

# Oscillateurs à deux degrés de liberté en mécanique classique. Systèmes à deux niveaux en mécanique quantique.

## Analogies et différences

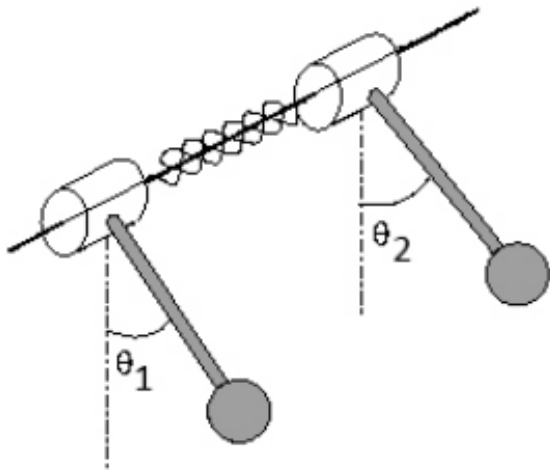
Niveau : L3

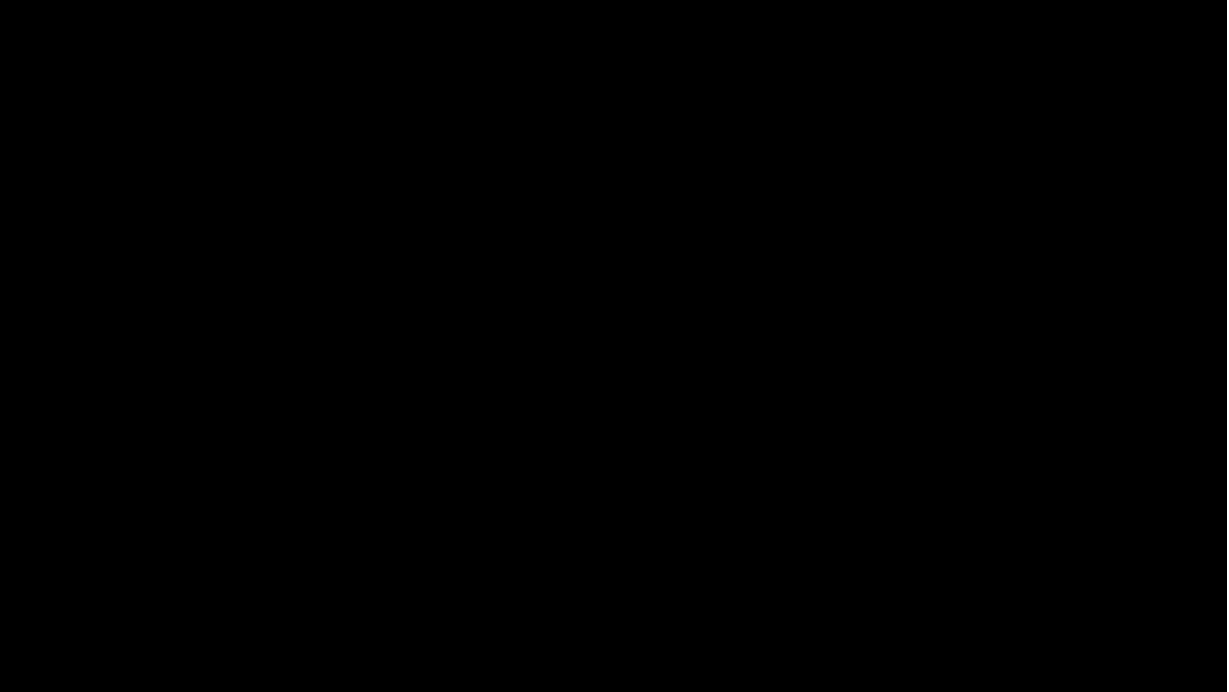
Prérequis : Mécanique du point (théorème du moment cinétique), Modes propres, Formalisme de Dirac, Calcul de vecteur d'état et de vecteur propre, Équation de Schrödinger.

