# Tilastomatematiikka, Harjoitus X

### Tehtävä 1.

Vastusten valmistaja ilmoittaa tuotteensa resistanssin varianssin olevan korkeintaan

σ2 = 81 Ω2. Asian tutkimiseksi otettiin 12 vastuksen otos ja saatiin otosvarianssiksi

s2 = 112, 03. Resistanssi voidaan olettaa kyllin tarkasti normaalijakautuneeksi. Tes-

taa valmistajan väitettä riskitasolla α = 0, 05 käyttämällä luottamusrajaa. Kirjoita

näkyviin myös testattava hypoteesipari.

### Ratkaisu:

Otetaan aluksi tehtävän muuttujat ylös

```
sigma2 = 81.2;
s2 = 112.03;
n = 12;
a = 0.05;
```

Nollahypoteesi H0 on σ2 = 81Ω2, eli että valmistajan väite pitää paikkansa.

Koska s2>sigma2, niin hypoteesi H1 on että σ2 > 81Ω2, eli varianssi on oikeasti suurempi kuin valmistajan väite.

Lasketaan siis luottamusalaraja kaavalla $\hat{\sigma}_L^2 = \frac{(n-1)S^2}{h_{2,\alpha}}$. Täytyy siis ensin etsiä $h_{2,\alpha}$.

```
va = n-1
```

```
va = 11
```

```
h2a = chi2inv(1-a, va)
```

```
h2a = 19.6751
```

```
sigma2Lower = ((n-1)*s2)/h2a
```

```
sigma2Lower = 62.6339
```

Vastaus:

Luottamusalarajaksi saatiin 62.6339. Tämä on pienempi kuin valmistajan antama varianssi, joten on syytä uskoa että valmistajan väite ja H0 pitävät paikkansa.

### Tehtävä 2.

Edellisen tehtävän tilanteessa vastusten resistanssin odotusarvon pitäisi olla 200 ohmia.

Otoskeskiarvoksi realisoitui x = 194, 75 ohmia. Testaa odotusarvoa koskevaa hypotee-

sia μ = 200 riskitasolla α = 0, 05.

a) käyttämällä a-kohdassa annettua populaatiovarianssia σ2

b) käyttämällä a-kohdassa annettua otosvarianssia s2.

## Ratkaisu:

Kirjataan tehtävän muuttujat ylös

```
mu = 200;
x = 194.75;
a = 0.05;
sigma2 = 81.2;
s2 = 112.03;
n = 12;
```

Kuten tehtävänannossa sanottiin, H0: μ=200. Koska realisoitunut otoskeskiarvo on pienempi, asetetaan vaihtoehtoiseksi hypoteesiksi H1: μ < 200.

**a)**

Lasketaan luottamusyläraja kaavalla $\hat{\mu}_U = \overline{X} + z_\alpha \sigma / \sqrt{n}$

```
z_a = norminv(1-a, 0, 1)
```

```
z_a = 1.6449
```

```
mu_u = x + z_a*sqrt(sigma2)/sqrt(n)
```

```
mu_u = 199.0287
```

Vastaus:

Luottamusylärajaksi saatiin 199.0287. Koska luku on pienempi kuin annettu odotusarvo, H0 tuskin pitää paikkaansa (joten jatketaan hypoteesilla H1).

**b)**

Tehdään muuten samat laskut, paitsi että annetun populaatiovarianssin sijasta käytetään otosvarianssia.

```
mu_u = x + z_a*sqrt(s2)/sqrt(n)
```

```
mu_u = 199.7758
```

Vastaus:

Tälläkin kertaa luottamusylärajan arvo -- 199.7758 -- on pienempi kuin annetun odotusarvon, joten H0 tuskin pitää paikkaansa tälläkään kertaa.

