

Ondes, propagation et conditions aux limites

Matériel

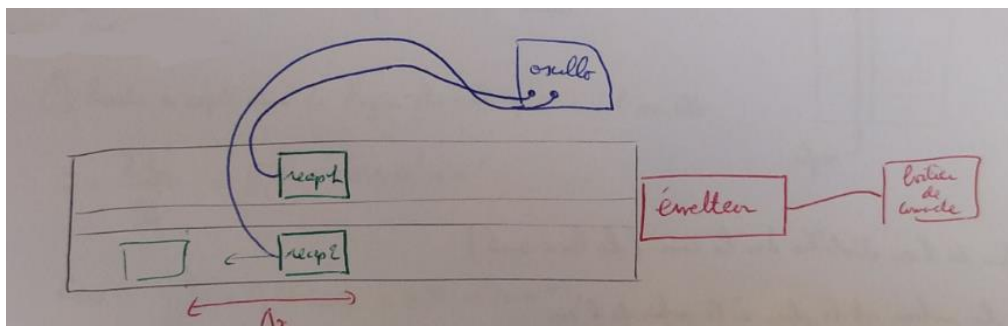
- banc Doppler
- émetteur + récepteurs
- oscilloscope
- GBF
- guide d'onde hyperfréquence
- Michelson
- diode Gunn
- générateur haute fréquences
- câble coaxial de 100 m + résistance variable
- corde
- vibreux
- potence + poulie + masse
- support élévateur

Introduction

Une onde correspond à un couplage spatio-temporel de deux grandeurs physiques. On se propose d'étudier quelques-uns de ces couplages en étudiant l'influence du milieu et des conditions aux limites.

I Propagation libre : ondes acoustiques dans l'air

On étudie la propagation libre des ondes acoustiques dans l'air à l'aide d'un rail et deux récepteurs. On utilise des ondes ultrasonores. On va mesurer la célérité de ces ondes en mesurant la fréquence et la longueur d'onde de l'onde.



On envoie une onde ultrasonore par le biais d'un émetteur alimenté par un GBF (environ 40 kHz) sur deux récepteurs reliés à un oscilloscope. La distance entre l'émetteur et le premier récepteur est notée d_1 . On place d'abord les récepteurs côte à côte (ils sont en phase), on utilise le mode XY de l'oscilloscope, on éloigne un récepteur et on compte le nombre de périodes N sur la distance parcourue, qui est en fait N fois la longueur d'onde.

On a $c = \lambda f$ que l'on compare à la valeur théorique : $c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$

La valeur expérimentale est assez éloignée, on applique une correction (la distance parcourue par l'onde est en fait plus faible) pour éviter une erreur systématique compte tenu du fait qu'on lit la distance sur un axe légèrement incliné par rapport à l'axe émetteur – récepteur.

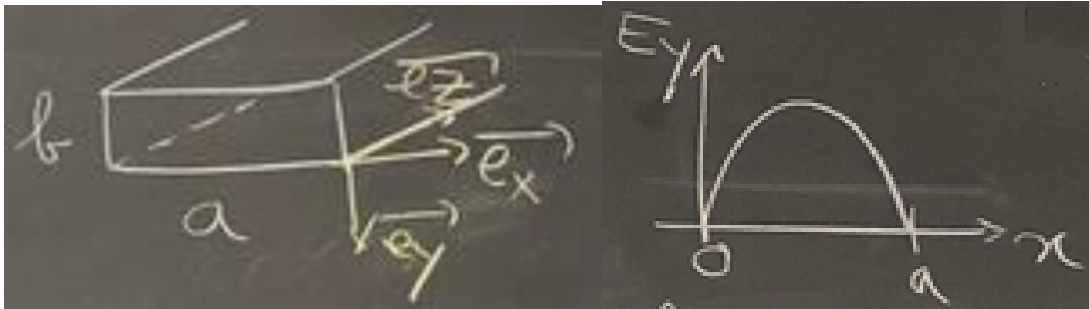
$N\lambda_{corr} = \sqrt{(d_1 + N\lambda)^2 + d^2} - \sqrt{d_1^2 + d^2}$, d est la distance latérale entre l'émetteur et un récepteur.

II Conditions aux limites et dispersions : guide d'onde

On va mettre en évidence dans cette expérience que les conditions aux limites peuvent entraîner de la dispersion malgré une propagation dans un milieu non dispersif (où que l'on considère comme tel). On utilise pour cela un guide d'onde rectangulaire d'ondes centimétriques où les ondes électromagnétiques se propagent dans une direction que l'on va noter \vec{u}_z .

La relation de dispersion s'écrit : $k^2 = k_g^2 + k_x^2 + k_y^2 = k_g^2 + \frac{n^2\pi^2}{a^2} + \frac{m^2\pi^2}{b^2} = \frac{\omega^2}{c^2}$, avec $\vec{k} = k_g\vec{u}_z + k_x\vec{u}_x + k_y\vec{u}_y$.

