

LP 30 : Rayonnement dipolaire électrique

Charles Goulas, Patrick Banon

13 décembre 2020

Développement de la leçon

Le développement présenté ici est un mélange de ce que j'ai écrit au tableau et dit à l'oral. Pour les schémas, je mets mes notes à la fin du rapport. En italique, ce sont les *remarques du correcteur*. Entre crochet, la [biblio].

Niveau : L3

Prérequis : ondes électromagnétique dans le vide, jauge de Lorentz, modèle de l'électron élastiquement lié

Introduction :

Dans le vide ou dans la matière peuvent se propager des ondes électromagnétiques. Mais quels sont les sources de ces ondes ? D'après les équations de Maxwell, ce sont les charges ou les courants. Par exemple quand on met des charges statiques dans l'espace elles créent un champ électrique, c'est le domaine de l'électrostatique. Si on donne une vitesse à ces charges, comme dans un fil électrique, on crée des courants, qui eux mêmes engendrent un champ magnétique. Et bien en accélérant les porteurs de charge on va voir qu'elles rayonnent une onde électromagnétique, dont on va étudier ici les propriétés.

1 Expression du champ électromagnétique rayonné

Pour toute cette partie, le [BFR, EM 3 : Induction et Ondes EM, chapitre 12] est très bien.

1.1 Position du problème

On introduit une distribution D de charges en mouvement. On observe le champ rayonné en un point M repéré par le vecteur \vec{r} . Hypothèses : distribution discrète pour simplifier les calculs, cadre non relativiste. Expression du potentiel retardé en jauge de Lorentz :

$$\vec{A}(M, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{i \in D} \frac{q_i \vec{v}_i(t - |\overrightarrow{P_i M}|/c)}{|\overrightarrow{P_i M}|} \quad (1)$$

On peut commenter la présence d'un terme de retard égal au temps de propagation des champs de la source à l'observateur.

Transition : Cette expression du potentiel vecteur est très générale, mais il est difficile de faire des calculs avec. On va utiliser quelques hypothèses réalistes.

1.2 Calcul du potentiel vecteur

Hypothèses :

- Approximation dipolaire : $r \gg a$ la taille caractéristique de D. Autrement dit, on se place loin des sources. On en déduit $|\vec{P_i \vec{M}}| \sim r$.
- ARQS : $\frac{a}{c} \ll T$ le temps caractéristique de variation de D, typiquement une période. Autrement dit, le temps de propagation des champs au sein de la distribution est négligeable devant son temps typique de variation. Toutes les charges émettent en phase. On en déduit un temps retardé moyen $t - \frac{|\vec{P_i \vec{M}}|}{c} \sim t - \frac{r}{c} = t'$. *Cette deuxième approximation est nécessaire car la vitesse peut être une fonction rapide de $|\vec{P_i \vec{M}}|$, comparée à la fonction inverse qui est bien plus lente.*

On obtient :

$$\vec{A}(M, t) = \frac{\mu_0}{4\pi r} \frac{d\vec{p}(t')}{dt'} \quad (2)$$

Transition : On pourrait maintenant calculer \vec{E} et \vec{B} . On va juste donner le résultat et simplifier leur expression dans ce qu'on va appeler la zone de rayonnement.

1.3 Champ électromagnétique en zone de rayonnement

On suppose que le moment dipolaire est de direction fixe selon z : $\vec{p}(t') = p(t')\vec{e}_z$, ce qui revient à regarder une seule de ses composantes.

Expression des champs \vec{E} et \vec{B} en sphérique (sur slide). Comparaison en ordre de grandeur des termes $\frac{p}{r^3}$, $\frac{\dot{p}}{r^2 c}$, et $\frac{\ddot{p}}{r c^2}$. Définition de la zone de rayonnement : $r \gg cT = \lambda$ une échelle caractéristique des variations des champs, typiquement une longueur d'onde. Simplification du champ électromagnétique en zone de rayonnement :

$$\vec{E} = \frac{\mu_0 \ddot{p} \sin \theta}{4\pi r} \vec{e}_\theta \quad (3)$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \ddot{p} \sin \theta}{4\pi r c} \vec{e}_\varphi \quad (4)$$

Transition : voilà l'expression de ce qu'on appelle le rayonnement dipolaire électrique. On est parti d'une expression très générale du potentiel vecteur. On a identifié trois échelles caractéristiques du problème. En ordonnant ces échelles on a simplifié l'expression des champs. Que peut-on dire physiquement de ce rayonnement dipolaire électrique, c'est ce qu'on va faire maintenant.

