

Filtrage optique

Niveau : L3

Prérequis :

- Principe de Huygens-Fresnel, régimes de diffractions, diffraction de Fraunhofer
- Transformée de Fourier, produit de convolution
- Filtrage en électronique

Ernst Abbe (1866)



Ernst Abbe (1866)

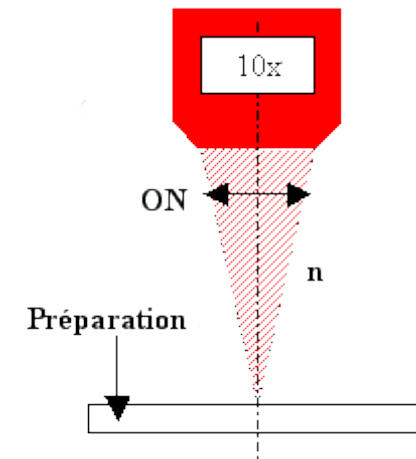


Ouverture numérique

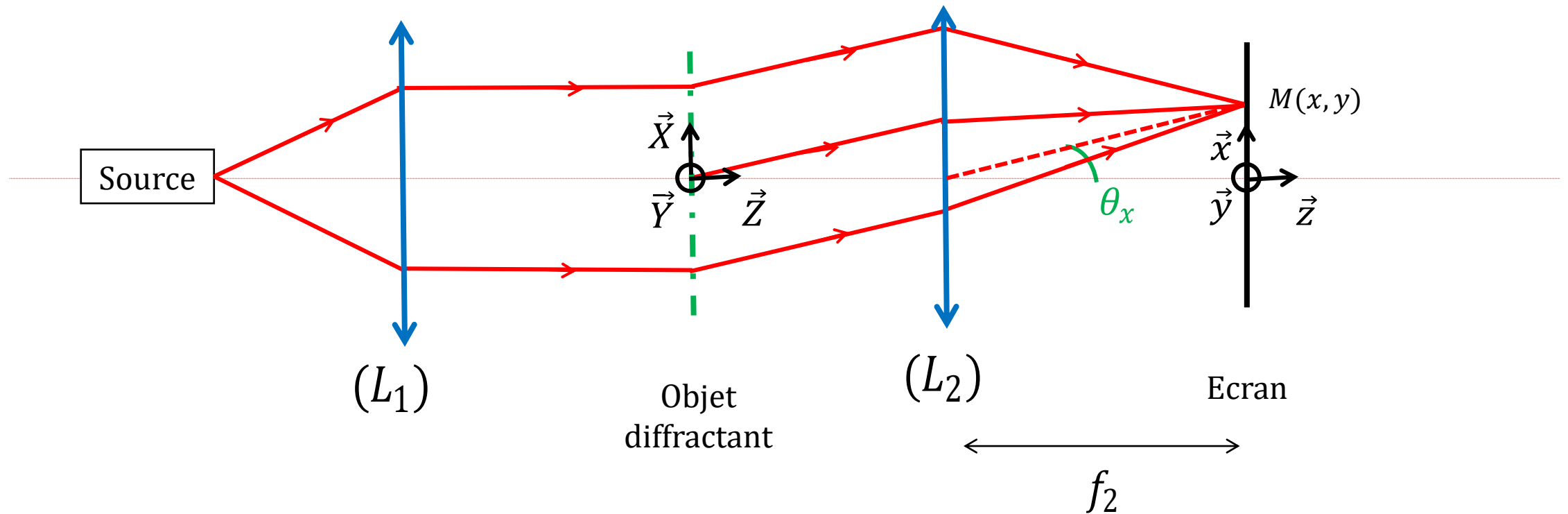
$$ON = n \sin(u)$$

u : angle de demi ouverture

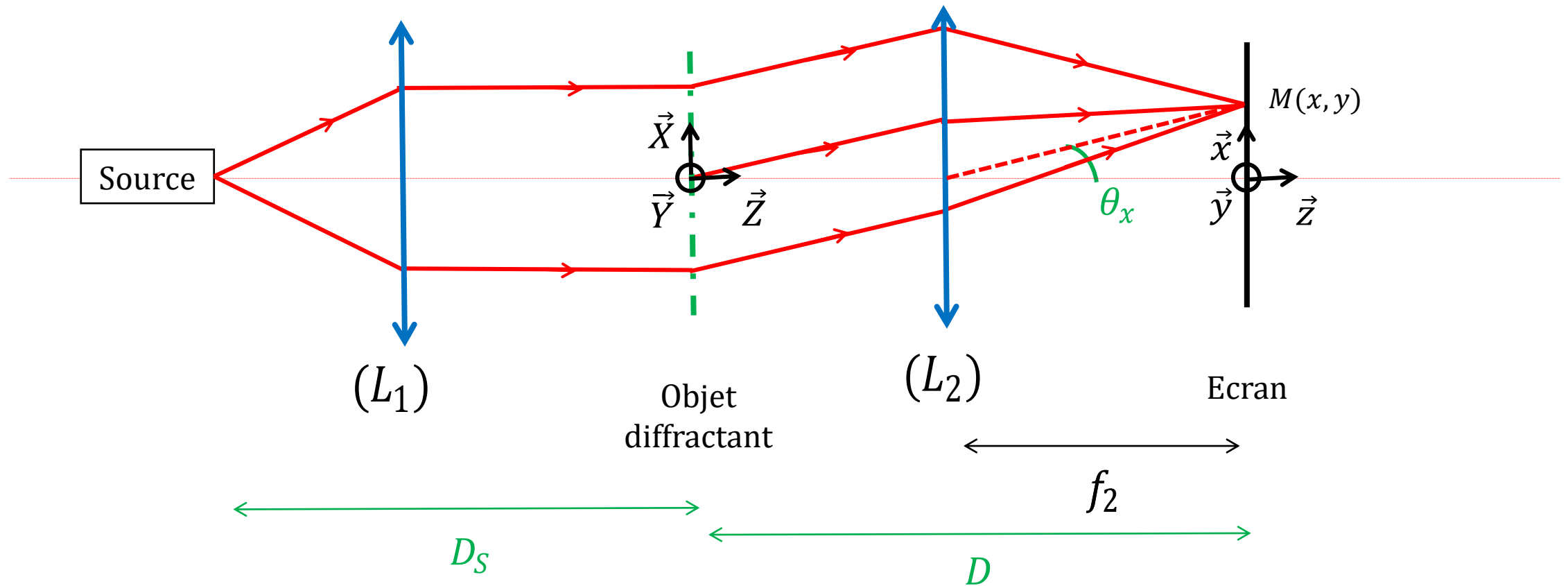
n : indice de réfraction du milieu d'observation



Diffraction de Fraunhofer exacte avec deux lentilles



