# LPOB23 : Aspects classiques et quantique de l'interaction lumière - matière

# Louis Heitz et Vincent Brémaud





# Sommaire

$\mathbf{R}$	apport du jury	3
Bibliographie		3
In	troduction	4
	Onde électromagnétique dans un milieu diélectrique, traité classiquement I.1 Position du problème	4 5 <b>5</b> 5
$\mathbf{C}_{\mathbf{c}}$	onclusion	6
A	Correction	6
В	Commentaires	7



Le code couleur utilisé dans ce document est le suivant :

- ullet Pour des éléments de correction / des questions posées par le correcteur
- Pour les renvois vers la bibliographie
- Pour des remarques diverses des auteurs
- A Pour des points particulièrement délicats, des erreurs à ne pas commettre
- Pour des liens cliquables

# Rapports du jury

# Bibliographie

- [1] *Electromagnétisme*, Roux, chapitre 11. Utile pour le calcul de la susceptibilité pour le modèle de l'électron élastiquement lié
- [2] Poly de cours interaction lumière-matière, Aspect. Une bible. Surtout pour le calcul de la susceptibilté électrique dans le cas quantique.
- [3] Electromagnétisme, BFR Pour les ordres de grandeur de  $\omega_0$  et  $\tau$ .
- [4] Diélectriques, Gignoux Pour les applications des diélectriques et pour les diélectriques en statique.
- [5] Ondes EM dans les diélectriques Pour les applications des ondes EM dans les diélectriques.



#### Introduction

Niveau : L3

**PR** : Equations de Maxwell dans les milieux, calcul d'une relation de dispersion, éléments de mécanique quantique, émission spontanée.

Comment une onde interagit avec la matière?

# I Onde électromagnétique dans un milieu diélectrique, traité classiquement

#### I.1 Position du problème

On s'intéresse à un solide soumis à une onde électromagnétique. On suppose le solide isolant (les électrons restent fixés aux atomes).

Quelle est l'influence réciproque de la matière sur l'onde et de l'onde sur la matière?

Analyse qualitative:

Schéma:

- -noyau de l'atome en  $\vec{r_0}$
- -électron à  $\vec{r}$  de l'électron de charge -e et de masse m.

Sous l'action d'un champ électrique, il se créé un moment dipolaire noté  $\vec{p}$ . Celui-ci va alors rétroagir sur le champ électrique.

#### I.2 Mise en équation

On considère un électron soumis au champ électrique  $\vec{E} = \vec{E_0} \cos{(\omega t - \vec{k}.\vec{r})}$ .

On va supposer:

 $-\lambda \gg a_0$  (rayon de Bohr),  $\vec{E}(\vec{r},t) \simeq \vec{E}(\vec{r_0},t)$ 

Odg :  $f < 10^{19} \text{ Hz}$ 

Inventaire des forces mises en jeu :

- Force de rappel :  $\vec{F_r} = -k\vec{r}$
- Dissipation :  $\vec{f_f} = -\frac{m\dot{\vec{r}}}{\tau}\vec{r}$
- Champ électrique :  $f = -e\vec{E}(\vec{r_0}, t)$



Appliquons le principe fondamental de la dynamique à l'électron :

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\ddot{\vec{r}} = -k\vec{r} - \frac{m\dot{\vec{r}}}{\tau} - e\vec{E}$$

On a  $\vec{p} = -e\vec{r}$ ,

$$\vec{p} = -e\vec{r} = \frac{e^2}{\omega^2 m} \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\frac{\omega}{\tau}} \vec{E}$$

Odg :  $\omega \sim 10^{16} \; \rm rad/s \; et \; \tau...$ 

On défini  $\vec{P} = n\vec{p} = \epsilon_0 \chi_e(\omega) \vec{E}$ 

#### I.3 Rétroaction sur l'onde

Diapo rappel Maxwell

Les équations de Maxwell aboutissent à la relation de dispersion suivante :

$$\vec{k}^2 = (1 + \chi_e(\omega)) \frac{\omega^2}{c^2}$$

On écrit :

$$\chi_e = \chi_e^{'} + i \; \chi_e^{''}$$

Détail de chacun des termes...

#### Diapo tracé des courbes.

Attention, pour discuter absorption/dispersion, il faut regarder n' et n'', car  $\chi$  est relié au carré de k, il faut encore prendre une racine pour avoir partie réelle et imaginaire de k

# II Traitement quantique de la réponse de la matière

### II.1 Mise en forme du problème

Diapo traitement quantique.

On considère un système à 2 niveaux |a> et |b> (énergies de l'électron dans l'atome).

Objectif : calculer le moment dipolaire induit par le champ électrique.

On suppose que l'on peut modéliser le phénomène d'émission spontanée en introduisant une probabilité de survie, tel que la probabilité de rester dans l'état considéré pendant  $\Delta t$  est  $e^{-\Delta t \, \Gamma}$ .

$$dN_a = \Lambda_a dt$$
 avec  $\Lambda_a > 0$ , notations?

Il s'agit maintenant de calculer le moment dipolaire induit :

$$<\vec{p}> = <\psi(t)|\vec{p}|\psi(t)>$$



Il faut calculer l'état  $\psi$  avec l'équation de Schrödinger. Ensuite on effectuera la moyenne sur tous les atomes dans un volume donné pour avoir  $\vec{P}$ .