2 Propriétés du rayonnement dipolaire

2.1 Structure de l'onde rayonnée

[BFR, EM 3 : Induction et Ondes EM, chapitre 12]

- présence du retard $t' = t - \frac{r}{c}$. C'est donc une onde, qui se propage radialement aux sources
- structure locale d'onde plane : $(\vec{e}_r, \vec{E}, \vec{B})$ forment un trièdre direct et $\vec{B} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{e}_r}{c}$
- polarisation localement linéaire $\vec{E} \propto \vec{e}_\theta$ et $\vec{B} \propto \vec{e}_\varphi$
- anisotropie du rayonnement, en $\sin \theta$. Notamment le champ rayonné est nul dans l'axe du dipôle.

Transition : un outil de caractérisation de cette anisotropie est le diagramme de rayonnement.

2.2 Diagramme de rayonnement

[Cap Prépa PC], [H Prépa, Ondes, page 165]

La direction et l'intensité du rayonnement sont décrites par le vecteur de Poynting :

$$\vec{\Pi} = \frac{\mu_0}{c} \left(\frac{\ddot{p} \sin \theta}{4\pi r} \right)^2 \vec{e}_r \quad (5)$$

Le diagramme de rayonnement est le tracé de la fonction :

$$F(\theta, \varphi) = \frac{|\vec{\Pi}|(r, \theta, \varphi, t)}{|\vec{\Pi}|_{\max}(r, t)} \quad (6)$$

qui dans notre cas vaut $\sin^2 \theta$. Pour tracer le diagramme, on se place dans un plan contenant l'axe du dipôle. On peut tracer une demi-droite faisant un angle θ avec (Oz) et reporter sur cette droite la valeur de F . En disant qu'on répète cette opération pour tous les angles θ de 0 à π , on dessine le reste du diagramme.

Commentaire : la puissance rayonnée est maximale dans le plan orthogonal au dipôle et nulle dans l'axe du dipôle.

Transition : si on s'intéresse pas à la directivité du rayonnement mais juste à la puissance émise, il faut sommer les contributions de chaque direction.

2.3 Puissance rayonnée

[BFR, EM 3 : Induction et Ondes EM, chapitre 12]

C'est le flux du vecteur de Poynting à travers une sphère de rayon r :

$$\mathcal{P}_{\text{ray}} = \frac{\mu_0}{6\pi c} \ddot{p}^2 \quad (7)$$

Le rayonnement est dû à l'accélération des porteurs de charge.

Pour montrer au jury qu'on sait faire des calculs, on peut calculer à la main $\int_0^\pi \sin^3 \theta \, d\theta$

Transition : on se propose de vérifier une partie des propriétés physiques du rayonnement dipolaire à travers une expérience de diffusion.

3 Application à la diffusion du rayonnement

3.1 Modèle de l'électron élastiquement lié

[H Prépa, Ondes, pages 167-168], [Paul Roux, Électromagnétisme, pages 262-264]

Rappel sur slides du modèle de l'électron élastiquement lié. On conclut en disant bien que l'onde incidente excite un dipôle atomique \vec{p} , colinéaire au champ électrique incident :

$$\vec{p} = -e\vec{r} \propto \vec{E}_0 e^{j\omega t} \quad (8)$$

Transition : ce dipôle rayonne à son tour une onde électromagnétique, qui est bien un rayonnement dipolaire électrique. On va alors observer certaines propriétés discutées précédemment.