Diffraction de Fraunhofer exacte avec deux lentilles



Rappels : Transformée de Fourier

Transformée de Fourier directe

$$F(u) = TF[f(X)] = \int_{-\infty}^{+\infty} f(X) e^{2i\pi uX} dX$$

Transformée de Fourier inverse

$$f(X) = TF^{-1}[F(u)] = \int_{-\infty}^{+\infty} F(u) e^{-2i\pi uX} du$$

Rappels : Transformée de Fourier

Transformée de Fourier directe

$$F(u) = TF[f(X)] = \int_{-\infty}^{+\infty} f(X) e^{2i\pi uX} dX$$

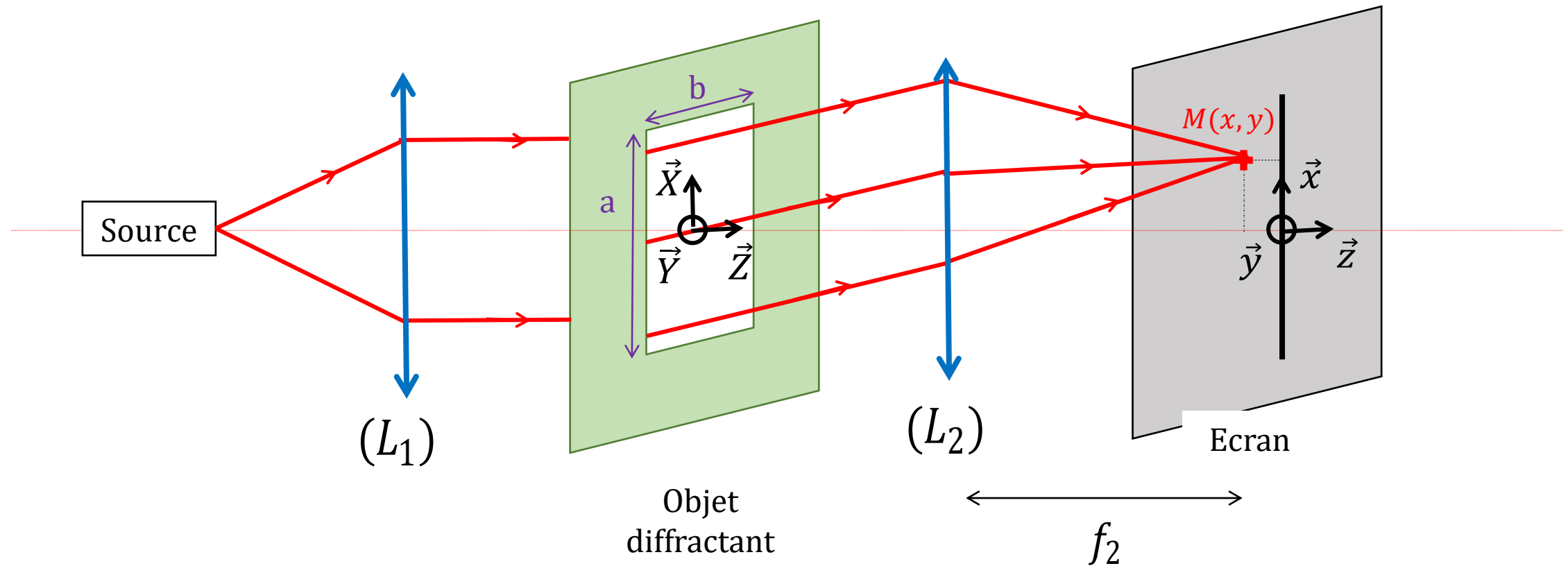
$$F(u, v) = TF[f(X, Y)] = \int_{-\infty}^{+\infty} f(X, Y) e^{2i\pi(uX + vY)} dX dY$$

