Adaptation d'impédance

Niveau : CPGE/L2

Prérequis : équation de D'Alembert, OPPH, ondes sonores, équations de Maxwell, ondes électromagnétiques dans le vide

Introduction

L'adaptation d'impédance est une notion générale en physique, en particulier en physique des ondes. A chaque fois qu'un information est transmise sur une ligne de transmission, une onde de tension (et de courant) se propage dans le câble, typiquement dans un câble coaxial. Il existe une relation linéaire entre la tension et le courant : U = ZI, avec Z = 50Ω pour le câble coaxial. Cette onde arrive sur un récepteur avec une certaine impédance. Si cette impédance est différente de celle du câble, on observe une réflexion.

Expérience : GBF + oscilloscope (4 voies) + câble coaxial de 100 m : faire une adaptation d'impédance (régler impédance de sortie de l'oscilloscope)

L'adaptation d'impédance consiste simplement à avoir la même impédance que l'impédance caractéristique du câble.

I Notion d'impédance en physique des ondes

1) Définition générale

L'impédance d'un système est définie comme le rapport d'une grandeur caractérisant une excitation à laquelle il est soumis et d'une grandeur caractérisant sa réponse.

Une onde est la propagation d'une perturbation à travers un milieu. Elle ne peut se propager que s'il existe des grandeurs couplées.

Ex : pour le câble coaxial : u(x, t) et i(x, t)

Le couplage intervient par une relation de structure. L'impédance Z est le rapport des grandeurs couplées : $Z = \frac{u}{i}$ ici.

On peut montrer que ces deux paramètres suffisent à caractériser la propagation d'un milieu donné.

A partir de cette définition générale, on va maintenant s'intéresser à des cas particuliers.

2) Ondes acoustiques

On se place dans le cadre de l'approximation acoustique : on considère que la surpression est petite devant la pression du fluide au repos, et la vitesse est également petite.

PFD : $\mu_0 \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x}$

Conservation de la masse : $\frac{\partial \mu}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0$

Équation thermodynamique : $\mu = \mu_0 \chi_S p$

- ➔ Équation de D'Alembert : $\Delta p = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$ avec $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \chi_S}}$

Relation de structure : on prend l'équation d'Euler

Les ondes progressives forment une base de solutions de l'équation de D'Alembert :

On choisit des ondes se propageant selon x croissants, on a donc p(x, t) = F(x – ct) et v(x, t) = G(x – ct)
→ $\mu_0 c G'(x - ct) = F'(x - ct)$

→ $\mu_0 c G(x - ct) = F(x - ct) + h(t)$

Or $\frac{d^2 h}{dt^2} = 0$ donc h(t) = At + B, A = 0 sinon h diverge

On peut prendre B = 0, ainsi h(t) = 0

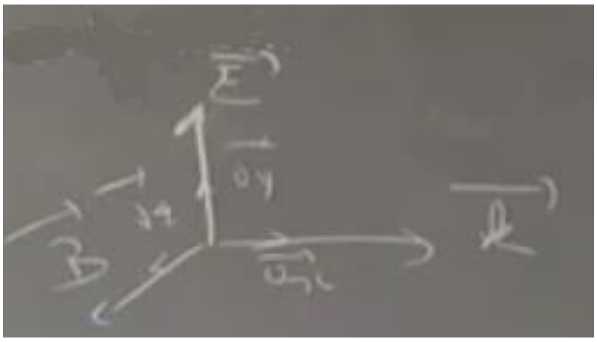
Ainsi, $Z = \frac{p(x,t)}{v(x,t)} = \mu_0 c$

3) Ondes lumineuses

On se place dans un milieu transparent : le milieu a les mêmes propriétés que le vide mais on remplace ε_0 par $\varepsilon_0\varepsilon_r$, avec $\varepsilon_r = n^2$. Un milieu est qualifié de transparent lorsque l'énergie transportée par les ondes qui le traversent n'y est pas absorbée.

On choisit une onde polarisée sur une direction transverse à la direction de propagation de l'onde :

$$\underline{\vec{E}} = E_0 \cos(\omega t - kx)\overrightarrow{e_y}$$



Ici, la relation de structure est l'équation de Maxwell-Faraday

En complexe : $\vec{E} = E_0 e^{j(\omega t - kx)} e_y$

Donc $-j\vec{k} \wedge \underline{E}\overrightarrow{e_y} = -j\omega \underline{B}\overrightarrow{e_z}$ → $k\underline{E} = \omega \underline{B}$

$$\frac{\underline{E}}{\underline{B}} = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n} = Z$$

En fait, $Z = \frac{E}{H} = \frac{\mu_0 c}{n}$

L'intérêt de l'impédance est de regarder ce qui se passe quand on change de milieu. A l'interface entre deux milieux d'impédances caractéristiques différentes, les ondes sont réfléchies. L'adaptation d'impédance consiste à minimiser cette réflexion en prenant des milieux successifs ayant des impédances relativement proches.

II Ondes à une interface

1) Coefficients de réflexion

a) Ondes acoustiques

On considère deux milieux d'impédances respectives Z_1 et Z_2. On considère une onde incidente, en partie transmise et en partie réfléchie.

