**2024年第一次模拟训练A题**

**农场生产5年规划**

一位拥有200英亩农场的农场主希望根据农场的现有条件制定一个5年生产计划。该农场的主要产出为奶牛和牛奶。目前，他有120头奶牛，包括20头小母牛(小于两岁的母牛，母牛满2岁即认为成年)和100头成年奶牛。每头小母牛需要2/3英亩的土地来养活它，每头奶牛需要1英亩土地。

一头成年奶牛平均每年产1.1头小牛。这些小牛中有一半将是公牛，在出生后不久以平均每头30美元的价格出售。剩下的小母牛要么以40美元的价格出售，要么饲养到两岁，成为奶牛。今年，所有确定出售的小母牛都已售出。对于一头奶牛而言，其产奶期一般为2岁至11岁，12岁及其以上的奶牛产奶量比较少，所以一般做法是在12岁时以平均每头120美元的价格出售所有奶牛。然而，每年平均有5%的小母牛和2%的奶牛死亡。目前，农民的120头奶牛平均分布，从0岁到11岁，每个年龄10头奶牛。

平均一头奶牛产的奶每年可以卖到370美元。农场目前的牛舍容量有限，最多可以养130头牛（含小牛和奶牛），但如果追加200美元投资，可以让牛舍容量上限增加1。农场主可以用贷款的方式来扩充牛舍，假设贷款的年息为15%，贷款期限为10年，还款方式为每年一次等额还款，并且不允许年度现金流量为负。

每头奶牛除了吃牧草以外，每年还需要0.6吨粮食和0.7吨甜菜，小牛主要吃牧草，不喂谷物和甜菜。这两种植物都可以在农场种植。甜菜的种植要求比较低，在农场的任何土地上都可以种植，平均每英亩土地可产1.5吨甜菜。然而，农场中只有80英亩适合种植粮食，而且这些土地的生产力水平也不尽相同，如表1所示。

表1 各种土地粮食产量

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 土地组别 | 大小（英亩） | 平均粮食产量（吨） |
| 第1组 | 20 | 1.1 |
| 第2组 | 30 | 0.9 |
| 第3组 | 20 | 0.8 |
| 第4组 | 10 | 0.65 |

甜菜的购买价格为70美元每吨，出售价格为58美元每吨；粮食的购买价格为90美元每吨，出售价格为75美元每吨.

目前，农场雇佣了部分工人，每年支出4000美元的工资，获得5500小时的劳动力，额外的劳动力（加班，或者零时雇工）可以按每小时1.20美元的价格支付。饲养和种植都需要付出一定的劳动力和成本，具体费用见表2.

表2 饲养和种植的劳动力和所需资金

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 类别 | 劳动力（小时/年） | 所需资金（美元/年） |
| 饲养小母牛 | 10 | 500 |
| 饲养奶牛 | 42 | 100 |
| 种植粮食 | 4 | 15 |
| 种植甜菜 | 14 | 10 |

另外，当生产计划执行完成时，农场的奶牛数量不能少于50头，不能多于175头。请根据以上的条件制定一个生产计划，对生产计划进行测试，撰写数学建模论文，对规划模型以及结果进行解释和说明。