Transformée de Fourier inverse

$$f(X) = TF^{-1}[F(u)] = \int_{-\infty}^{+\infty} F(u) e^{-2i\pi uX} du$$

$$f(X, Y) = TF^{-1}[F(u, v)] = \int_{-\infty}^{+\infty} F(u, v) e^{-2i\pi(uX + vY)} du$$

Schéma de l'ouverture diffractante rectangulaire



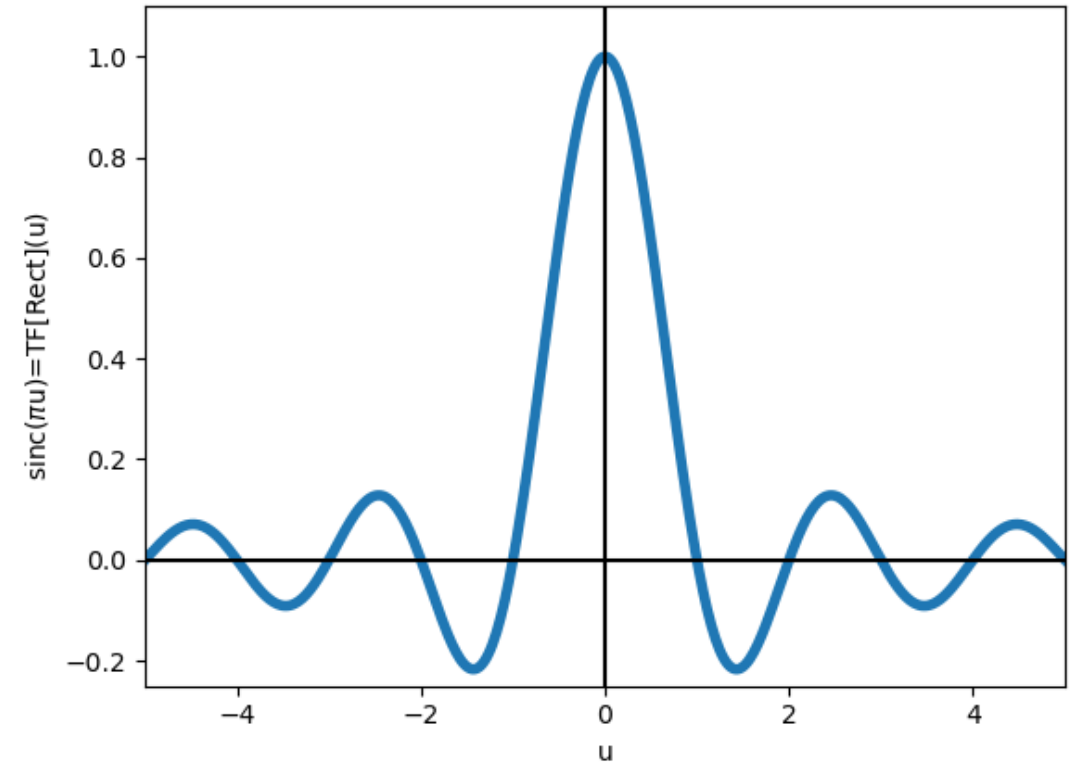
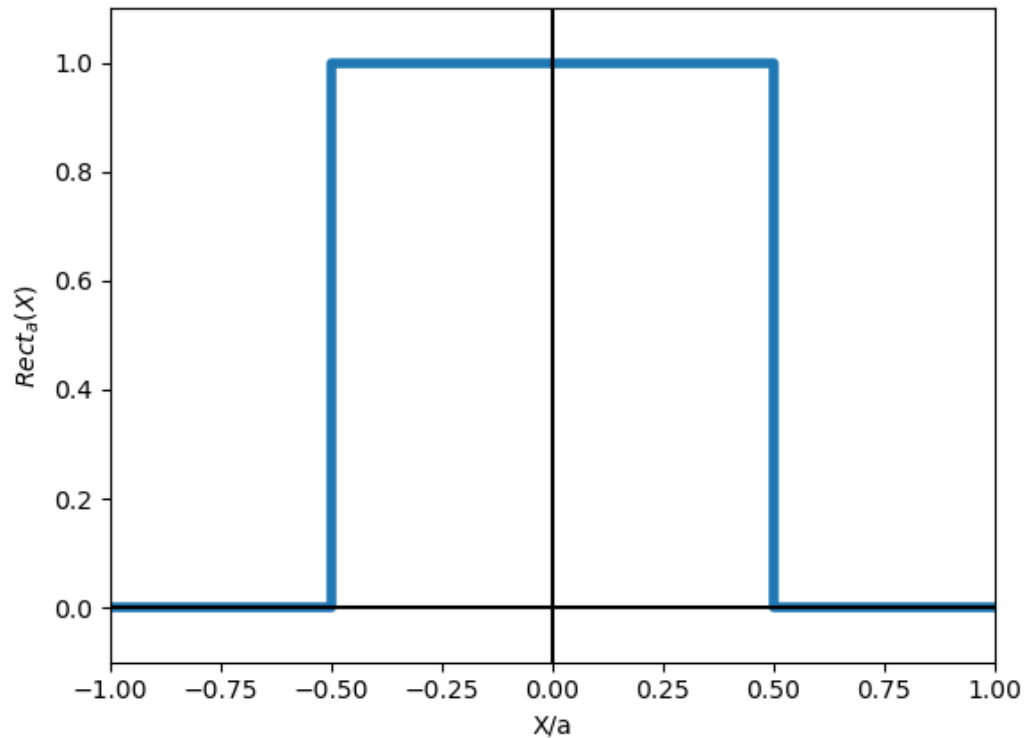
Rappels : Transformée de Fourier