### Tehtävä 3.

Tutkittiin kahden eri valmistajan valmistamien lamppujen kestoa. Kerättiin 10 kappaleen otos valmistajan A lamppuja ja 11 kappaleen otos valmistajan B lamppuja. Saatiin otoskeskiarvot xA = 1400 tuntia ja xB = 1250 tuntia sekä otoshajonnat sA = 120 tuntia ja sB = 80 tuntia. Lamppujen kesto voidaan olettaa normaalijakautuneeksi. Muodosta 95 prosentin luottamusväli populaatiovarianssien suhteelle σA2/σB2 ja tutki tämän välin avulla voidaanko populaatiovariansseja olettaa samoiksi. Kirjoita näkyviin myös testattava hypoteesipari.

### Ratkaisu:

```
n_A = 10;
n_B = 11;
s_A = 120;
s_B = 80;
a = 0.05;
```

Nollahypoteesi on että populaatiovarianssit ovat samat H0:$\sigma_A^2 = \sigma_B^2$

Vaihtoehtoinen hypoteesi on että varianssit eivät ole samat H1: $\sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$

Jos populaatiovarianssit ovat samat, niiden suhde on 1. Nollahypoteesilla voidaan jatkaa jos 1 sijoittuu luottamusvälille.

Varianssien suhdetta laskiessa käytetään F-jakautunutta muuttujaa $F = \frac{\sigma_A^2}{\sigma_B^2} * \frac{S_A^2}{S_B^2}$, joten luonnollisesti käytetään F jakaumaa.

Luottamusvälin rajat saadaan kaavalla $\frac{1}{f_{x,\alpha/2}} * \frac{S_A^2}{S_B^2}$, jossa x on joko 1 tai 2 riippuen lasketaan ylä- vai alarajaa.

```
va_A = n_A-1
```

```
va_A = 9
```

```
va_B = n_B-1
```

```
va_B = 10
```

```
f_1a2 = finv(a/2, va_A, va_B)
```

```
f_1a2 = 0.2523
```

```
f_2a2 = finv(1-a/2, va_A, va_B)
```

```
f_2a2 = 3.7790
```

```
u_limit = (1/sqrt(f_1a2))*(va_A/va_B)
```

```
u_limit = 1.7919
```

```
l_limit = (1/sqrt(f_2a2))*(va_A/va_B)
```

```
l_limit = 0.4630
```

Vastaus:

Luottamusväliksi saatiin 0.4630 - 1.7919. 1 kuuluu välille, joten voidaan pitää todennäköisenä että populaatiovarianssit ovat yhtäsuuret, eli jatketaan hypoteesilla H0.

### Tehtävä 4.

Testaa edellisen tehtävän tilanteessa riskitasolla α = 0, 05 hypoteesiparia H0 : μA = μB

ja H1 : μA > μB olettaen, että σA = σB . Tee testaus käyttämällä sekä luottamusrajaa

että testisuuretta.

### Ratkaisu:

```
a = 0.05;
x_A = 1400;
x_B = 1250;
n_A = 10;
n_B = 11;
s_A = 120;
s_B = 80;
```

Tarkastellaan odotusarvojen erotusta. Jos ne keskiarvot ovat samat, niiden erotuksen tulisi olla 0. Jos taas H1 pitää paikkansa, erotus on positiivinen. Etsitään luottamusalaraja

kaavalla $\bar{x}_A - \bar{x}_B - t_\alpha s_p \sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}}$. Etsitään ensin t_a ja s_p. s_p saadaan

kaavalla$s_p^2 = \frac{(n_A - 1) * s_A^2 + (n_B - 1) * s_B^2}{n_A + n_B - 2}$

```
va = n_A + n_B - 2
```

```
va = 19
```

```
t_a = tinv(1-a, va)
```

```
t_a = 1.7291
```

```
s_p = sqrt( ( (n_A-1)*s_A^2+(n_B-1)*s_B^2 )/( n_A+n_B-2 ) )
```

```
s_p = 100.9429
```

```
u_L = x_A-x_B - t_a*s_p*sqrt(n_A^-1 + n_B^-1)
```

```
u_L = 73.7364
```

Vastaus:

Koska saatu alaraja on paljon nollaa isompi, luottamusrajan perusteella päädytään hypoteesiin H1.