

$$I = \sum_{s \in \text{source}} 2I_0(1 + cos(\frac{2\pi}{\lambda}\delta(S, M)) = I_0 \int \frac{dx}{b}(1 + cos(\frac{2\pi}{\lambda}\delta(x_1, M)))$$

Avec $\delta = \frac{ax_1}{L} + \frac{ax}{D}$, on trouve :

$$I(M) = 2I_0(1 + cos(\frac{2\pi ax}{\lambda D})sinc(\frac{\pi ab}{\lambda L}))$$

On a alors brouillage lorsque :

$$\frac{b}{\lambda L} \sim 1$$

$$b \sim \frac{\lambda L}{a} \sim 6mm$$

Remarques :
La perte de contraste est globale. C'est la caractéristique de la cohérence spatiale.

Brouillage en source étendue

- Si deux points sources distants de b vérifient :
  $ab/L = \lambda/2$ → brouillage

- Pour une source continue, brouillage chaque point a un voisin vérifiant la condition ci-dessus, d'où :

$$ab/D = \lambda$$

3) Théorème de van Cittert – Zernike

II Cohérence temporelle

1) Origine physique

Ex : battements

L'extension fréquentielle de la source induit un brouillage : on parle de <u>cohérence temporelle</u> : la cohérence temporelle d'une onde est liée à la largeur de bande spectrale de la source. Une onde réellement monochromatique (une seule fréquence) aurait, en théorie, un temps et une longueur de cohérence infinis. On définit le temps de cohérence et la longueur de cohérence par $\tau_c = \frac{1}{\Delta\nu}$ et $L_c = \tau_c c$.

Si les différents chemins suivis par l'onde diffèrent d'une longueur supérieure à L_c, alors il n'y aura pas d'interférences.

Ex : lampe à vapeur de sodium : $\Delta\nu$ = 10MHz.

En réalité, il y a deux effets à prendre en compte : l'élargissement dû aux mouvements chaotique des atomes (il y a un effet Doppler) et les collisions entre ceux-ci.

2) Retour sur l'interférences à 2 ondes

On note S l'amplitude lumineuse : $S_{1,2}$ l'amplitude du champ passant par la voie 1/2.

$I = \langle |S_1 + S_2|^2 \rangle_{\tau d} = \langle |S_1|^2 \rangle + \langle |S_2|^2 \rangle + 2Re(\langle S_1 S_2^* \rangle)$, avec τ_d le temps de réponse du capteur (de l'ordre 10^{-12} s).

On note δ la différence de marche introduite par l'interféromètre.

$S_1(t) = S(t)$ et $S_2(t) = S(t - \tau)$, avec $\tau = \frac{\delta}{c}$

$$\langle S_1 S_2^* \rangle_{\tau d} = \Gamma(\tau)$$

Γ est la fonction d'autocorrélation de la source

$I = I_1 + I_2 + 2\, Re(\Gamma(\tau))$

Ex : source monochromatique

$$S(t) = e^{(-2i\pi\nu_0 t)}$$
$$\Gamma(\tau) = \frac{1}{\tau}...$$
$$\Gamma(\tau) = e^{(-2i\pi\nu_0 \tau)}$$

Cas de la radiation quasi-sinusoïdale

$$S(t) = A(t) \exp(-2i\pi\nu_0 t)$$

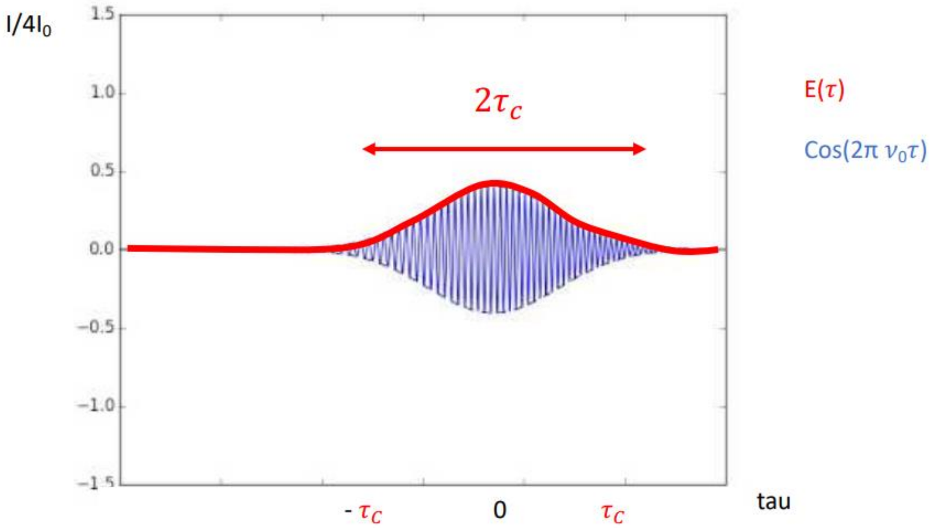
Lentement variable
devant nu0

$$\Gamma(\tau) = \exp(-2i\pi\nu_0\tau) \int A(t)A^*(t-\tau)dt = \exp(-2i\pi\nu_0\tau)\, \mathrm{E}(\tau)e^{i\phi(\tau)}$$

