

COMPTE RENDU DE LEÇON DE PHYSIQUE

-

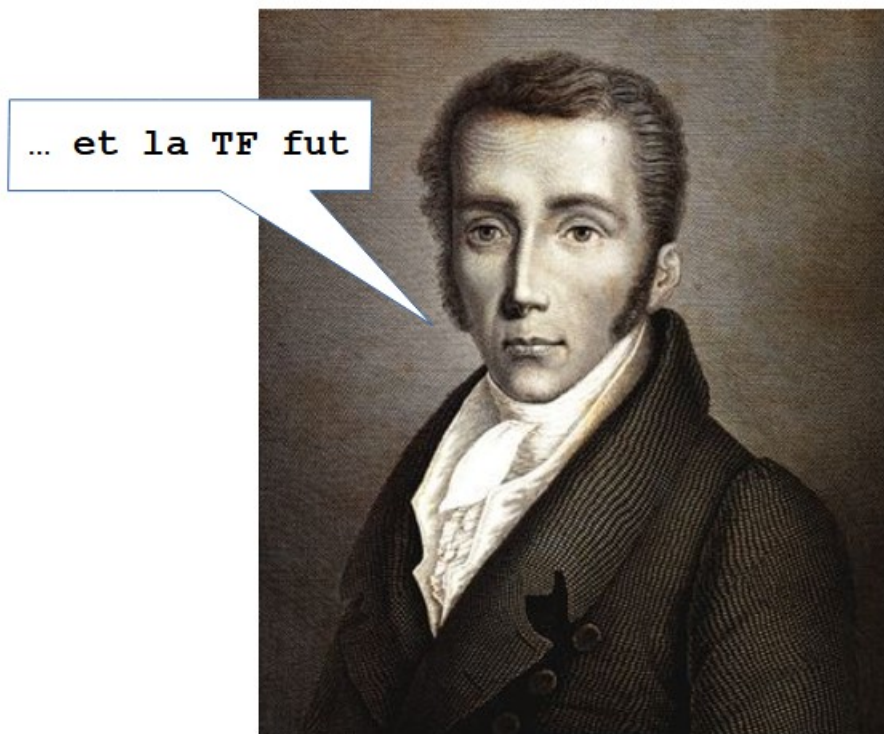
PRÉPARATION À L'AGRÉGATION DE PHYSIQUE DE L'ENS PARIS-SACLAY

BENHAMOU-BUI Benjamin  
PLO Juliette

---

## Diffraction de Fraunhofer

---



Présenté par Benjamin

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Objectifs de la leçon</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Introduction</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Proposition de plan</b>	<b>2</b>
3.1	Régime de Fraunhofer . . . . .	2
3.1.1	Condition de Fraunhofer . . . . .	2
3.1.2	Dispositif expérimental . . . . .	3
3.2	Exemple de figure de diffraction . . . . .	3
3.2.1	Notion de transmittance . . . . .	3
3.2.2	Fente rectangulaire . . . . .	4
3.3	Application au filtrage optique . . . . .	4
3.3.1	Principe . . . . .	4
3.3.2	Exemple du filtrage d'une grille . . . . .	5
3.3.3	Modification d'image . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Conclusion et ouverture</b>	<b>5</b>
<b>5</b>	<b>Expériences, animations, simulations</b>	<b>5</b>
<b>6</b>	<b>Choix pédagogiques</b>	<b>5</b>
<b>7</b>	<b>Questions posées</b>	<b>5</b>
<b>8</b>	<b>Remarques et critiques</b>	<b>6</b>
<b>9</b>	<b>Bibliographie et exercices</b>	<b>6</b>

# 1 Objectifs de la leçon

Niveau : L3

Prérequis :

- optique géométrique
- cours d'introduction à la diffraction (notamment la présentation du principe de Huygens-Fresnel)
- notions de transformée de Fourier

L'objectif de la leçon est d'extraire du principe de H-F un régime de fonctionnement très particulier : le régime de Fraunhofer. Je me suis efforcé de bien insister sur les approximations mises en jeu ainsi que sur les conditions expérimentales pour y parvenir.

Le deuxième point porte sur l'application au filtrage optique.

## 2 Introduction

(pas très inspiré là dessus) j'ai fait une rapide revue de ce qu'est la diffraction en optique et de l'introduction du principe de H-F. Puis direct annonce de plan ("smooth" bien sûr).

## 3 Proposition de plan

### 3.1 Régime de Fraunhofer

#### 3.1.1 Condition de Fraunhofer

- Slide schématisant le problème : on repère l'objet diffractant par P(x,y) et le point d'observation par M(X,Y)
- Slide de rappel sur le principe de H-F dans notre cas (où on s'intéresse uniquement à la diffraction en aval de l'objet) :

$$\Psi(M) = \frac{\Psi_0}{i\lambda} \iint_{P \in O} \frac{e^{ikr}}{r} dx dy \quad (1)$$

où  $r=PM$ .