Fonction Rectangle



Fonction Sinus Cardinal

TF



$$TF[Rect_a(X)](x, y) = asinc(\pi x a)$$

Rappels : Transformée de Fourier

Produit de convolution

$$(f * g)(X, Y) = \int \int f(X', Y') g(X - X', Y - Y') dX' dY'$$

$$TF[f * g] = TF[f] \times TF[g]$$

Application à l'ouverture rectangulaire

$$t(X, Y) = \text{Rect}_a(X) * \text{Rect}_b(Y)$$

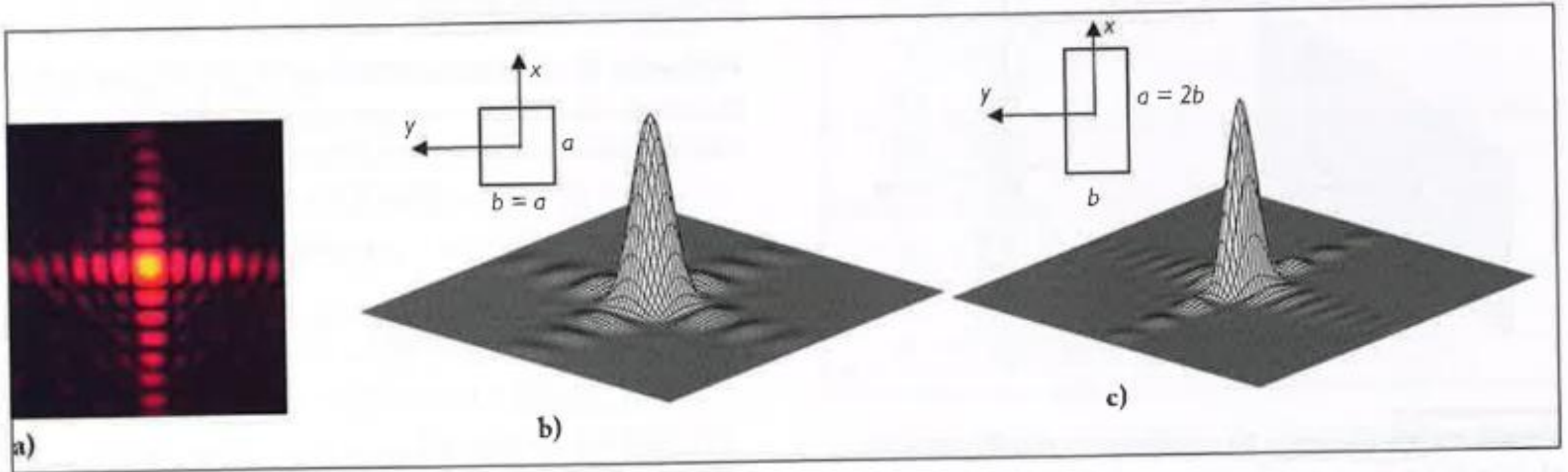
Application à l'ouverture rectangulaire

$$t(X, Y) = \text{Rect}_a(X) * \text{Rect}_b(Y) \xrightarrow{\text{TF}} \psi(x, y) = \psi_0 \text{TF}[t(X, Y)] = \psi_0 \text{TF}[\text{Rect}_a(X) * \text{Rect}_b(Y)]$$