$p_i(x,t) = p_i^0 e^{j(\omega t - kx)}$ et $v_i = v_i^0 e^{j(\omega t - kx)} = \frac{p_i(x,t)}{Z_1}$ (propagation selon les x croissants)

Pour l'onde réfléchie : $p_r(x,t) = r p_i^0 e^{j(\omega t + kx)}$ et $v_r = \frac{-p_r(x,t)}{Z_1}$ (propagation selon les x décroissants)

Pour l'onde transmise : $p_t(x,t) = t p_i^0 e^{j(\omega t - kx)}$ et $v_t = \frac{p_t(x,t)}{Z_2}$

La continuité de la pression s'obtient par un bilan des forces (de pression) en considérant que le système a une masse nulle : $p_i(0, t) + p_r(0, t) = p_t(0, t)$ → 1 + r = t

La continuité de la vitesse est donnée par les conditions aux limites en considérant un fluide parfait, on a donc : $v_i(0, t) + v_r(0, t) = v_t(0 ,t)$

$Z_1 v_i(0, t) - Z_1 r v_i(0, t) = Z_2 t v_i(0, t)$ → $1 - r = \frac{Z_2}{Z_1} t$

On obtient ainsi : $r = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$ et $t = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}$ (coefficients de réflexion et de transmission en amplitude)

On cherche maintenant les coefficients de réflexion en intensité.

Ces coefficients sont définis avec le vecteur de Poynting, déjà vu en électromagnétisme (pour rappel, $\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$). On définit de même un vecteur de Poynting acoustique, qui s'écrit : $\vec{\Pi} = p\vec{v}$

Ainsi, on a : $R = \frac{<\overrightarrow{\Pi_r}>}{<\overrightarrow{\Pi_i}>}$ et $T = \frac{<\overrightarrow{\Pi_t}>}{<\overrightarrow{\Pi_i}>}$

Donc, $R = \frac{|p_r v_r|}{|p_i v_i|} = r^2 = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}\right)^2$ et $T = \frac{|p_t v_t|}{|p_i v_i|} = \frac{Z_1}{Z_2} t^2 = \frac{4 Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}$

b) Ondes lumineuses

On considère deux milieux d'indices optiques respectifs n_1 et n_2, on a $Z_i = \frac{\mu_0 c}{n_i}$

Ici, le milieu est non magnétique et non chargé (il a à peu près les mêmes propriétés que le vide), les champs électrique et magnétique sont donc continus.

Les relations établies précédemment sont exactement les mêmes ici, on aura donc :

$r = \frac{n_2-n_1}{n_2+n_1}$, $t = \frac{2n_2}{n_2+n_1}$, $R = \left(\frac{n_2-n_1}{n_2+n_1}\right)^2$ et $T = \frac{4n_1n_2}{(n_2+n_1)^2}$

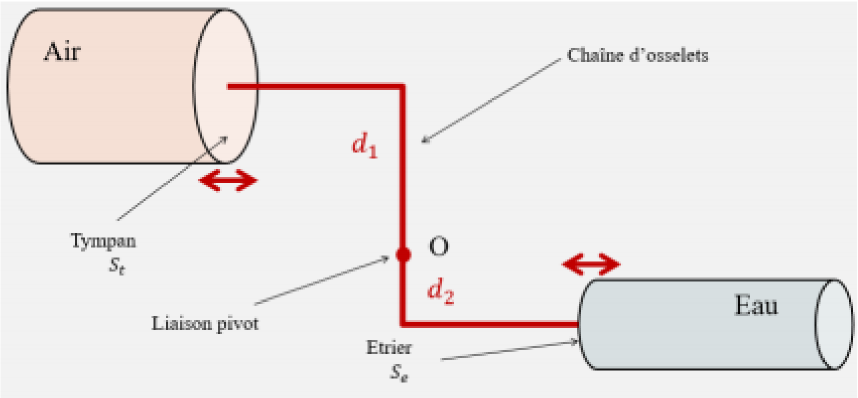
2) Adaptation d'impédance

Ex : oreille

L'onde sonore arrive au niveau du tympan qui, en vibrant, la transmet aux liquides cochléaires, assimilables à de l'eau.

$Z_1 \sim 400$ kg.m^{-2}.s^{-1} (eau) et $Z_2 \sim 1{,}3.10^6$ kg.m^{-2}.s^{-1}

T = $1{,}1.10^{-3} \ll 1$: la transmission se fait très mal, la chute du niveau sonore est d'environ 30 dB.



➔ Adaptation d'impédance par les osselets

On applique le théorème du moment cinétique : $F_1d_1 = F_2d_2$

Donc $p_1S_td_1 = p_2S_ed_2$ -> $\frac{p_2}{p_1} = \frac{S_td_1}{S_ed_2} = 26$

Cela correspond à une hausse du niveau d'intensité sonore de 28dB.

Ainsi grâce à la présence des osselets on peut entendre dans des conditions raisonnables. De plus il y a l'existence de ce qu'on appelle le réflexe stapédien : si l'intensité sonore entrante est trop grande les osselets se rigidifient et ne transmettent plus la vibration mécanique : on perd à nouveau les 28 dB.

Ex : échographie

Le principe est d'envoyer des ondes ultrasonores sur le corps d'un patient, en l'occurrence une future maman, et on va regarder la réflexion de ces ondes pour savoir s'il y a un bébé. Le problème qui se pose est que les ondes doivent traverser la peau, or l'onde doit déjà traverser l'air. Comme pour l'oreille, on peut modéliser l'impédance du corps par de l'eau (plus compliqué en réalité…). Là comme ça, on voit rien, on utilise alors un gel spécial avec une impédance voisine de celle du corps humain, ce qui permet de mieux transmettre l'onde. A l'image, les zones blanches correspondent à des zones ayant une impédance différente de celle de l'eau, que l'on voit donc mieux en réflexion (si l'impédance est la même que celle de l'eau on ne verra rien puisque tout sera transmis).

Ex : couche anti-reflets (ondes lumineuses) (voir Centrale TSI 2017)

Conclusion

Bibliographie

-Garing, Ondes

-Centrale TSI 2017