- Approximation paraxiale :
  - (i)  $D \gg (X,Y)$
  - (ii)  $D \gg a$  où  $a$  est la taille caractéristique de l'ouverture
- On développe PM :

$$PM \sim D + \frac{X^2 + Y^2}{2D} + \frac{x^2 + y^2}{2D} - \frac{xX + yY}{D} \quad (2)$$

- Terme d'amplitude varie lentement donc :  $\frac{1}{PM} \sim \frac{1}{D}$
- Terme de phase varie lentement donc on garde juste l'ordre 1. Pour pouvoir négliger l'ordre devant  $\lambda$  il faut :  $\frac{x^2 + y^2}{2D} \ll \lambda$ , soit :

$$D \gg \frac{a^2}{\lambda} \quad (3)$$

C'est la **condition de Fraunhofer**

- En utilisant (3) et en négligeant les termes de phase constants résultant du développement de PM (car on s'intéresse à l'intensité par la suite), on a :

$$\Psi(M) \propto \iint_{P \in O} \exp\left[-\frac{2i\pi}{\lambda D}(xX + yY)\right] dx dy \quad (4)$$

Transition : On vient de formuler une approximation, on peut se demander si elle est contraignante. OdG : pour  $\lambda = 500nm$  et  $a=500\mu m$ , pour satisfaire (3) il faudrait  $D \gg 50cm$  ce qui peut devenir vite contraignant en terme d'encombrement et de perte de luminosité. On va donc utiliser une "astuce expérimentale" : les lentilles.

### 3.1.2 Dispositif expérimental

- Slide présentant le montage à deux lentilles pour se placer dans les conditions de Fraunhofer
- Avec ce montage on a  $D \rightarrow +\infty$  et donc (3) est vérifié.
- On a de plus :

$$\Psi(M) \propto \iint_{P \in O} \exp\left[-\frac{2i\pi}{\lambda f'}(xX + yY)\right] dx dy \quad (5)$$

## 3.2 Exemple de figure de diffraction

### 3.2.1 Notion de transmittance

- On introduit  $t(x,y)$  la transmittance de l'objet diffractant. Elle caractérise l'objet et est définie comme :

$$t(x, y) = \frac{\Psi_{avec\ objet}(x, y)}{\Psi_{sans\ objet}(x, y)} \quad (6)$$

Remarque : on peut définir une transmittance pour des objets minces (devant  $\lambda$ ) uniquement

- Ainsi, on peut réécrire :

$$\Psi(M) \propto \iint_{-\infty}^{+\infty} \exp[-2i\pi(f_X x + f_Y y)] dx dy \quad (7)$$

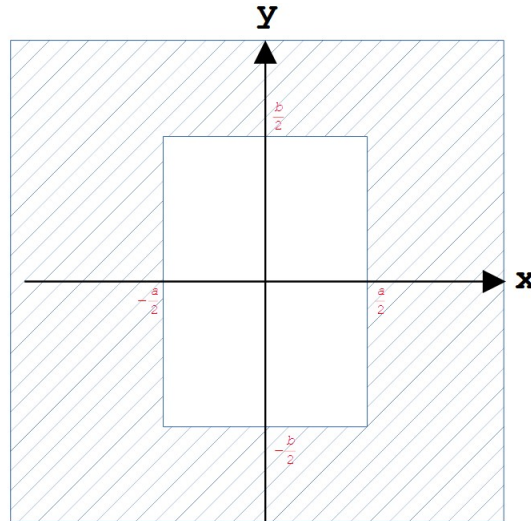
où on définit les **fréquences spatiales** :

$$\begin{cases} f_X = \frac{X}{\lambda f'} \\ f_Y = \frac{Y}{\lambda f'} \end{cases}$$

- Les plus avisés d'entre vous auront remarqué une **transformée de Fourier** :

$$\Psi(M) \propto TF[t(x, y)]$$

### 3.2.2 Fente rectangulaire



- on a facilement :

$$t(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } |x| < \frac{a}{2} \text{ et } |y| < \frac{b}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- En utilisant (7) on peut calculer (calculs fait en live) :

$$\Psi(f_X, f_Y) \propto ab \sin_c(\pi f_X a) \sin_c(\pi f_Y b)$$

Remarques : → on aura une intensité diffractée différente des prédictions de l'optique géométrique : manifestations de la diffraction

→ on peut écrire  $t(x, y) = \prod\left(\frac{x}{a}\right) \prod\left(\frac{y}{b}\right)$ , on retrouve alors bien  $\Psi(M) \propto TF[t(x, y)]$

- Slide montrant l'évolution d'un sinus cardinal carré en 1D et en 2D

- Code python (G.Dewaele) montrant l'intensité diffractée pour une fente rectangulaire

