

Couplage des oscillateurs

Matériel

- 2 pendules pesants + fil de torsion
- oscilloscope
- deux inductances de 44 mH
- deux capacités de 190 nF
- une capacité variable
- chaîne d'oscillateurs
- alimentation stabilisée
- vibreux

Introduction

Coupler des oscillateurs est une idée assez transversale en physique, et nous allons l'illustrer au travers de trois expériences. L'idée générale de ce montage est d'observer l'apparition de nouvelles fréquences propres différentes de celles des oscillateurs isolés.

I Pendules pesants couplés

1) Mesures préalables

Il faut tout d'abord caractériser le moment d'inertie de chaque pendule (on en a besoin par la suite). On desserre le fil, donc on annule le couplage, et on étudie leurs oscillations libres indépendantes.

Il faut d'abord équilibrer le pendule : sans masse et pour un angle quelconque, le pendule lâché sans vitesse initiale ne doit pas bouger. On ajoute ensuite la masse. On mesure la période d'oscillations de chaque pendule.

$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}$, on en déduit J (moment d'inertie total du pendule à vide + masse), l est la distance entre l'axe et la masse ajoutée.

2) Caractérisation du couplage

On visse le fil de torsion et on impose un angle non nul en tenant un des deux pendules à la verticale. On mesure comme précédemment la période d'oscillations libres du 2^e pendule.

$$\begin{cases} J_1 \ddot{\theta}_1 = -mgl \sin(\theta_1) - C(\theta_1 - \theta_2) \\ J_2 \ddot{\theta}_2 = -mgl \sin(\theta_2) - C(\theta_2 - \theta_1) \end{cases}$$

La période d'oscillations libres du 2^e pendule est donnée par : $T'_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl+C}}$, on en déduit C.

3) Oscillations libres des pendules couplés

Lorsqu'on regarde les oscillations libres de ce système, on s'aperçoit qu'en plus de la fréquence propre d'un pendule, il apparaît une nouvelle fréquence propre, plus grande → battements.

On lâche un des deux pendules à un grand angle, on observe l'angle en fonction du temps sur l'oscillo, et par TF ou par mesure de période de battements, on trouve les deux fréquences propres du système.

➔ Mode S : $\theta_1 + \theta_2$

➔ Mode AS : $\theta_1 - \theta_2$

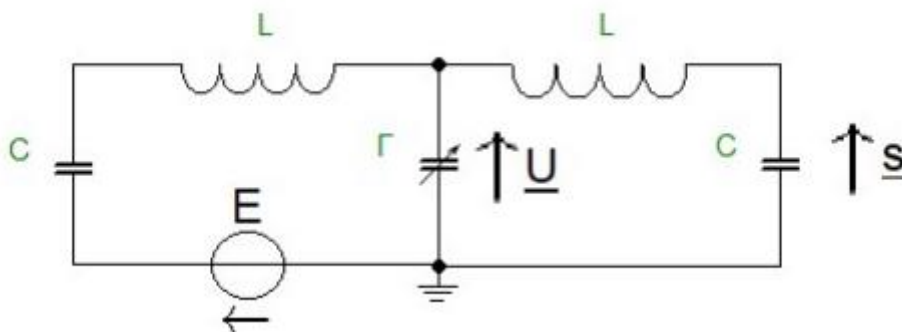
$$f_S = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mgl}{J}} \text{ et } f_{AS} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mgl+2C}{J}}$$

Si on lâche les deux pendules au même angle, on n'excite que le mode symétrique et les pendules restent en phase. Si on lâche les deux pendules à des angles opposés, on n'excite que le mode antisymétrique et les pendules restent en opposition de phase. Dans chaque cas, on peut mesurer la fréquence des oscillations, f_S ou f_{AS} .

II Couplage capacitif

1) Système étudié

On couple deux filtres LC par une capacité en parallèle Γ que l'on fera varier expérimentalement. Pour les deux filtres, on prend $L = 44 \text{ mH}$ et $C = 190 \text{ nF}$.