3.2 Expérience illustrative

[Sextant, Optique Expérimentale, pages 273-277]

Schéma de l'expérience sur slide. Le milieu diffusant est de l'eau dans laquelle on ajoute quelques gouttes de lait. Le lait contient des particules diffusantes. On observe la lumière diffusée orthogonalement au faisceau incident. Vérification de :

- l'anisotropie du rayonnement dipolaire. On met un polariseur avant la cuve. Lorsque la polarisation incidente est verticale, on voit encore le rayonnement diffusé. Lorsque la polarisation est horizontale, l'observateur est dans l'axe du dipôle, donc il y a extinction du rayonnement diffusé. On peut faire un schéma au tableau avant pour expliquer ce qui va se passer.
- la polarisation du rayonnement. On met un polariseur entre la cuve et l'observateur. Le champ électrique diffusé est selon \vec{e}_θ , donc polarisé verticalement. Il y a donc extinction du rayonnement diffusé quand le polariseur est orienté horizontalement. Un schéma au tableau est possible aussi. *En mettant le polariseur au début de la cuve, on verrait encore mieux le phénomène.*

3.3 Diffusion Rayleigh

[H Prépa, Ondes, pages 169-171]

Dans le modèle de l'électron élastiquement lié, la pulsation résonnante ω_0 caractérise la résonance du modèle et est liée à une transition électronique. La plupart du temps, cette transition électronique se situe dans l'UV. *Ce n'est pas toujours le cas, par exemple les lampes*

à vapeur de mercure ou de sodium utilisent des transitions dans le visible. Le rayonnement incident étant dans le visible, on a en ordre de grandeur :

$$\omega_0 \sim 10^{16} \text{ rad.s}^{-1} \quad (9)$$

$$\omega \sim 10^{15} \text{ rad.s}^{-1} \quad (10)$$

donc $\frac{\omega}{\omega_0} \sim 0.1 \ll 1$. C'est le régime de la diffusion Rayleigh. On peut simplifier l'expression du dipôle atomique en $\vec{p} = \frac{Z^2 e^2}{m \omega_0^2} \vec{E}_0 \cos(\omega t)$. On se rappelle l'expression de la puissance rayonnée pour obtenir en moyenne :

$$\langle \mathcal{P}_{ray} \rangle = \frac{\mu_0}{6\pi c} \langle \ddot{p}^2 \rangle \quad (11)$$

$$= \frac{\mu_0 p_0^2}{12\pi c} \omega^4 \quad (12)$$

Or $\omega_{bleu} \sim 2 \omega_{rouge}$, donc :

$$\frac{\langle \mathcal{P}_{ray,bleu} \rangle}{\langle \mathcal{P}_{ray,rouge} \rangle} = \left(\frac{\omega_{bleu}}{\omega_{rouge}} \right)^4 \sim 16 \quad (13)$$

La puissance diffusée est 16 fois plus intense dans le bleu que dans le rouge. On peut le vérifier avec l'expérience. Autour du faisceau qui traverse la cuve, on remarque que l'eau prend une coloration bleutée. En mettant un écran en sortie de la cuve, la tache du faisceau sur l'écran est orangée voire rouge. Le faisceau s'est plus appauvri en lumière bleu qu'en lumière rouge, donc en proportions relatives il s'est enrichi en rouge.

Si on a le temps, on peut dire que ce résultat permet d'expliquer la couleur du ciel et des couchers de soleil. On peut faire les schémas explicatifs associés.

Conclusion : On a insisté dans cette leçon sur les hypothèses qui permettent d'aboutir au rayonnement dipolaire électrique. Ce rayonnement possède des propriétés physiques particulières. La diffusion du rayonnement permet d'en vérifier certaines.

Le rayonnement dipolaire a aussi des applications plus concrètes, comme les antennes de télécommunication ou le rayonnement synchrotron.

Questions

Quels autres types de rayonnement existe-t-il ?

Rayonnement thermique, synchrotron, de freinage, dipolaire magnétique.

Qu'est-ce que la jauge de Lorentz et quel est son intérêt ?

Elle permet d'obtenir une équation type d'Alembert avec un terme de sources pour les potentiels \vec{A} et V . On connaît ses solutions, ce sont les potentiels retardés.

Calcul de \vec{E} et \vec{B} dans les grandes lignes ?

$\vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}$ en utilisant le rotationnel en cylindrique. On calcule V avec la condition de jauge de Lorentz et on en déduit $\vec{E} = -\vec{\nabla}V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$. *Même si on ne développe pas le calcul pendant la leçon, il faut savoir l'expliquer.*

Comment applique-t-on le rayonnement dipolaire aux antennes ?