# Hypothèses du problème

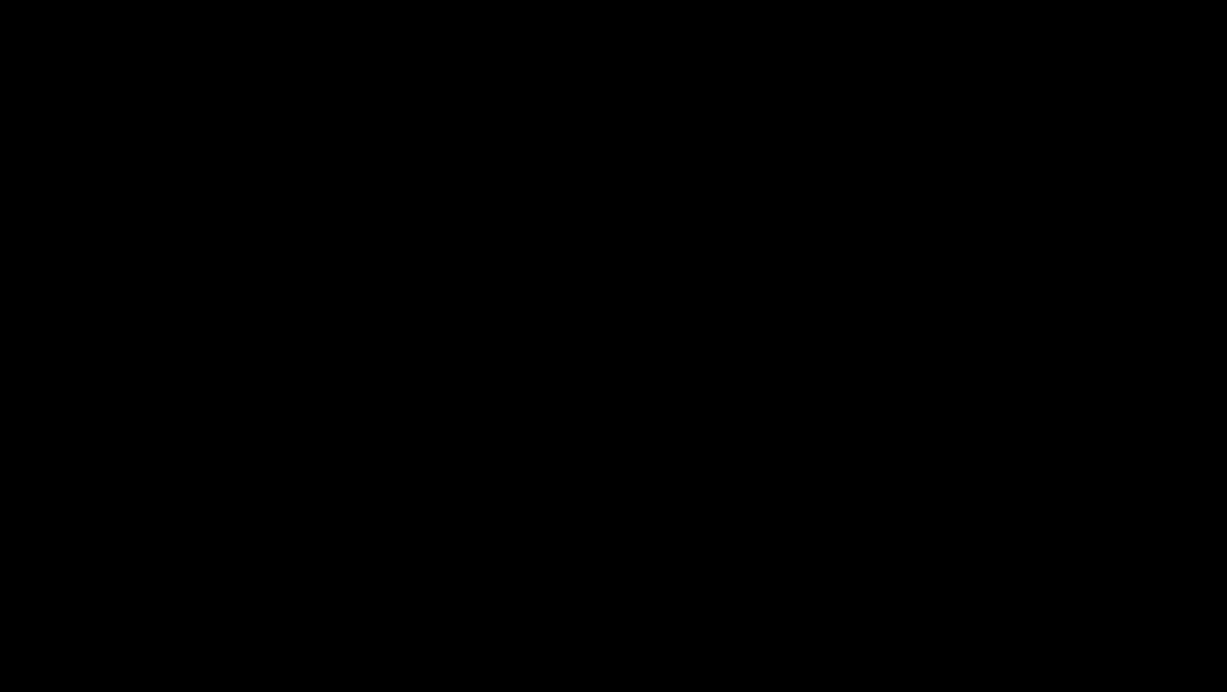
- Masses des pendules identiques notées  $m$
- Longueurs des pendules identiques notées  $l$
- Moments d'inertie des pendules identiques notés  $J$
- Constante de couplage  $C$
- Approximation des petits angles