Application à l'ouverture rectangulaire

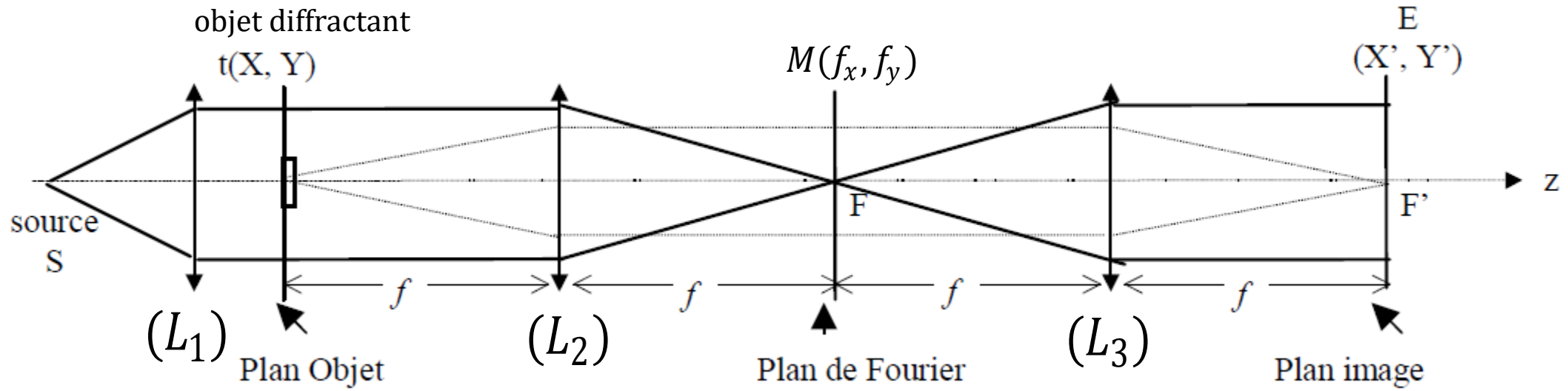
$$\begin{array}{ccc} t(X, Y) = \text{Rect}_a(X) * \text{Rect}_b(Y) & \xrightarrow{\text{TF}} & \psi(x, y) = \psi_0 \text{TF}[t(X, Y)] = \psi_0 \text{TF}[\text{Rect}_a(X) * \text{Rect}_b(Y)] \\ & & \downarrow \\ & & \psi(x, y) = \psi_0 a b \text{sinc}(\pi f_x a) \text{sinc}(\pi f_y b) \end{array}$$

Application à l'ouverture rectangulaire



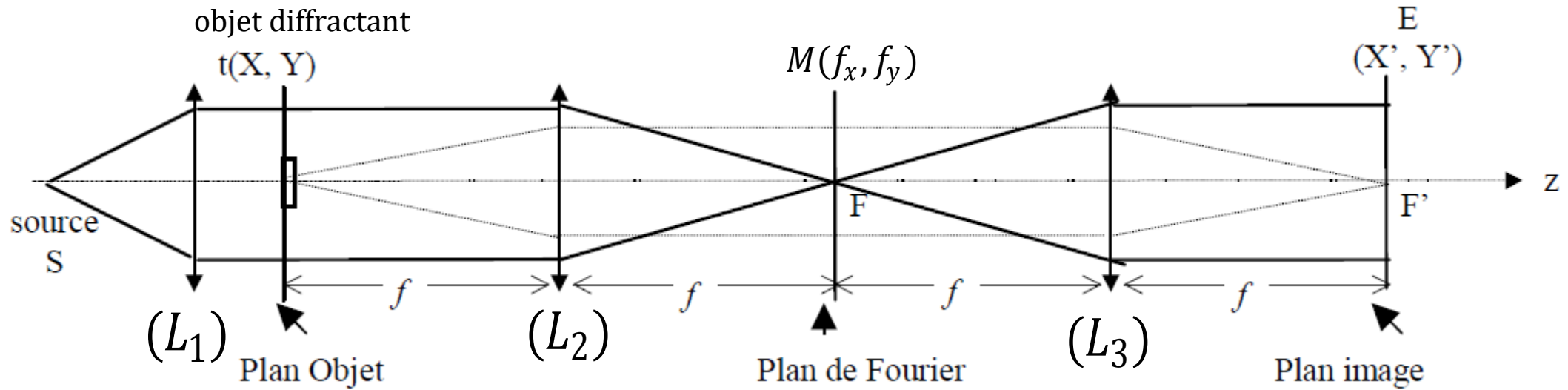
a) Figure de diffraction par un trou carré de côté 0,5 mm b) Figure de diffraction par un trou carré – simulation en perspective cavalière ($a = b \rightarrow I = f$) c) Figure de diffraction par un trou rectangulaire – simulation en perspective cavalière ($a = 2b \rightarrow I = f/2$).