Pour une antenne, l'hypothèse d'ARQS n'est plus valable. On découpe l'antenne en dipôles élémentaires et on somme au point M les champs électriques émis par chacun d'entre eux. C'est une somme cohérente, donc il y a des interférences constructives ou destructives qui modifient le diagramme de rayonnement. (Cap Prépa PC pour plus de détails)

Quelle taille des antennes pour optimiser l'émission ?

Pour une antenne linéaire, la puissance émise dans les directions orthogonales est maximale lorsque la taille de l'antenne vaut $\lambda/2$. On parle d'antenne demi-onde (traitement dans le Garing, EM vide et conducteurs, page 207).

Comment faire si on veut diriger le rayonnement d'une antenne dans une direction particulière ?

On peut utiliser une antenne "râteau". Elle est composée de différents brins d'antennes formant un réseau et s'alimentant par induction mutuelle. Les ondes rayonnées interfèrent constructivement, de telle sorte que les lobes du diagramme de rayonnement à l'avant de l'antenne sont plus gros, tandis que ceux à l'arrière sont plus petits. On concentre donc la puissance rayonnée dans une direction particulière.

Que se passe-t-il dans la zone $a \ll r \ll \lambda$?

On retrouve les champs du dipôle électrostatique.

Pourquoi dans le cas du dipôle oscillant, d'autres termes apparaissent ?

Cela vient du terme de retard, qui dépend de l'espace. Par dérivation composée lors du calcul de \vec{E} et \vec{B} , on dérive cette dépendance spatiale du retard et des termes en \dot{p} et \ddot{p} apparaissent. (explication dans le BFR)

Dans le calcul de la puissance rayonnée, quel impact ont les termes en $\frac{p}{r^3}$ et en $\frac{\dot{p}}{r^2 c}$?

Ils vont tous conduire à des termes de puissance en $\frac{1}{r^n}$ avec $n = 1, 2, 3$ ou 4. A grande distance ils tendent vers 0, et sont donc négligeables. C'est une manière élégante de justifier que dans la zone de rayonnement on ne garde que les termes en $\frac{\ddot{p}}{rc^2}$, qui eux conduisent à un terme de puissance rayonnée constant indépendant de r .

Dans le modèle de l'électron élastiquement lié, la limite de Rayleigh $a \ll \lambda$, où a est la taille de l'objet diffusant, permet de considérer le champ électrique incident comme uniforme. Est-ce le cas pour les particules diffusantes du lait ?

Dans le cas du lait, les particules diffusantes sont, d'après le Sextant page 277, des globules de lipides ($a \sim 2 \mu\text{m}$) et des miscelles ($a \sim 100 \text{ nm}$). On a donc plutôt $a \sim \lambda$, ce qui correspond à la diffusion de Mie. Mais on voit quand même le bon comportement.

Quels sont les principaux régimes de diffusion par une particule de petite taille ?

$\omega \ll \omega_0$: diffusion Rayleigh, $\omega \sim \omega_0$: diffusion résonnante, et $\omega \gg \omega_0$: diffusion Thomson. Pour la diffusion Rayleigh, la puissance diffusée est proportionnelle à ω^4 , tandis qu'elle est indépendante de ω en diffusion Thomson. Le comportement à résonance est mal décrit par le modèle de l'électron élastiquement lié, puisque c'est l'absorption et l'émission spontanée ou stimulée qui interviennent dans le processus d'interaction entre la lumière et la matière.

La diffusion Rayleigh est-elle élastique ou inélastique ?

Le caractère élastique ou non est lié à la perte d'énergie. Si l'onde incidente dépose de l'énergie dans le milieu, c'est une diffusion inélastique. Si le passage de l'onde se fait sans dépôt d'énergie dans le milieu, c'est une diffusion élastique. Dans le cas de la diffusion Rayleigh, on est loin de la résonance, c'est une diffusion élastique.

Commentaires du correcteur

Ne pas s'appesantir sur la force de frottement fluide, c'est juste une modélisation de la dissipation et du retour à l'équilibre. Pour ne rien dire de trop faux, appliquer le PFD au cortège électronique en entier et en déduire une équation sur \vec{r} le barycentre des masses du cortège électronique.