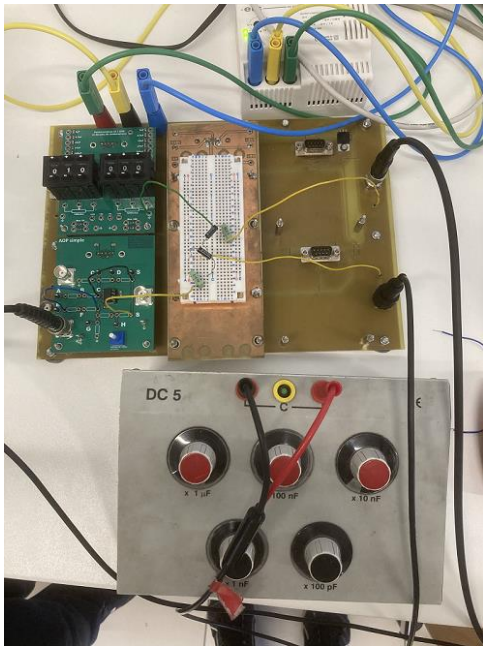


La fonction de transfert s'écrit : $H(\omega) = \frac{1}{(1-LC\omega^2)(2-L\Gamma\omega^2+\frac{\Gamma}{C})}$

On trouve deux pulsations de résonance : $\omega_S = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $\omega_{AS} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{LC} + \frac{2}{L\Gamma}}}$

Il n'y a pas de terme dissipatif pris en compte dans ce modèle, mais il y a des résistances internes aux dipôles électriques en pratique, notamment sur les bobines qui sont faites d'un enroulement de cuivre (qui est résistif).

2) Expérience



III Chaîne d'oscillateurs

Pour 4 oscillateurs couplés linéairement, on aura apparition de 4 modes propres. On utilise le système de masses-ressorts avec la caméra VIDEOCOM et le logiciel associé. Le système comporte 5 ressorts et 4 masses identiques. Les raideurs sont très élevées, les ressorts proviennent d'un plus grand ressort qui a été coupé.



On peut voir des bandes réfléchissantes sur les masses. Un signal lumineux sous forme de flash est envoyé dessus par des DEL, la caméra capte la réflexion et on peut remonter au mouvement des masses. On tape sur le système et on fait la TF des oscillations pour retrouver les 4 modes propres. On peut ensuite exciter les modes un par un avec un vibreur branché sur une alimentation stabilisée → TF.

Conclusion

Dans ce montage, on a vu différentes façons de coupler deux oscillateurs ou plus. Plus on couple d'oscillateurs, plus on se rapproche d'un modèle continu.

Questions

- Équilibrage de la tige ?
 - Cela permet de mettre le centre de masse de la tige sur l'axe de rotation ce qui permet de s'affranchir du moment du poids de la tige.
- Si on couple deux oscillateurs, est-ce qu'on aura forcément des battements ?
 - Cela dépend des conditions initiales, il faut exciter les deux fréquences.
- Pourquoi l'enveloppe ne s'annule pas ?
 - Pas forcément la même amplitude dans chaque mode, il n'y a aucune raison que spectralement on injecte autant d'énergie dans les deux modes avec une condition initiale au pif.
- Qu'est-ce qu'on tire des deux fréquences des pendules ?
 - On peut retrouver le moment d'inertie par exemple. La fréquence antisymétrique permet de retrouver C.
- Comment estimer le facteur de qualité ?
 - On lâche le pendule, on compte le nombre d'oscillations avant qu'il s'arrête.
- Pourquoi mesurer la constante de couplage ?
 - On doit l'évaluer expérimentalement car ça dépend de la façon dont on serre les pendules sur le fil et des matériaux.
- Qu'est-ce qui explique la largeur des pics ?
 - Facteur de qualité, qui lié aux aspects résistifs des bobines.
- Pourquoi mettre un suiveur en entrée ?
 - Adaptation d'impédance, l'impédance du GBF est de 50 Ω .
- Chaîne d'oscillateurs : si on voit l'apparition d'harmoniques, qu'est-ce que cela signifie ?
 - Non-linéarités
- 4 modes propres : peut-on connaître la hiérarchisation des modes ?
 - Pour chaque mode il faut compter le nombre de ressort qui se contracte. 1er mode : tous en phase, aucun ressort ne se contracte, 2e : 1 ressort...
- Comment fonctionne le système d'acquisition ?
 - Flash qui se réfléchissent sur des bandes réfléchissantes sur les masses, barrette CCD dans l'objectif.
- Comment choisir la fréquence des flash ?
 - On la prend la plus grande possible, c'est la fréquence d'échantillonnage en gros. Cela permet d'éviter le pointage par une vidéo. Il faut mettre un drap noir derrière.

Bibliographie

-Physique expérimentale, De Boeck