Montage 4f de filtrage spatial



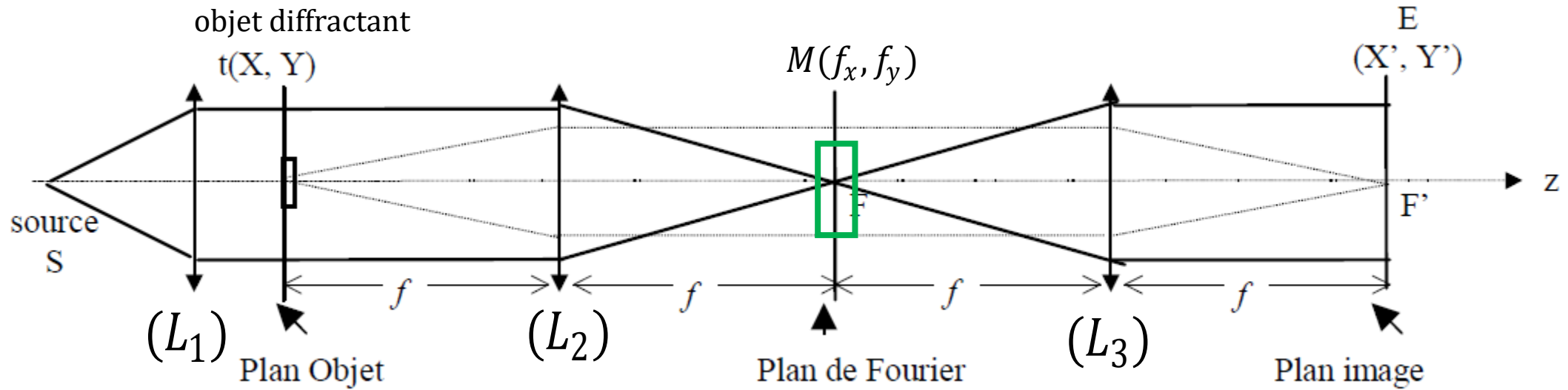
$$\psi_0 \longrightarrow \psi_{PO}(x, y) = \psi_0 t(X, Y) \longrightarrow \psi_{PF}(x, y) = \psi_0 TF[t](f_x, f_y) \longrightarrow \psi_{IM}(X', Y') = ?$$

Montage 4f de filtrage spatial



$$\psi_0 \longrightarrow \psi_{PO}(x, y) = \psi_0 t(X, Y) \longrightarrow \psi_{PF}(x, y) = \psi_0 TF[t](f_x, f_y) \longrightarrow \psi_{IM}(X', Y') = \psi_0 t(-X', -Y') = TF[\psi_{PF}](X', Y')$$

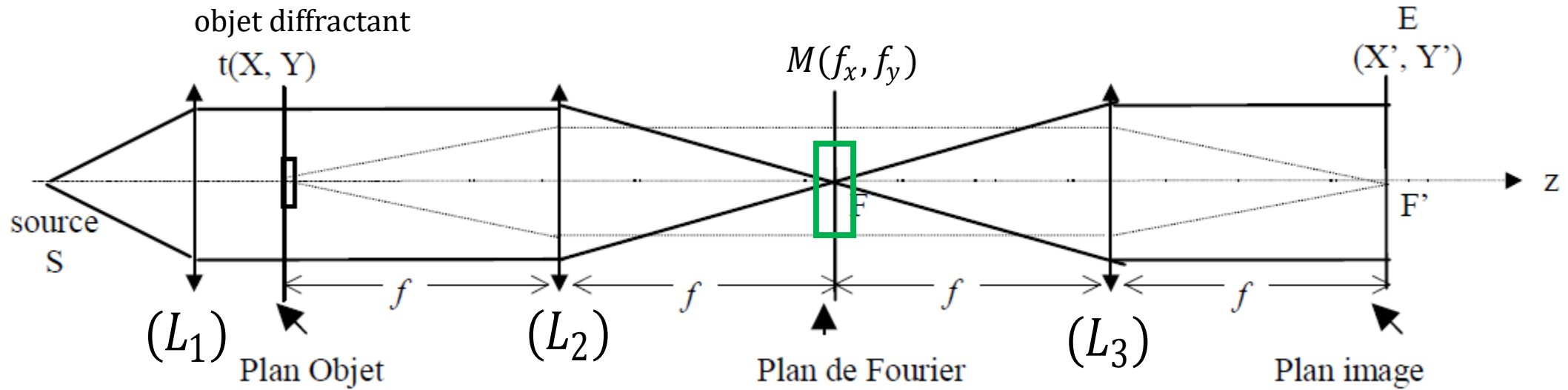
Montage 4f de filtrage spatial



$$\psi_0 \longrightarrow \psi_{PF}(x, y) = \psi_0 \tau(x, y) TF[t](f_x, f_y) \longrightarrow$$