Le livre de Grynberg, Aspect, Fabre, Introduction aux lasers et à l'optique quantique, page 53, parle de la diffusion élastique. Il est dit qu'en diffusion Rayleigh, il y a une relation de phase entre \vec{E} et \vec{p} . Si on s'approche de la résonance, il y a dépôt d'énergie dans le milieu, puisque les atomes s'excitent en absorbant des photons incidents. Lors de l'émission spontanée, le photon émis a oublié la phase du faisceau excitateur. De plus l'émission est isotrope, et on n'a pas le même diagramme de rayonnement.

Il y a des applications intéressantes pour la leçon dans le chapitre 5 du Garing, EM dans le vide et les conducteurs : émission d'une charge accélérée, rayonnement de l'atome d'hydrogène, antennes, réflexion sur un métal parfait. On peut parler aussi du magnétron, du synchrotron, des accélérateurs de particules et des générateurs de rayons X (prendre en compte le caractère relativiste si besoin).

Préparer à l'avance dans un bécier la quantité de lait pour l'expérience. On a conclu qu'une petite cuillère pas trop remplie convient pour une cuve de 2-3 litres. Il ne faut pas en mettre trop sinon ça ne marche plus. Lorsqu'on regarde dans la cuve orthogonalement au faisceau incident, on doit voir une teinte bleutée de la lumière diffusée. Si c'est uniquement blanchâtre, la solution est trop concentrée en lait.

Mettre un schéma de l'expérience sur diapo. Mettre le modèle de l'électron élastiquement lié sur diapo permet de gagner du temps. Enfin, comme on y revient souvent pendant les questions, toujours avoir sous la main des diapos sur :

- les axes, le système de coordonnées, le dipôle et la géométrie des champs rayonnés.
- l'expression simplifiée des champs rayonnés
- l'expression complète des champs rayonnés

Remarques du jury

2004 : Il faut s'attacher à dégager les hypothèses nécessaires à l'établissement de l'expression du champ électromagnétique créé par le dipôle dans la zone de rayonnement. La polarisation de l'onde rayonnée doit être décrite et l'étude des antennes peut constituer une application de cette leçon.

2007 : Le calcul des champs rayonnés doit être présenté de manière synthétique, en dégageant clairement les approximations successives nécessaires. La discussion des relations obtenues et la présentation d'applications sont essentielles.

2009 : La polarisation de l'onde émise n'est pas toujours présentée. L'accent doit être mis sur l'interprétation physique des propriétés du rayonnement dipolaire électrique.

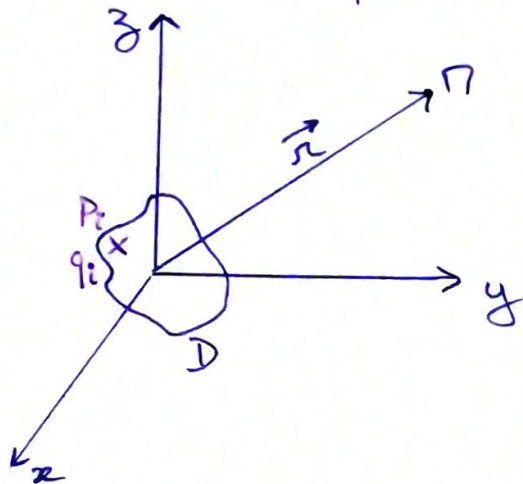
2014 : Certains candidats utilisent un modèle faisant intervenir une charge électrique variable, ce qui ne semble pas très réaliste. Cette leçon ne doit pas être exclusivement technique et doit être l'occasion de discussions physiques poussées.

2015 : Le sens physique des approximations réalisées, ainsi que les propriétés de symétrie des champs électrique et magnétique rayonnés, doivent être discutés. Cette leçon peut également être l'occasion de réfléchir à la stabilité de la matière.

2017 : La leçon ne doit pas se réduire à une suite de calcul.