# Schéma du système



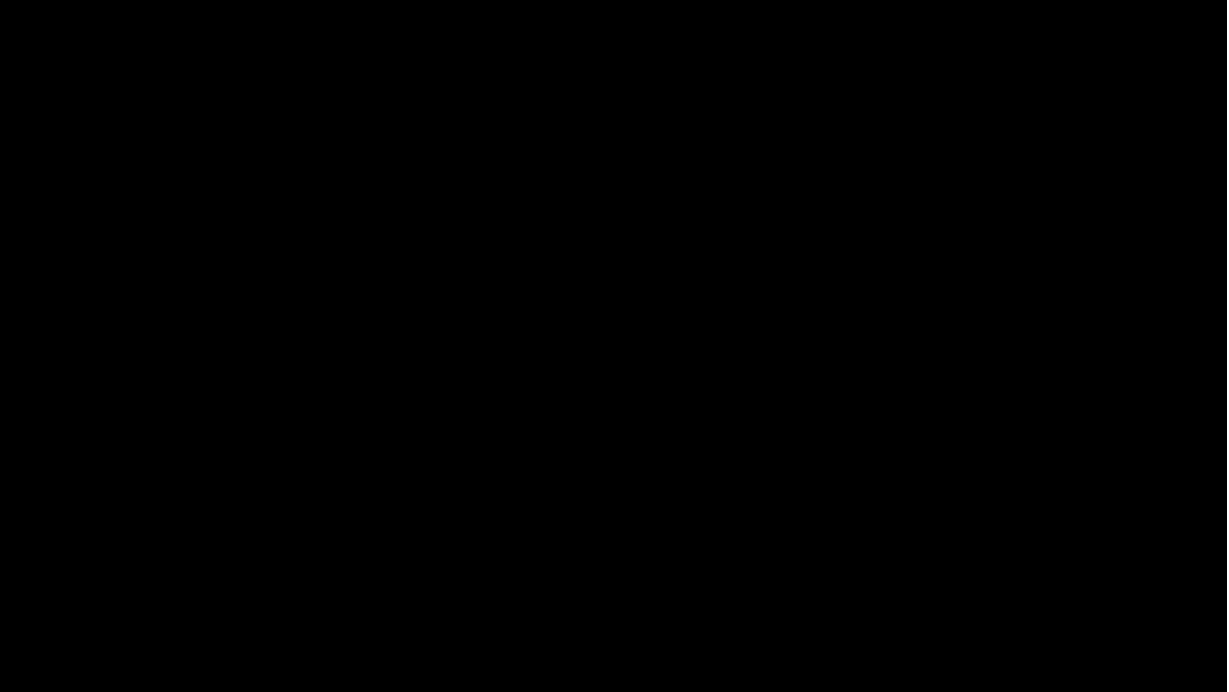


- Indépendance des solutions symétrique et anti-symétrique
- Les deux pendules oscillent à la même fréquence
- Une seule fréquence est nécessaire pour décrire le système
- La fréquence est différente suivant le mode excité



$$\cos a + \cos b = 2 \cos \left( \frac{a+b}{2} \right) \cos \left( \frac{b-a}{2} \right)$$

$$\cos a - \cos b = 2 \sin \left( \frac{a+b}{2} \right) \sin \left( \frac{b-a}{2} \right)$$