$\tau(x, y)$ fonction de transfert du filtre dans l'espace des fréquences spatiales

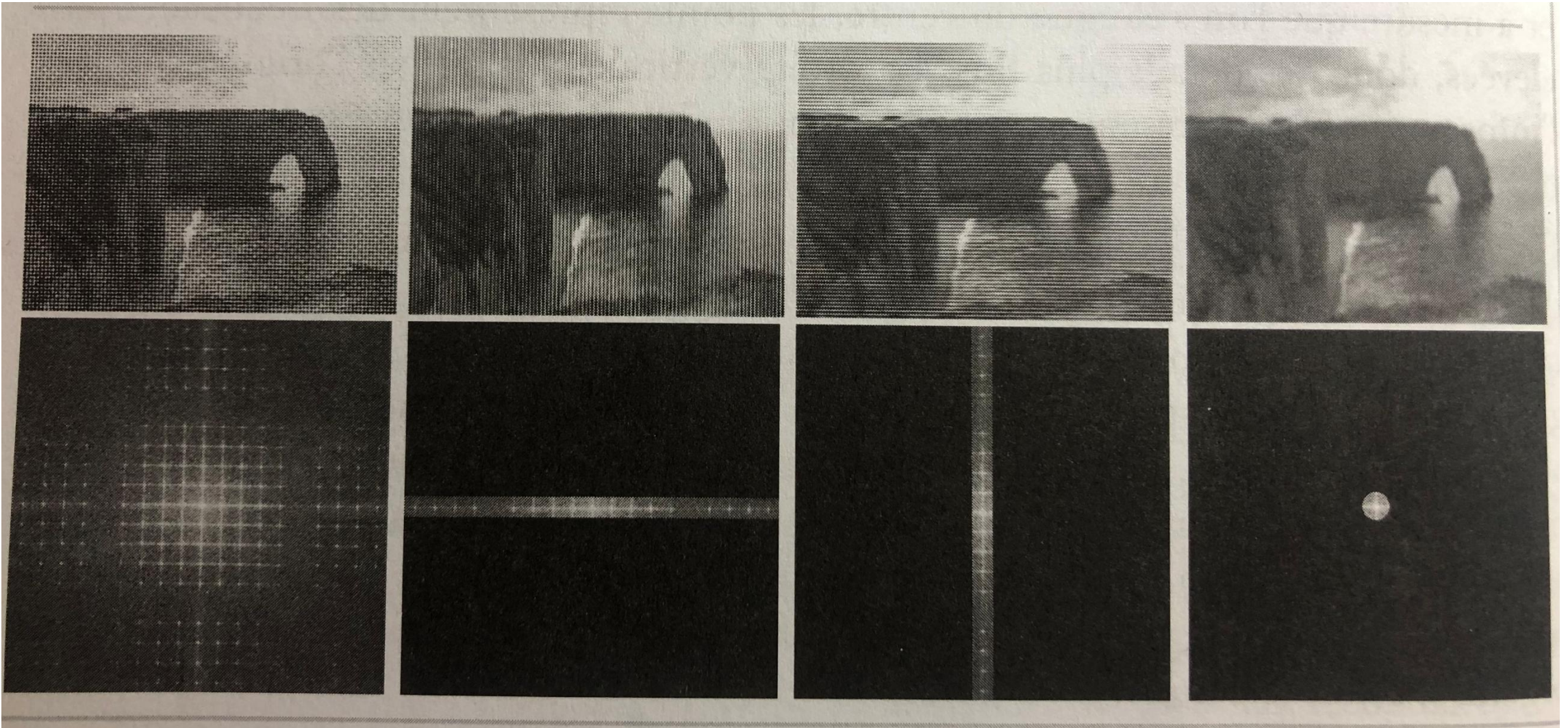
Montage 4f de filtrage spatial



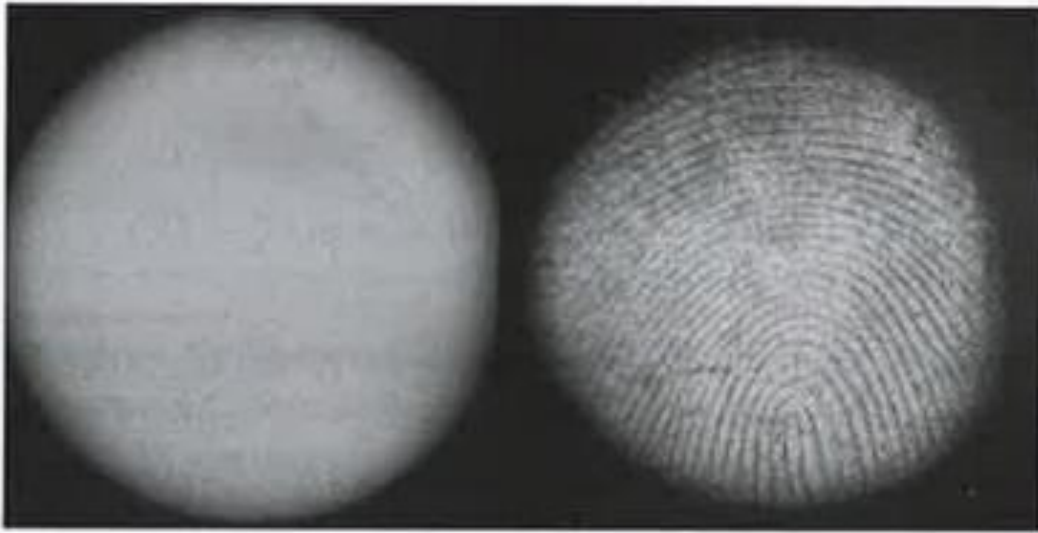
$$\psi_0 \longrightarrow \psi_{PF}(x, y) = \psi_0 \tau(x, y) TF[t](f_x, f_y) \longrightarrow \psi_{IM}(X', Y') = \psi_0 t(-X', -Y') * TF[\tau]\left(\frac{X'}{\lambda f}, \frac{Y'}{\lambda f}\right)$$

$\tau(x, y)$ fonction de transfert du filtre dans l'espace des fréquences spatiales

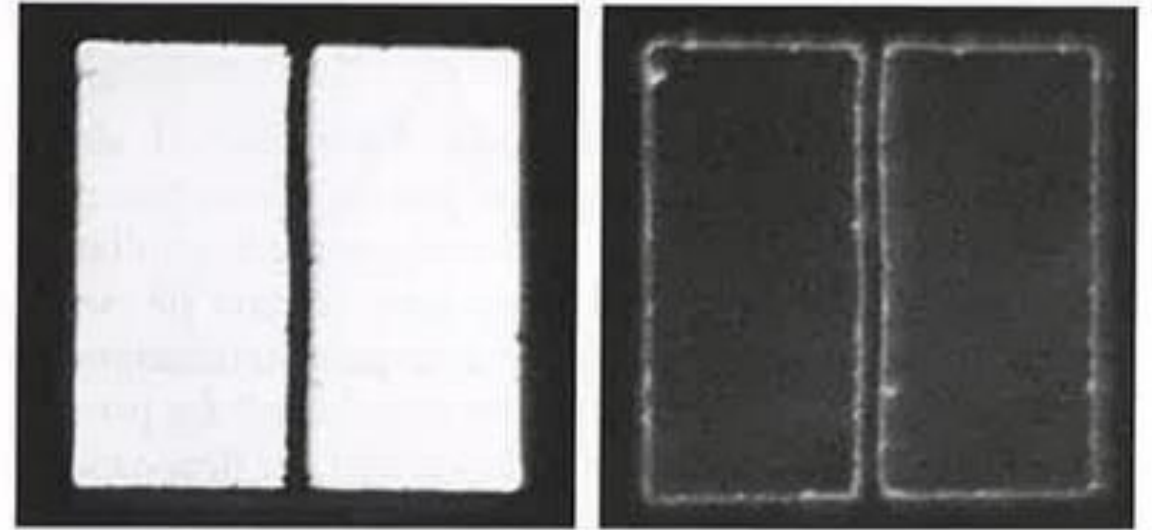
Filtrage passe bas : Détramage d'une image



Filtrage passe haut : Strioscopie



a) Image de l'empreinte digitale avant (à gauche) et après (à droite) filtrage

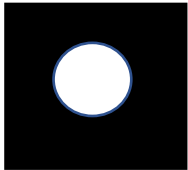
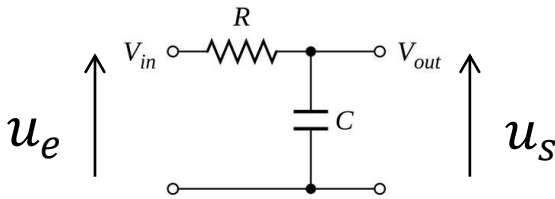


b) Image de l'ouverture avant (à gauche) et après (à droite) filtrage

Microscopie à contraste de phase



Cellules des joues

	Filtrage optique	Filtrage électronique
Grandeur considérée	Amplitude $\psi_{PF}(x, y)$	Tension $u_s(t)$
Fonction de transfert du filtre	$\tau(f_x, f_y) = \frac{\psi_{PF}}{\psi_{PO}}$	$H(\omega) = \frac{u_s}{u_e}$
Filtrage passe-bas	Ouverture 	
Filtrage passe-haut	Disque opaque 