Diapo solution de l'équation de Schrödinger.

L'Hamiltonien est ici :

$$H = H_0 - \vec{p} \cdot \vec{E}(\vec{r_0}, t)$$

#### II.2 Analyse des résultats

On aboutit à:

 $\chi_{e}^{'}$  ...

 $\chi_e^{''}$  ..

s est le terme de saturation.

On retrouve les résultats classique avec en plus la saturation qui est utile pour traiter les lasers.

#### Conclusion

On a traité la matière de manière classique et quantique, émission spontanée possible à faire en quantifiant le champ.

#### A Correction

- $\rightarrow$  Que se passe t-il avec un champ trop fort ? On va avoir des effets non linéaires et on peut même aller jusqu'à ioniser la matière. Attention à pas dire qu'on traite les champs intense on est ici en théorie linéaire.
- $\rightarrow$  Que se passe t-il quand il y a des effets non linéaires en méca Q? Interaction à plusieurs photons et entre les photons (avec les non linéarités).
- $\rightarrow$  Les atomes ont une durée de vie? C'est les états excités qui ont une durée de vie finie.
- → Dans l'Hamiltonien, qu'est ce qui justifie l'énergie d'interaction ? Le principe de correspondance en terme d'énergie + chapeau ?
- → Comment on créé le champ quantiquement Avec les opérateurs a et a+.
- → Qu'est ce qu'on utilise ? L'oscillateur harmonique.
- $\rightarrow$  Qu'est ce qu'il y a comme état du champ? Etat cohérent, il perdure dans le temps, il est stable vis à vis de la dissipation car c'est un état propre de l'opérateur d'annihilation.
- $\rightarrow$  Quel est leur intérêt ? Intéressant d'un point de vue pratique, ça créé des spectres très piqué. L'état respecte les cohérences temporelles et spatiales.
- $\rightarrow$  Si c'est un état semi classique, il doit vérifier quoi l'état cohérent ? Le paramètre de l'état cohérent vérifie les équations de Maxwell.
- → Pourquoi on a pas besoin de prendre plus que 2 niveaux ? C'est le minimum pour avoir une transition.

Ce qui compte c'est la largeur relative des états et lié à l'interaction.

- $\rightarrow$  Que vérifie les états utilisés dans cette leçon ? C'est des états liés, c'est pour ça qu'on peut utiliser des systèmes à 2 niveaux.
- $\rightarrow$  A quoi correspond  $\Gamma$ ? Couplage avec l'extérieur, représente l'émission spontané. Tout les atomes autour l'influence. Le  $\Gamma$  représente tout ce qui concerne la dissipation.
- $\rightarrow$  Les électrons sont fixés (partie 1)? Non c'est les atomes.
- → Qu'est ce qu'on néglige en disant que le diélectrique est isolant ? Courant résiduel.
- → Au niveau du condensateur ça donne quoi ? C'est la résistance de fuite.
- $\rightarrow$  Qu'est ce qu'il se passe dans un métal? Phénomène de conduction, pulsation plasma à  $10^{16}$  rad/s.
- → Noyau +e et l'électron -e ? En vrai il faut considérer le barycentre des charges à chaque fois.
- $\rightarrow$  Pq on peut se limiter à l'onde plane ? Base de fourier, on suppose la linéarité de la réponse. Sinon c'est baiser.
- $\rightarrow$  Dans un solide faut faire gaffe à quoi comme échelle de longueur ? Il faut faire attention à la maille cristalline.
- $\rightarrow$  Comment prendre en compte une certaine anisotropie ? On pourrait mettre une force de rappel qui dépend des 3 directions de l'espace.
- → La dissipation c'est un terme de frottement fluide? L'atome n'est pas tout seul il a un environnement qui va dissiper de l'énergie, des phénomènes de rayonnement.
- $\rightarrow$  De quoi dépend le rayonnement ? La puissance de Larmor. La formule de Larmor dit que la puissance perdue par rayonnement est proportionnel à l'accélération au carré. En intégrant par partie on peut l'interpréter comme étant f . v avec f un terme de dérivé 3e, on peut réussir à mettre se terme en tant que préfacteur (f), c'est fait dans le cours de Jean Michel Reynaud ?
- $\rightarrow$  Comment relier les courbes de chi avec l'hypothèse initial ? On décrit mal ce qui se passe au niveau de l'absorption.
- → Comment sont relier les parties réelles et imaginaires ? Par le théorème de Kramers Konig.
- → Un capteur optique sera sensible à quoi ? A l'intensité, plus précisément sa valeur moyenne.
- → Comment on modélise le comportement du champ ? Fonction d'auto-corrélation du champ avec lui même pendant la durée de réponse du capteur.
- → Quels type de polarisation dans les milieux ? Polarisation ionique, électronique, orientation.
- $\rightarrow$  Pour les fonctions g1 et g2 dans lequel on rencontre g2 ? Il faut regarder les fluctuations du champ. Une corrélation entre 2 intensités. Interféromètre Hanbury Brown et Twiss.

# B Commentaires

Sur la forme, c'est dynamique, c'est clair, bien tenu. Le plan est logique, guidé par le titre. Pas faire toutes les approximations. C'était bien là.