<https://www.youtube.com/watch?v=JZjEWDFcF7w>

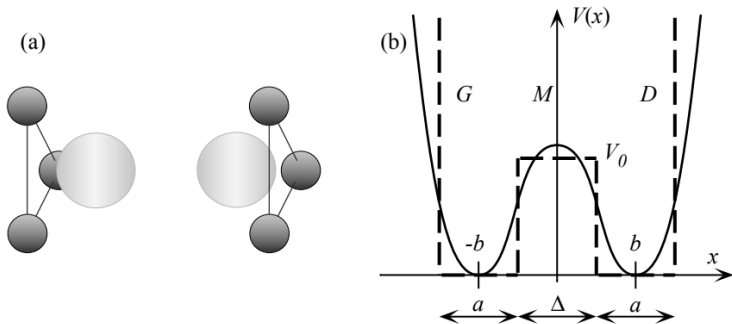
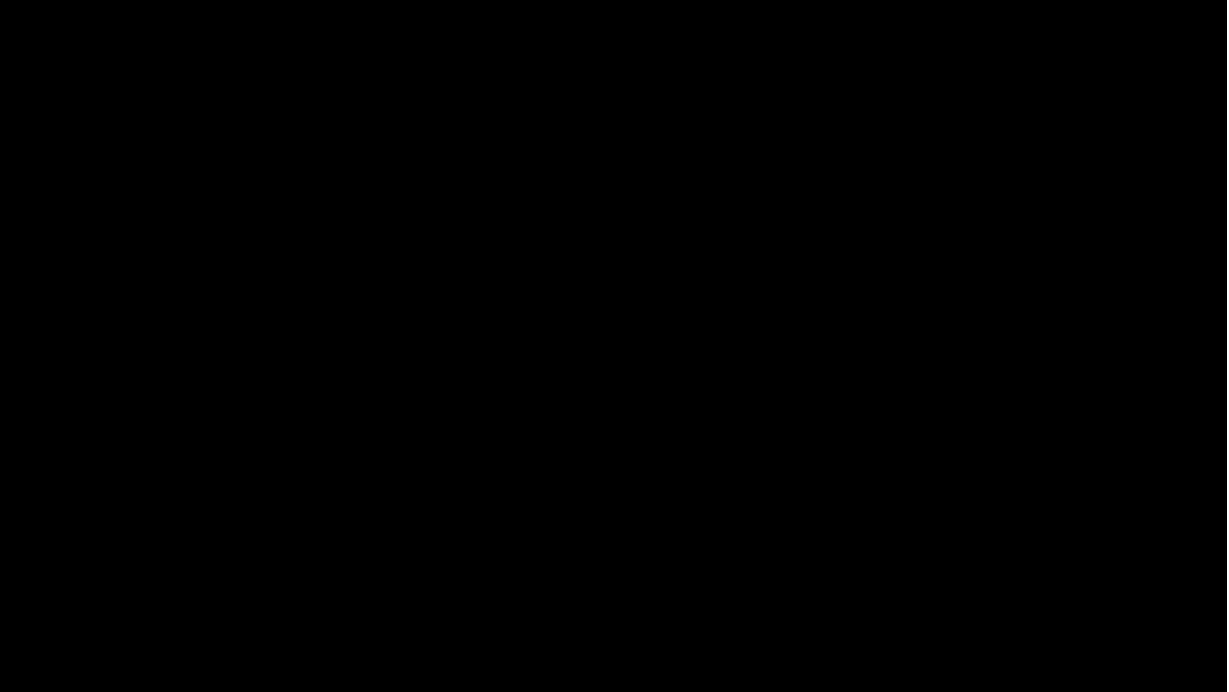


FIG. 4.7: La molécule d'ammoniac : (a) les deux configurations classiques ; (b) potentiel réel (trait plein) et potentiel simplifié (pointillé) décrivant le retournement de la molécule.



# Énergies propres et vecteurs propres

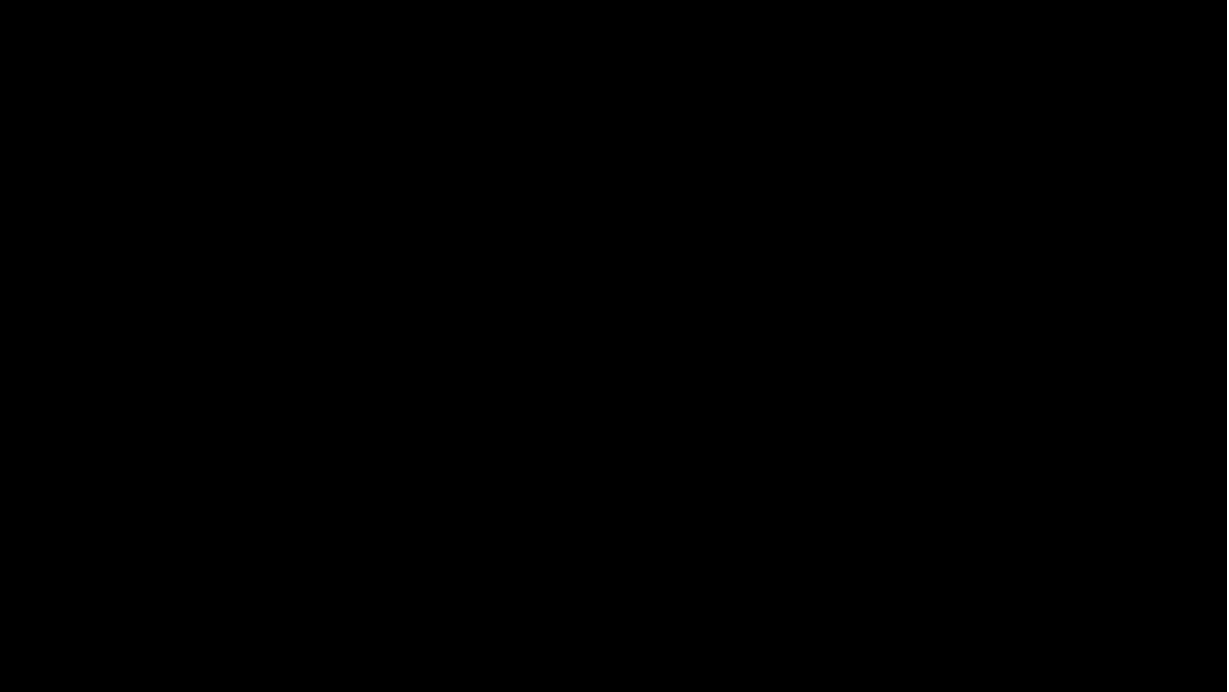
On a :