I. expression du champ E et rayonné

A) Position du problème



distribution D de charges en mouvement

Hypothèses :

* distribution discrète $\{q_i, \vec{r}_i, \vec{v}_i\}$

* cas non relativiste

Dans la jauge de Lorentz :

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{i \in D} q_i \frac{\vec{v}_i(t - \frac{|\vec{r}_i - \vec{r}|}{c})}{|\vec{r}_i - \vec{r}|}$$

Retard $\frac{|\vec{r}_i - \vec{r}|}{c}$, égal au temps de propagation des champs

B) Calcul du potentiel vecteur

* approximation dipolaire :

$r \gg a$ = taille caractéristique de D .

$$\Rightarrow |\vec{r}_i - \vec{r}| \sim r.$$

* ARQS :

$\frac{a}{c} \ll T$ = temps caractéristique de variation de D .

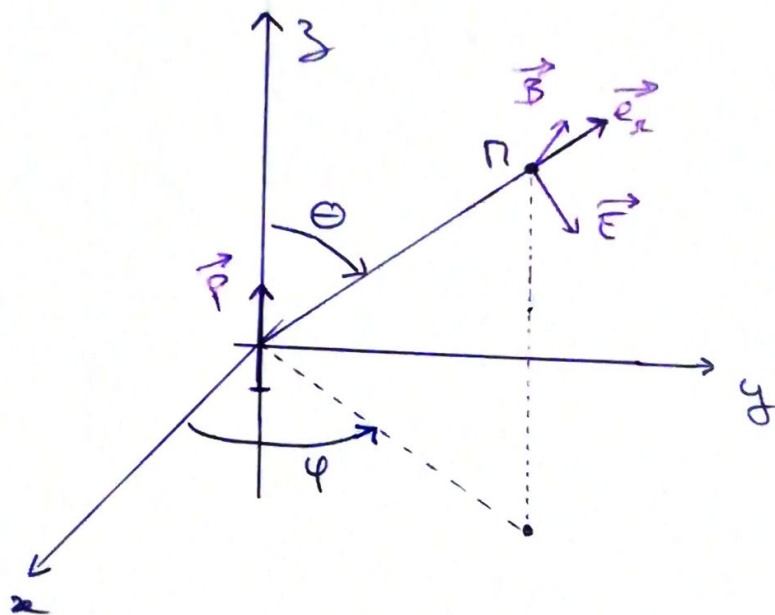
$$\Rightarrow \text{retard moyen } t - \frac{|\vec{r}_i - \vec{r}|}{c} \sim t - \frac{r}{c} = t'$$

$$\begin{aligned} \vec{A}(\vec{r}, t) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{i \in D} q_i \frac{\vec{v}_i(t - \frac{r}{c})}{r} \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi r} \frac{d}{dt'} \left(\sum_{i \in D} q_i \vec{r}_i(t') \right) \\ &\quad \underbrace{\sum_{i \in D} q_i \vec{r}_i(t')}_{\vec{p}(t')} \end{aligned}$$

$$\boxed{\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi r} \frac{d\vec{p}(t')}{dt'}}$$

c) Champ \vec{E} et \vec{B} en zone de rayonnement.

$$\vec{p}(t') = p(t') \vec{e}_3$$



$$\frac{\left(\frac{p}{r^3}\right)}{\left(\frac{\ddot{p}}{rc^2}\right)} \sim \frac{\left(\frac{p_0}{r^3}\right)}{\left(\frac{p_0}{r(ct)^2}\right)} \sim \left(\frac{ct}{r}\right)^2$$

$$\frac{\left(\frac{\dot{p}}{r^2c}\right)}{\left(\frac{\ddot{p}}{rc^2}\right)} \sim \frac{\left(\frac{p_0}{r^2ct}\right)}{\left(\frac{p_0}{r(ct)^2}\right)} \sim \frac{ct}{r}$$

Zone de rayonnement : $r \gg ct = \lambda$.

$$\begin{cases} \vec{E} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\ddot{p}(t') \sin\theta}{r} \vec{e}_\theta \\ \vec{B} = \frac{1}{c} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\ddot{p}(t') \sin\theta}{r} \vec{e}_\phi \end{cases}$$

II - Propriétés du rayonnement dipolaire électrique.

A) Structure de l'onde E et rayonnée.

* présence du retard " $t' = t - \frac{r}{c}$ " : propagation radiale de l'onde rayonnée.

