

数学建模



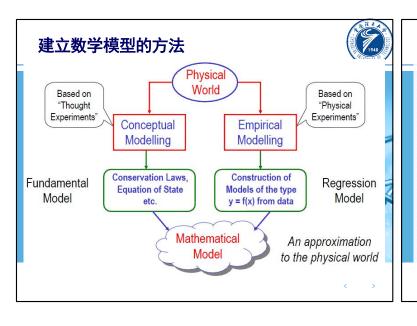
- 数学建模:用有关学科的知识和数学理论,将实际工程问题,用精炼准确的数学语言对其核心部分进行描述并给出数学模型,这一过程称为数学建模。
- 数学模型 (Mathematical model) : 物理实体的数学抽象,即关联研究对象的输入、输出以及一系列参数的数学方程式。
 - ■微分方程、传递函数和状态方程等数学描述形式
- 数学模型要最大可能近似真实的工程本质
- 模型算法要能在计算机上实现

数学模型



- 道德经: 道可道, 非常 (恒) 道
- 苏轼: 道可致而不可求
 - ■规律可以被认知,但是所有的认知都不是永恒的
 - ■世界是无限的, 认识是局限的
 - ⑤马克思: 人是一切社会关系的总和
 - ■具体历史条件、特定的社会关系
 - ⊕波尔的家徽: 互补思想
 - ■波粒二象性+不确定性原理





数学模型分类



- 机理模型、第一原理模型 (First-principle models)、 白箱模型 (White box models):
- 根据化工过程的内部机理,列出其平衡数学方程,分析计算输入量与输出量之间的关系。
- 建模原理: 质量、能量、动量 守恒定律...
- 模型特点:
- 精确,全局适应性强,具有明确的物理意义;
- 难以建立,复杂,大型的ODE或PDE方程组;
- 用于模拟、操作培训和优化

- 经验模型 (Empirical models) 、黑箱模型(Black box models)
- 对研究系统,通过一组输入来考察输出参数的变化规律
- 模型特点:
- 不需要了解过程内部机理,只反映输入与输出关系的经验曲线和经验 函数关系
- 形式简单、建模容易;
- 用于控制器设计
- 半经验模型 (semi-empirical models) , 灰箱模型 (Greybox models)

2

模型的分类

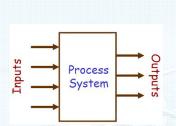


- 根据对过程系统中状态变量分布特征的不同描述方式:
 - ■集中参数模型:状态变量在系统中呈空间均匀分布 (强烈搅拌的 反应罐)
 - 分布参数模型: 状态变量在系统内呈非均匀,但一般是连续的空间分布(管式反应器、变压吸附塔)
 - 多级集中参数模型: 一般用于描述多级串连、级内状态变量均匀分布的过程(板式塔内的传质分离过程)

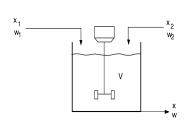
数学模型



- George E. P. Box: "essentially, all models are wrong, but some are useful."
- > 过程设计
- > 过程模拟
- > 控制设计
- > 过程优化



混合器的机理建模



W:总物质流量 X:物质A的物质含

< 11 >

Figure 2.1. Stirred-tank blending process.

质量平衡方程: 输入=输出+累积

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{\rho} (w_1 + w_2 - w)$$

假定混合均匀,密度ρ是常数

$$\frac{dx}{dt} = \frac{w_1}{V\rho} (x_1 - x) + \frac{w_2}{V\rho} (x_2 - x)$$

■ 附: 2000年数学二考研题七、(本題請分7分)

某湖泊的水量为 V,每年排入湖泊内含污染物 A 的污水量为 $\frac{V}{6}$,流入湖泊内不含 A 的水量为 $\frac{V}{6}$,流出湖泊的水量为 $\frac{V}{3}$.已知 1999年底湖中 A 的含量为 $5m_0$,超过国家规定指标,为了治理污染,从 2000 年初起,限定排入湖泊中含 A 污水的浓度不超过 $\frac{m_0}{V}$. 问至多需经过多少年,湖泊中污染物 A 的含量降至 m_0 以内?(注:设湖水中 A 的浓度是均匀的).