Le champ électrique est quantifié dans chacune des directions transverses à la propagation, le guide fait $a \sim 23 \text{ mm}$ selon \vec{u}_x et $b \sim \text{mm}$ selon \vec{u}_y .



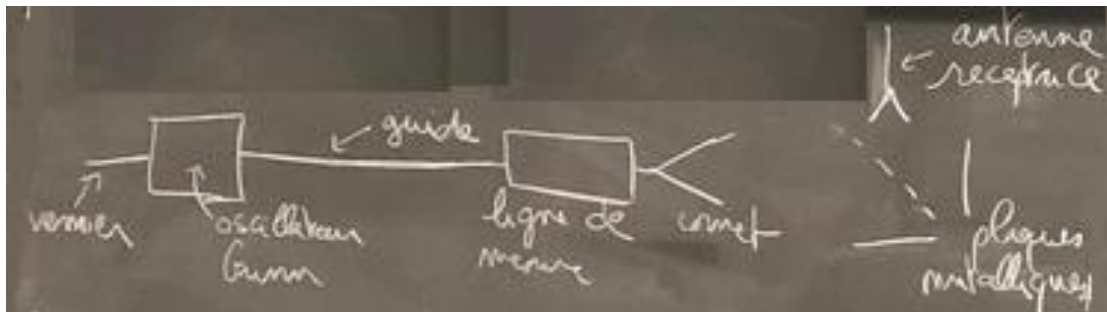
La relation dispersion écrite ci-dessus correspond à un mode TE_{nm} , dans le guide d'onde seul le mode TE_{10} peut se propager, les autres modes correspondant à des fréquences trop élevées pour la diode émettrice. En utilisant plutôt λ comme variable, il vient alors : $\frac{1}{\lambda_0^2} = \frac{1}{\lambda_g^2} + \frac{1}{4a^2}$.

On utilise une diode Gunn pour émettre une onde électromagnétique centimétrique, cette diode est composée d'un cristal semi-conducteur GaAs que l'on met sous tension à l'aide d'une alimentation dédiée. Des oscillations apparaissent alors dans le cristal lorsque sa résistance devient négative (sur une certaine plage de tension) et l'onde est émise. Il est possible de sélectionner la fréquence émise en réglant la taille de la cavité dans laquelle se situe le semi-conducteur en chariotant un vernier. Il existe une relation entre la position de ce vernier et la fréquence d'émission : $f_0 = \frac{c}{\lambda_0}$.

Une première mesure peut consister à déterminer une valeur de f_0 pour une mesure du vernier (c'est-à-dire à refaire un point de l'étalonnage en direct). Pour cela on peut utiliser en sortie du guide d'onde un Michelson adapté aux ondes centimétriques à l'aide de deux plaques réfléchissantes et d'une antenne réceptrice. On mesure en décalant l'un des deux « miroirs » un certain nombre de longueurs d'onde.

On utilise ensuite le fait que la sortie de l'onde du guide ne se fait pas parfaitement, une partie est réfléchi (en utilisant une sortie sous forme de cornet). On va utiliser cette réflexion pour mesurer la longueur d'onde des ondes stationnaires ainsi formées au sein du guide (l'onde se propageant dans le câble est la somme d'une onde progressive d'une part et d'une onde stationnaire d'autre part car le coefficient de réflexion ne vaut pas 1). L'onde stationnaire dans le câble possède des ventres tous les $\lambda_g/2$. A l'aide de la ligne de mesure, simple antenne réceptrice sensible au champ électrique que l'on peut translater le long du guide, on effectue cette mesure.

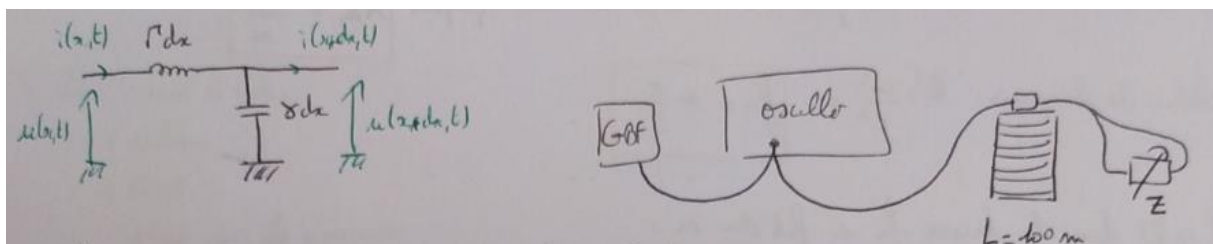
En effectuant cette démarche plusieurs fois en préparation pour différente fréquence, on obtient la relation de dispersion. Finalement on remonte à a avec l'ordonnée à l'origine.



III Réflexion, impédance et conditions aux limites

1) Câble coaxial

On étudie la propagation d'une onde dans un long câble coaxial afin de voir entre autres l'effet sur l'onde lorsque l'on change de milieu au bout du câble, et de voir ainsi les notions de réflexion et d'impédance caractéristique.