* structure locale d'onde plane.

$(\vec{u}, \vec{E}, \vec{B})$ trièdre direct

$$\vec{B} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{e}_r}{c}.$$

* polarisation linéaire $\vec{E} \wedge \vec{e}_\theta$, $\vec{B} \wedge \vec{e}_\phi$.

* rayonnement dû à l'accélération des charges.

* anisotropie du rayonnement, en " $\sin \theta$ ".

champ rayonné nul dans l'axe du dipôle.

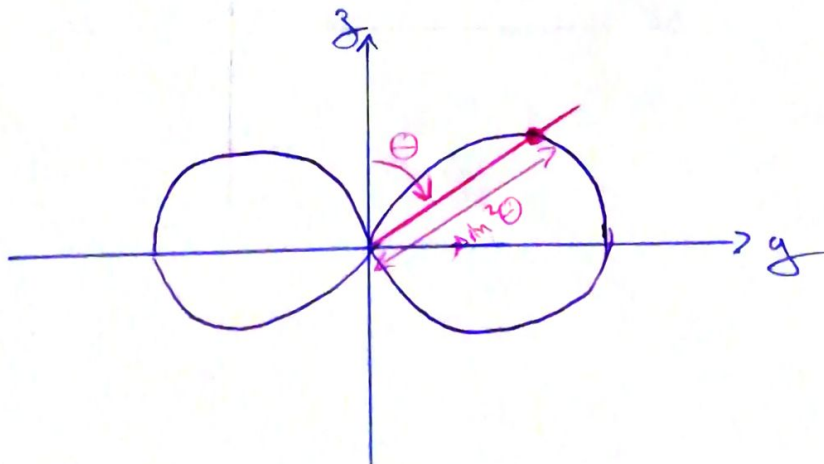
B) Diagramme de rayonnement.

Vecteur de Poynting :

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{\mu_0}{c} \left(\frac{\ddot{p} \sin \theta}{4\pi r} \right)^2 \vec{e}_r.$$

À une distance r fixée de la source,

$$\text{on trace } F(\theta, \varphi) = \frac{|\vec{\Pi}(r, \theta, \varphi, t)|}{|\vec{\Pi}|_{\max}(r)} = \sin^2 \theta.$$



C) Puissance rayonnée -

C'est le flux du vecteur de Poynting à travers une sphère de rayon r :

$$P_{\text{ray}} = \oint \vec{u} \cdot d\vec{S}$$

$$= \frac{\mu_0}{16\pi^2 c} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \left(\frac{\ddot{p}(t') \sin\theta}{r} \right)^2 r^2 \sin\theta d\theta d\varphi.$$

$$= \frac{\mu_0}{8\pi c} \ddot{p}^2 \underbrace{\int_0^{\pi} \sin^3\theta d\theta}_{= 4/3}$$