$$H_{diag} = \begin{pmatrix} E_0 - A & 0 \\ 0 & E_0 + A \end{pmatrix}$$

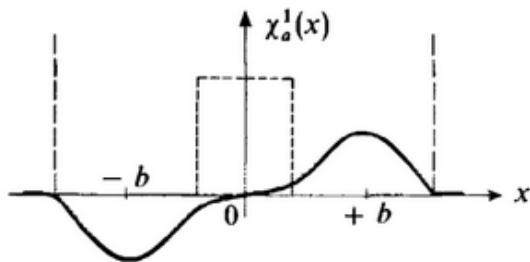
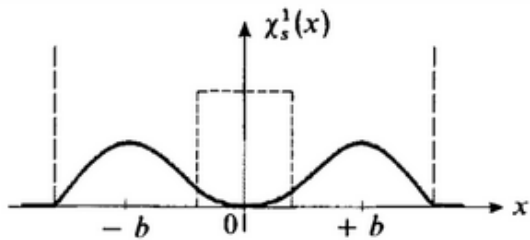
Énergies propres :  $E_0 - A$  et  $E_0 + A$

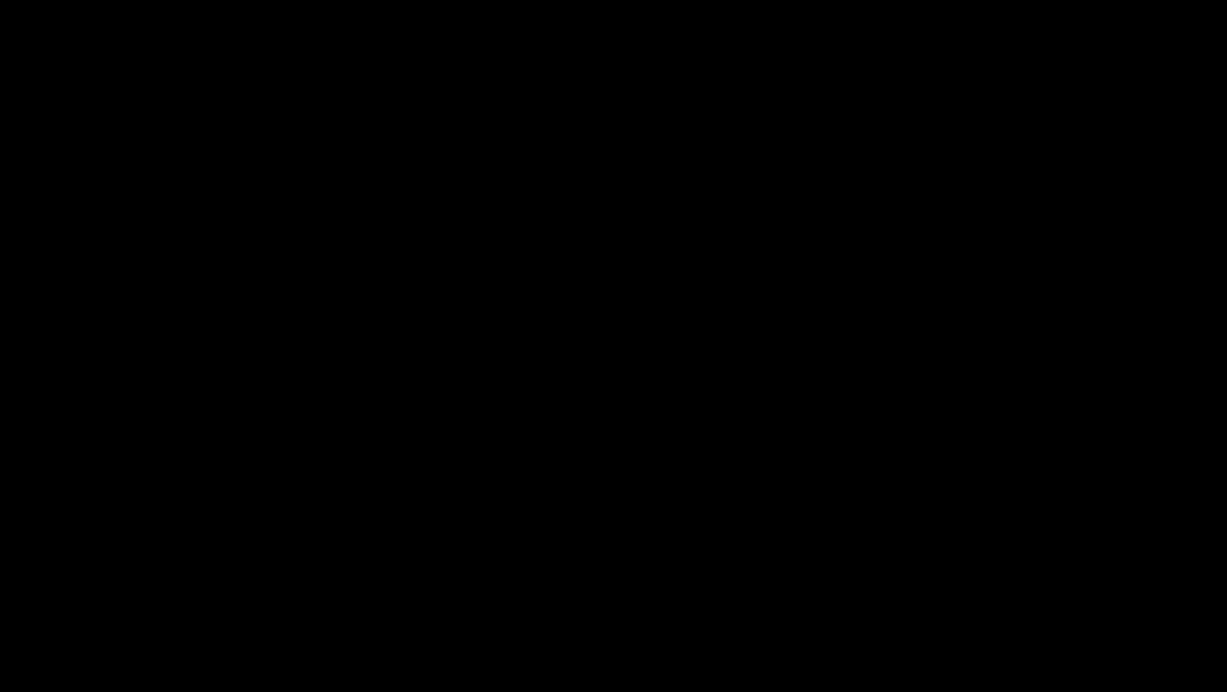
Vecteurs propres associés :