Fonction lentement
variable (devant nu0)

$$I = 2I_0(1 + \cos(2\pi\nu_0\tau)E(\tau))$$

Cas de la radiation quasi-sinusoïdale



3) Théorème de Wiener – Khintchine

Rappel: densité spectrale

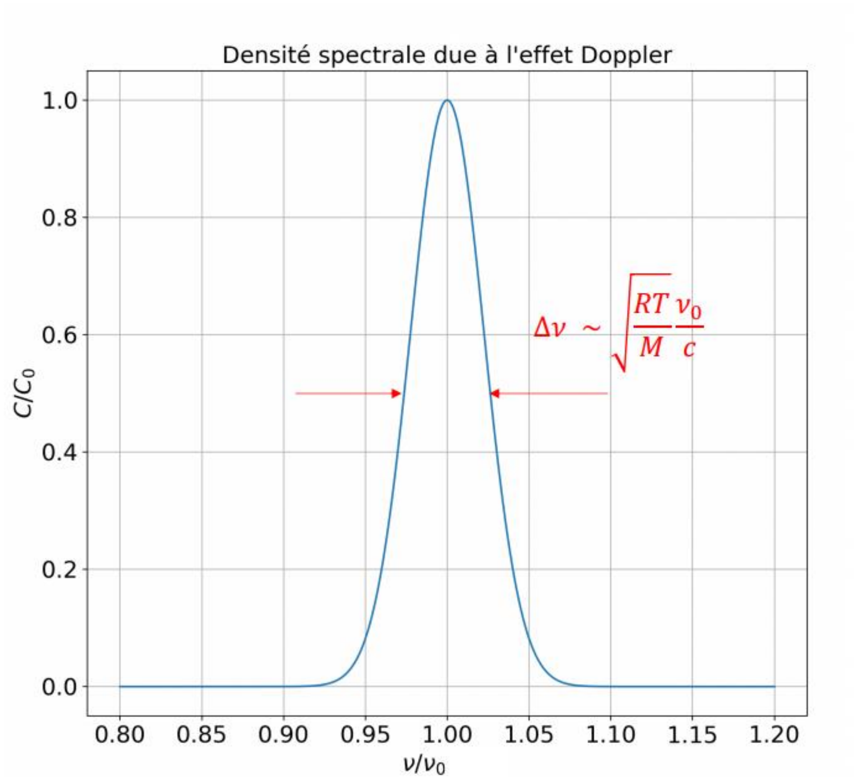
Energie comprise entre nu et nu + dnu : $$du = C(\nu)d\nu$$

Lien avec l'amplitude temporelle : $$S(t) = \int \tilde{S}(\nu)e^{-2i\pi\nu t}d\nu$$

$$C(\nu) = \tilde{S}(\nu)\ \tilde{S}(\nu)^*$$

La fonction d'autocorrélation n'est rien d'autre que la transformée de Fourier de la densité spectrale évaluée au même instant τ. On associe τ_c à Γ et Δν à C. Avec les propriétés de la transformée de Fourier, on en déduit : $\Delta\nu\tau_c \sim 1$.

Ex : élargissement par effet Doppler



(pas à l'échelle : $\Delta\nu \ll \nu_0$)

Décalage en fréquence : $\nu' = \nu_0(1+\frac{v}{c})$

Répartition des vitesses : $dNexp(-\frac{mv^2}{2k_BT})$

On trouve : $\Delta\nu \sim \sqrt{\frac{RT}{M}}\frac{\nu_0}{c}$

Conclusion

La cohérence spatiale induit un brouillage global, alors que la cohérence temporelle induit un brouillage local. A partir de l'interférogramme on peut remonter aux caractéristiques de la source.

Bibliographie

-Ondes lumineuses, Champeau

-H Prépa, optique ondulatoire, édition 2004

Questions

- Problèmes de cohérences spatiales dans un interféromètre à division d'amplitude ?

➔ A l'ordre 1, pas de problème pour s'affranchir de la cohérence spatiale. Par contre on a la localisation des interférences.

- Théorème de localisation ?

- ➔ On regarde le même rayon entrant dans l'interféromètre pour s'affranchir des problèmes de cohérence spatiale.
- Si on prend 2 lasers à la même longueur d'onde, est ce qu'on peut faire des interférences ?
- ➔ Ils vérifient le critère sur la longueur d'onde, mais le critère de phase n'est pas forcément vérifié ça dépend du temps de fluctuation de la phase devant le temps de réponse du capteur.
- Condition sur la polarisation des ondes pour avoir des interférences ?
- ➔ Il ne faut pas qu'il y ait orthogonalité.
- Les deux effets sont-ils toujours observables ?
- ➔ Dépend de la pression pour le temps entre les collisions (proportionnel à la pression) et de la température pour Doppler.
- Utilité de la cohérence ?
- Spectre cannelé ?
- ➔ Spectre où il manque des longueurs d'ondes. Cela vient du fait que le déphasage pπ est réalisé à plusieurs longueurs d'ondes à différence de marche fixée. On peut faire de la biréfringence linéaire, ou regarder dans le blanc d'ordre supérieur.