<

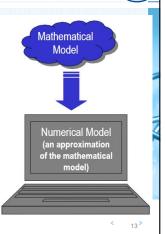
模型计算方法



- 解析算法 (analysis algorithm): 用解析的方法找出表示问题的前提条 件与结果之间关系的数学表达式,并 通过表达式的计算来实现问题求解。
- 解析解 (analytical solution): 连 续、精确、用严格的函数公式表示

$$x^2 = 2$$
 \longrightarrow $x = \sqrt{2}$

- 模型复杂, 很难得到解析解
- 数学模型转化为近似的数值模型
- 数值计算: 使用计算机求数学问题近 似解的方法与过程。

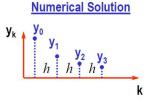


数值计算 (Numerical)



- 连续系统离散化、有限逼近误差
- 数值解是离散的,并且一定有误差
- 注重计算的稳定性、收敛性、快捷的计算速度和高计 算精度。
- $x^2 = 2$ x=1.414

Analytical Solution



常用化工数值计算的计算机软件



- 1.编程语言: C语言, Fortran语言, Visual Basic, Delphi, Python...
- 2. 计算软件
- - Matlab/Simulink

 MatLab是矩阵实验室(Matrix Laboratory)的简称,美国Mathworks公司开发的商业数学软件,以矩阵为计算单元。

 D的能强大,用于算法开发、数据可视化、数据分析、数值计算的高级技术计算语言和交互式环境,主要包括MATLAB和Simulink两大部分。

 工具箱(toolbox):优化,控制系统,模型识别,信号处理,鲁棒控制,神经网络,模型预估控制等

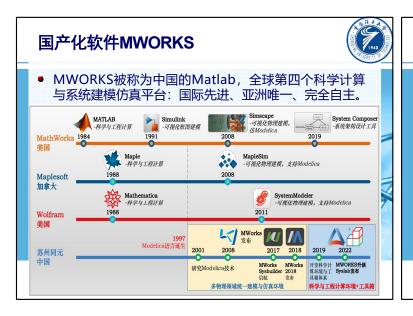
 Simulink 作为人机图像接口,为使用者运用MATLAB里的工具箱,提供一个良好的模拟平台。
 Simulink 没有开发出针对化工过程的专用模块:化工过程包含的大量化合物的物性以及化工设备特性,非常复杂。用化工过程的数学模型,或者过程的输入输出数据,Simulink可对化工过程进行动态模拟,改进过程控制
- Maple, Mathematica

< 15 >

常用化工计算的计算机软件



- Excel: 通用软件, 数据拟合和最优化求解工具
- GAMS (The General Algebraic Modeling System , 通用代数模型系统):
 - GAMS最早是由美国的世界银行(World Bank)的 Meeraus 和 Brooke [1992]所开发。是特别为建模线性,非线性和混合整数 最优化问题而设计的,是一款数学规划和优化的高级建模系统。 以简单清楚的使用者接口和强健稳定的数值分析能力见长。
- G2:
 - G2 美国Gensym公司开发的一套实时专家系统开发平台,用于 实时监测与诊断、智能化监督控制、过程优化、质量管理、开停 车监控及仿真培训器。
 - 具有交互作用的人-机界面,使用结构式的自然语言。具有面向 目标图形生成系统,可很快生成化工流程图。可以接受动态模拟 仿真数学模型;有实时接口与各种集散控制系统相联接,采集实 时数据。



作业



- 自学MWORKS文件学习资料
- 对Matlab感兴趣的同学:
- https://matlabacademy.mathworks.com/cn/details/matlab-onramp/gettingstarted在线学习matlab课程