$$|\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|d\rangle \pm |g\rangle)$$



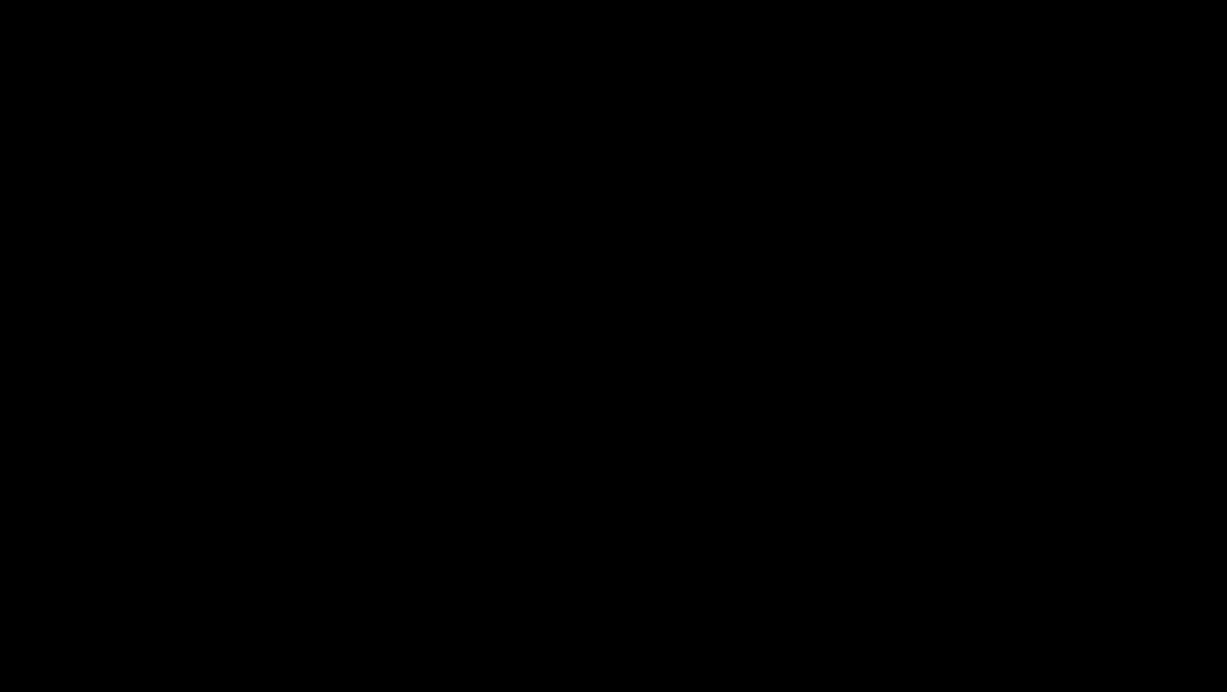
# Fonctions d'onde





`https://www.sci-phy.org/static/python/physique/  
Oscillations\_NH3.py`





## Analogies :

- Résolution matricielle
- Fonctions propres (modes ou états)
- "Levée de dégénérescence"
- Analogie battement et inversion

## Différences :

- Abaissement de l'énergie en mécanique quantique
- Fréquence d'échange dépendant uniquement du couplage en mécanique quantique