记t_k时刻种群数量分布向量

$$x^{(k)}=\left[x_1^{(k)},x_2^{(k)},\cdots,x_n^{(k)}\right]^{\mathrm{T}},\quad k=0,1,2,\cdots.$$

则初始时刻种群数量分布向量为

$$x^{(0)}=\left[x_1^{(0)},x_2^{(0)},\cdots,x_n^{(0)}\right]^{\mathrm{T}}$$

t_k时刻种群中第一个年龄组的数量等于t_{k-1}时刻各年龄组产下所有雌性幼体的总和

$$x_1^{(k)}=a_1x_1^{(k-1)}+a_2x_2^{(k-1)}+\cdots+a_nx_n^{(k-1)},\quad k=0,1,2,\cdots.$$

同时，t_k时刻第$i+1$个年龄组中雌性奶牛的数量等于t_{k-1}时刻第i个年龄组中存活下来的雌性奶牛的数量

$$x_{i+1}^{(k)}=b_ix_i^{(k-1)},\quad i=1,2,\cdots,n-1.$$

即有

$$\begin{cases}x_1^{(k)}=a_1x_1^{(k-1)}+a_2x_2^{(k-1)}+\cdots+a_nx_n^{(k-1)}, \\ x_2^{(k)}=b_1x_1^{(k-1)}, \\ x_3^{(k)}=b_2x_2^{(k-1)}, \\ \vdots \\ x_n^{(k)}=b_{n-1}x_{n-1}^{(k-1)}.\end{cases}$$

记等式右端系数矩阵为L，有

$$L=\begin{bmatrix}a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} & a_n \\ b_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & b_{n-1} & 0\end{bmatrix}$$

则

$$x^{(k)}=Lx^{(k-1)},\quad k=1,2,\cdots,12.$$

由题知，本题中初始种群数量分布向量为

$$\mathbf{x}^{(0)}=[10\quad 10\quad 10\quad 10\quad 10\quad 10\quad 10\quad 10\quad 10\quad 10\quad 10\quad 10]^{\mathrm{T}}$$

子代雌雄个体总莱斯利矩阵为

$$\mathbf{L}'=\begin{bmatrix}0&0&1.1&1.1&1.1&1.1&1.1&1.1&1.1&1.1&1.1&1.1\\0.95&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0.95&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0.98&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0.98&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0.98&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0.98&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0.98&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0.98&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0.98&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0.98&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0.98&0\end{bmatrix}$$

子代为雌性的几率为0.5,则雌性个体莱斯利矩阵为

$$
\mathbf{L} = \begin{bmatrix}
0 & 0 & 0.55 & 0.55 & 0.55 & 0.55 & 0.55 & 0.55 & 0.55 & 0.55 & 0.55 & 0.55 \\
0.95 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0.95 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0.98 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0.98 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0.98 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.98 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.98 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.98 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.98 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.98 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.98 & 0
\end{bmatrix}
$$

小公牛

$$c_1^{(k)} = x_1^{(k-1)} \times L \times 30$$

$$\sum_{k=1}^{5} c_1^{(k)} = 30 \sum_{k=1}^{5} (x_1^{(k-1)} \times L)$$

小母牛

$$c_1^{(k)} = x_1^{(k-1)} \times L \times j \times 40$$

$$\sum_{k=1}^{5} c_1^{(k)} = 40 \sum_{k=1}^{5} (x_1^{(k-1)} \times j \times L)$$

老母牛

$$c_{12}^{(k)} = x_{12}^{(k-1)} \times L \times 120$$

$$\sum_{k=1}^{5} c_{12}^{(k)} = 120 \sum_{k=1}^{5} (x_{12}^{(k-1)} \times L)$$

产奶

$$c^{(k)} = \sum_{i=2}^{12} x_i^{(k-1)} \times L \times 370$$

$$c = \sum_{k=0}^{5} \sum_{i=2}^{12} x_i^{(k-1)} \times L \times 370$$

限制

$$\sum_{i=1}^{2} x_i \times \frac{2}{3} + \sum_{i=2}^{12} x_i \times 1 \leq 200$$

贷款

$$\sum_{i=1}^{12} x^k \leq \frac{M}{200} + 130, k = 0, \ldots, 5$$