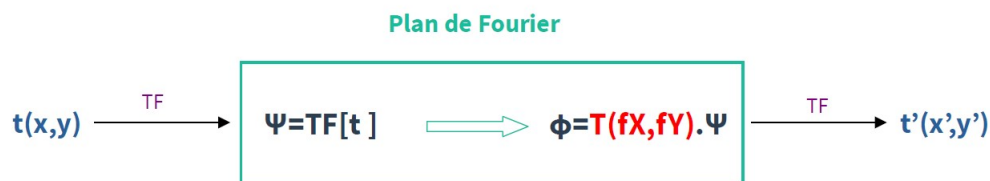
Transition : cas classique et simple qui n'a d'intérêt que pédagogique. On va maintenant étudier un outil optique puissant qui repose sur le régime de diffraction de Fraunhofer.

## 3.3 Application au filtrage optique

### 3.3.1 Principe

- L'objectif est de modifier une image optique en filtrant certaines de ses fréquences spatiales. On peut faire une analogie avec le filtrage en électronique.

- explication du principe avec le schéma suivant fait au tableau et commenté :



**T(X,Y) est le filtre spatial**

- Slide montrant le montage expérimental 4f

### 3.3.2 Exemple du filtrage d'une grille

- Slide montrant le protocole pour filtrer les fréquences spatiales verticales d'une grille
- Manip : réalisation du filtrage en live

### 3.3.3 Modification d'image

- Strioscopie : filtrage passe-haut pour augmenter le contraste d'une image
- Slide de mise en pratique sur l'amélioration d'une image d'empreinte digitale sur lame de microscope
- Apodisation : concentration de la lumière dans le maximum de diffraction
- Slide de mise en pratique de la résolution d'un doublet d'étoile par apodisation

## 4 Conclusion et ouverture

Ouverture sur la microscopie à contraste de phase et ses applications.

## 5 Expériences, animations, simulations

- Manip : filtration des fréquences verticales d'une grille (manip fait en TP ou dans le livre d'Arnaud)
- code python : diffraction de Fraunhofer par G.Dewaele

## 6 Choix pédagogiques

J'ai choisi de passer un peu de temps sur l'obtention de l'intégrale de Fraunhofer et sur les approximations faites car je trouve que c'est le coeur de la leçon. J'ai aussi insisté sur les montages expérimentaux car cette leçon est très liée à l'expérience. Un exemple de calcul d'intensité diffractée me semble indispensable pour fixer les idées. J'ai choisi le filtrage optique comme application car très intéressant et pleins d'applications jolies.

J'ai aussi fait le choix de ne pas parler du nombre de Fresnel car à mon sens si on ne parle que d'un seul régime de diffraction ce n'est pas nécessaire de l'introduire.

## 7 Questions posées

- *quelles conditions pour être dans l'optique géométrique ?*
- *qu'est ce que l'approximation scalaire de la lumière ?*
- *autre régime de diffraction ?* Fresnel
- *pourquoi on peut remplacer  $D$  par  $f'$  dans l'intégrale ?* c'est la transmittance de la lentille qui fait qu'on est en Fraunhofer exact et qu'on a  $f'$  et plus  $D$  dans l'intégrale
- *autre montage pour être dans Fraunhofer exact ?* montage à une lentille et objet diffractant accolé
- *observe-t-on l'intensité ou l'éclairement ?*
- *si on ne met pas de filtre, est-ce qu'on retrouve l'image de départ ?* non les axes seront inversés
- *si on met des lentilles différentes dans le montage 4f il se passe quoi ?* le grandissement change
- *a-t-on toujours un spectre de Fourier symétrique ?* oui par construction du plan de Fourier
- *quel avantage de la microscopie à contraste de phase par rapport à un simple filtrage passe-haut ?* on a en plus le signe du déphasage
- *qu'est ce que la microscopie à champ sombre ?*
- *fonctionnement de la microscopie à contraste de phase ?* j'avais le principe mais pas la réalisation

expérimentale : cf animation Wikipédia

- *pourquoi on s'arrête à l'ordre 0 en amplitude et 1 pour la phase ?* la phase oscille beaucoup plus vite
- *quelques questions sur le code utilisé*
- *quelle est la largeur maximale de la fente filtrante pour avoir les fréquences horizontales filtrées ?* en faisant un schéma on trouve  $d_{max} = \frac{\lambda f'}{a}$

## 8 Remarques et critiques

- le correcteur était d'avis de faire une manip introductive (fente par exemple) et de s'en servir comme fil rouge
- peut-être parler de Fraunhofer approché et exact et donc introduire le nombre de Fresnel
- écrire le principe de H-F avec une constante K devant pour occulter le  $\frac{1}{i\lambda}$  auquel on ne peut pas donner de signification physique

## 9 Bibliographie et exercices

- cours d'Arnaud
- Taillet d'optique
- BFR d'optique
- Mauras d'optique
- femtophysique pour quelques jolies slide