$$\boxed{P_{\text{ray}} = \frac{\mu_0}{6\pi c} \ddot{p}^2}$$

III - Application = diffusion du rayonnement

A) Modèle de l'électron élastiquement lié

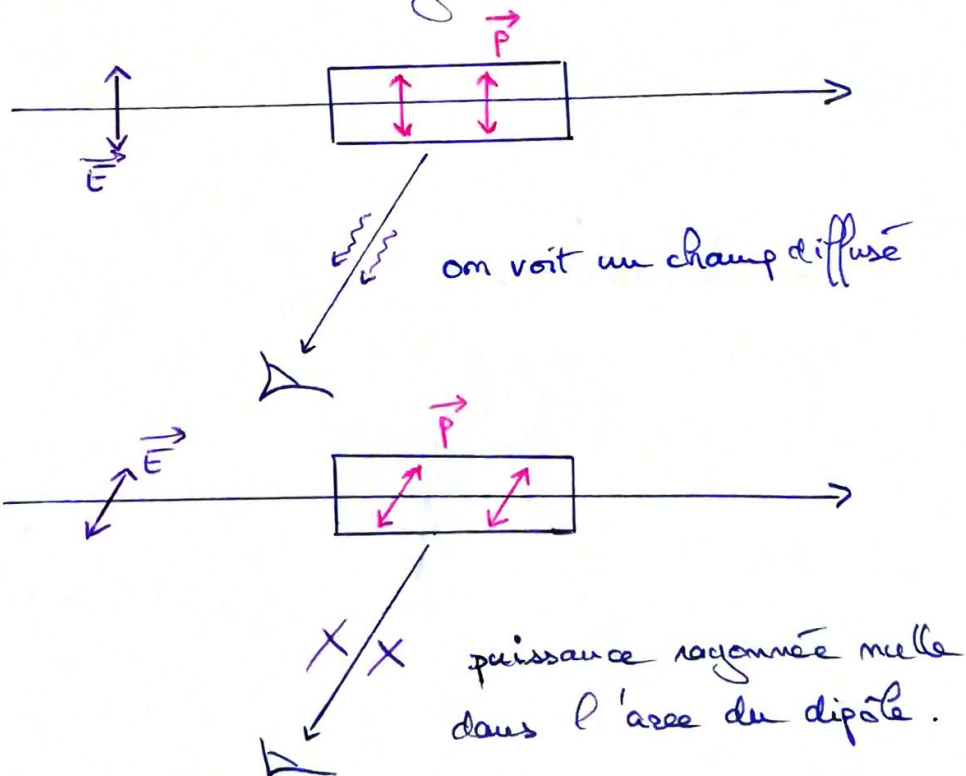
$$\vec{p} = -e \vec{x} \propto \vec{E}_0 e^{i\omega t}$$

Conséquence : il y a un rayonnement dipolaire électrique.

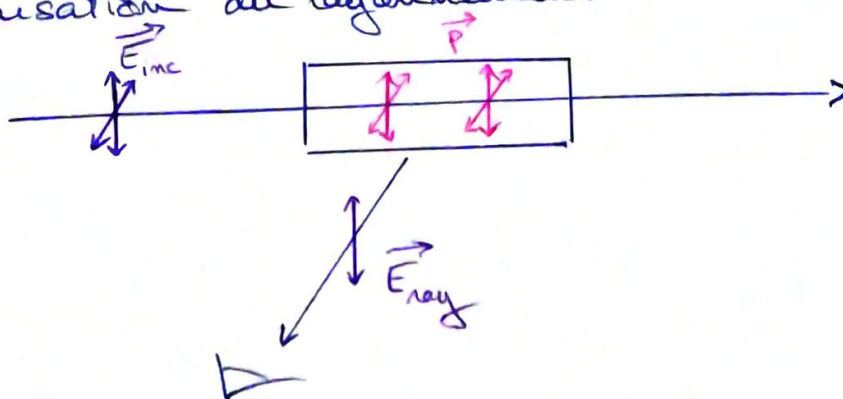
B) Expérience illustrative.

(Slide) : schéma de l'expérience

* directivité du rayonnement dipolaire.



* polarisation du rayonnement



c) Diffusion Rayleigh

$$\begin{cases} \omega_0 \sim 10^{16} \text{ rad.s}^{-1} : \text{transition électronique dans l'UV} \\ \omega \sim 10^{15} \text{ rad.s}^{-1} : \text{domaine visible} \end{cases}$$

$$\frac{\omega}{\omega_0} \ll 1 \text{ donc } \vec{p} = \frac{\frac{Z^2 e^2}{m \omega_0^2}}{1 + \frac{j\omega}{\omega_0} + \left(\frac{j\omega}{\omega_0}\right)^2} \vec{E}_0 e^{j\omega t}$$

$$\vec{p} = \vec{p}_0 \cos(\omega t)$$

$$\begin{aligned} \langle P_{\text{ray}} \rangle &= \frac{\mu_0}{6\pi c} \langle \ddot{p}^2 \rangle \\ &= \frac{\mu_0 p_0^2}{12\pi c} \omega^4 \end{aligned}$$

$$\text{Or } \omega_{\text{bleu}} \approx 2\omega_{\text{rouge}} :$$

$$\frac{\langle P_{\text{ray, bleu}} \rangle}{\langle P_{\text{ray, rouge}} \rangle} \sim \left(\frac{\omega_{\text{bleu}}}{\omega_{\text{rouge}}} \right)^4 \sim 16.$$

Schémas contents du ciel :