On commence par mesurer la vitesse des ondes électromagnétiques dans le câble, $c = \frac{c_{vide}}{\sqrt{\epsilon_r}}$. Pour cela on regarde le décalage temporel engendré par la propagation de l'onde lorsque celle-ci effectue un aller-retour (sortie du câble coaxial ouvert), $c = \frac{2L}{\Delta t}$, $\Delta t = 1$ ns. Pour l'impulsion on prend $f = 500$ kHz (choix peu important), une amplitude de 2 Vpp, edge time : 11,5 ns (assez court pour mesurer précisément le temps de montée) et width : 340 ns (assez faible pour que l'impulsion retour ne se superpose pas à l'impulsion aller).

Dans le câble, l'impédance caractéristique vaut $Z_c = \sqrt{\frac{A}{\epsilon}}$. Lorsque l'on place une résistance Z en sortie, l'amplitude de la réflexion en tension s'écrit : $r_u = \frac{Z - Z_c}{Z + Z_c}$.

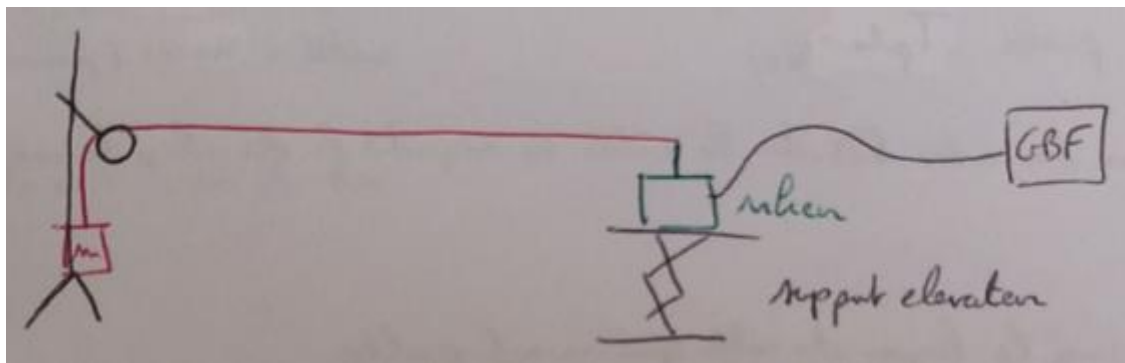
On écrit la condition au bout du câble au niveau de la résistance (attention, ne pas utiliser les boîtes) : $u(L, t) = Z i(L, t)$. Or la tension en L est la somme de l'onde aller et de l'onde retour : $u(L, t) = u^+(L, t) + u^-(L, t)$.

On réécrit u et i avec $u^-(L, t) = r_u u^+(L, t)$: $u(L, t) = u^+(L, t) (1 + r_u)$ et $i(L, t) = \frac{u^+(L, t)}{Z_c} (1 - r_u)$. Le signe - devant r_u vient de la propagation selon x décroissant de l'onde et on a alors une impédance $-Z_c$. Il vient alors en utilisant la première équation : $1 + r_u = \frac{Z}{Z_c} (1 - r_u)$, soit $r_u = \frac{Z - Z_c}{Z + Z_c}$.

Expérimentalement il faut veiller à prendre en compte l'atténuation dans le câble lors de la mesure du coefficient r_u , il est possible de faire cela en mesurant le facteur d'amortissement dans le câble en considérant que $r_u = -1$ avec $Z = 0$ (fil). On ajuste la fonction trouvée précédemment pour trouver Z_c . La valeur tabulée est 50Ω .

On trace $\ln(Z)$ en fonction de $\ln(\frac{1+r_u}{1-r_u})$, on en déduit Z_c .

2) Corde de Melde



On va observer des ondes stationnaires grâce à la condition aux limites à l'extrémité de la corde qui fixe un nœud. Les modes propres que nous allons observer correspondent aux résonances de la corde : $f_n = \frac{nc}{2L}$, $\lambda_n = \frac{2L}{n}$. On trace f_n en fonction de n , on en déduit c . La valeur théorique est donnée par :

$c = \sqrt{\frac{mg}{\mu}}$, μ est la masse linéique de la corde, que l'on peut mesurer.

Conclusion

On a mis en évidence le fait que la vitesse des ondes dépend du milieu dans lequel elles se propagent et que les conditions aux limites pouvaient grandement affecter à la fois les relations de dispersions et la propagation des ondes à travers les réflexions de celles-ci.

Autre manip : cuve à ondes

Questions

- Pourquoi avoir mesuré les longueurs d'ondes en mode XY ?
 - ➔ C'est plus précis de mesurer dans ce mode, on repère que l'entrée et la sortie sont en phase lorsque la trace forme une droite.
- A quoi est due la forme du signal ?
 - ➔ A l'effet de filtrage passe bas du câble, donc à de la dispersion à l'intérieur de celui-ci.