FORMULARIO [Secciones Canónicas]

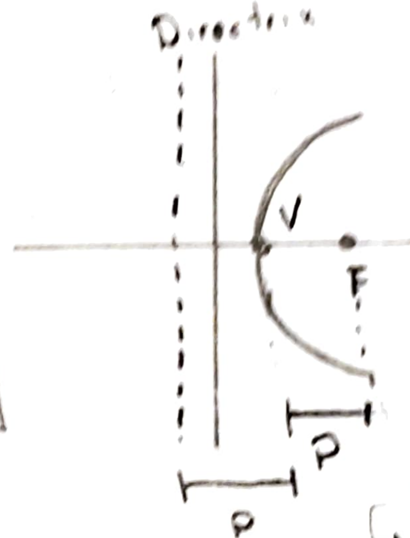
Círculo

- $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ } canónica

$x^2-2hx+h^2+y^2-2ky+k^2-r^2=0$ } General

Parábola

- $(x-h)^2=4p(y-k)$ } canónica ver



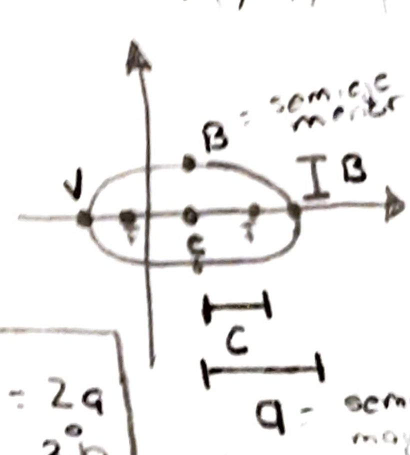
- $p=\frac{1}{4a}$
- directrix $y=k-p$
- $F\ (h, k+p)$
- centro (h,k)
- $LR=4p$

$\boxed{A=0 \text{ ó } C=0}$

* Horizontal
↳ $(y-h)^2 = 4p(x-$

Elipse

- $\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$



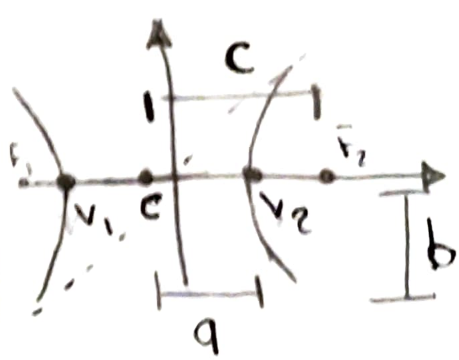
- $c^2=a^2-b^2$
- centro (h,k)
- $P=(x,y)$ (Punto)

$\boxed{A \neq C \text{ pero signos iguales}}$

$\boxed{\text{Ejes} = 2a,\ 2b}$

Hipérbola

- $\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$



- $c^2=a^2+b^2$
- centro (h,k)

$LR=\frac{2b^2}{a}$ id.

$\boxed{A \neq C \text{ pero signos diferentes}}$

$e=\frac{c}{a}$

ROTACIÓN DEL EJE

$\underline{I = B^2 - 4AC}$ ① $I < 0$ Elipse ② $I = 0$ Parábola ③ $I > 0$ Hipérbola

- $\tan 2\theta = \frac{B}{A-C} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ ▸ $\cos 2\theta = \frac{c.a}{hip}$  $c.a = \Delta x$

- $\operatorname{sen}\theta = \sqrt{\frac{1-\cos 2\theta}{2}}$ ▸ $\cos\theta = \sqrt{\frac{1+\cos 2\theta}{2}}$

4 en x — 4 en y

$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$

$x = \bar{x}\cos\theta - \bar{y}\operatorname{sen}\theta$

$y = \bar{x}\operatorname{sen}\theta + \bar{y}\cos\theta$

* Sustituir en ecuación
* Desarrollar polinomio
* Factorizar
* Analizar cónica

Nota: Cuando $A = C$ entonces $45°$

* el que es positivo en la hipérbola determina orientación
+x → horizontal

Ángulos dobles

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \operatorname{sen}^2\alpha = 1 - \operatorname{sen}^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$

$\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

- Ecuación distancia $d = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$
- Ecuación midpoint $x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$ $y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$

$a > b$ cuando a está en x → horizontal, y → vertical

Formulario 2

Dominio: $x \in \ldots$ Rango (Recorrido) $y \in \ldots$

[ ] lapso / ( ) hasta pero sin tocar / $-\{\ \}$ Excepto

constante / identidad / Valor absoluto

Variable depen toma valor valor indepe | no puede obtener valor negativo

Inyectiva { Cada valor del dominio corresponde a **una** imagen recorrido
*No están parábolas

Supra/sobreyectivas { Tienen uno o mas valores del dominio

Biyectivas { So los que son inyectivas y supra yectivas (Las anteriores)

Operaciones (Con funciones)

$F(x) \pm g(x)$ / $f(x)\,g(x)$ / $\dfrac{f(x)}{g(x)}$

Otras operaciones

Función inversa | $f^{-1}(x) = \frac{1}{x} \cdot f(x)$ 〉 $y = x^3 \rightarrow x = \sqrt[3]{y} = y^{1/3}$
$\therefore f^{-1}(x) = y = x^{1/3}$

* Invertimos dominio y recorrido
→ * Función biyectiva

Igualdad de funciones | $f(x) = g(x)$ comprobar mediante dominio y recorrido

Composición de funciones | $f \circ g(x)$
$g \circ f(x)$
* sustituyes una función en los valores de x

NOTA

$(x-3)^2 - 1$

despla inverso en · despla en

Tipos de funciones

- **Trigonométricas**

- **Pares** → simétrica al eje y

  * $y = x^2$ → $f(x) = f(-x)$

- **Por partes**

  → mas de una regla de correspondencia

- **Impares** → $f(-x) = -f(x)$

  * $y = x^3$ → simétrico al origen de del sistema referencia

---

PARAMÉTRICAS

$x^2 = t - 1 \qquad y = \frac{1}{t-3}$

$t = x^2 + 1 \qquad t = \frac{1}{y} + 3$

$x^2 + 1 = \frac{1}{y} \cancel{+} 3$

$x^2 + 1 - 3 = \frac{1}{y}$

$y x^2 - 2y = 1$ } Forma implicita

$y(x^2 - 2) = 1$

$y = \frac{1}{x^2 - 2}$ } Forma explicita

t	x	y
1	0	
2	1	
3	$\sqrt{3}$	
4	2	

sacar con función

Ecuación de forma explicita

$x^2 = t - 1$

→ $x = \sqrt{t-1}$

Intervalo Paramétrico | $\underbrace{S_x \cup S_y}_{\text{Intervalo de ecuación original de } x^2 = t-1 \text{ y } y = \frac{1}{t-3}}$ | $IP = \{ t \mid (\quad , \quad) \}$

- **Funcion exponencia** $y = a^x$ a = constante positiva

- **Logaritmica** $y = \log_{10} x$ → $x = b^y$ * No hay logaritmos negativos

$\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$

$\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$

$\log_a b^n = n \log_a b$

Cambio base | $\log_a M = \frac{\log_b M}{\log_b a}$

FORMULARIO

- Razón de cambio $= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

- $\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = L = \lim\limits_{x \to x_0^+} f(x)$ } Cuando L es distinto no existe límite $\nexists$

- $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = L$, $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = M$

- $\frac{\text{Suma}}{\text{diferencia}}$ $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) \pm g(x)] = L \pm M$
- Producto $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) * g(x)] = L * M$
- Cociente $\lim\limits_{x \to x_0} \left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{L}{M}$ $M \neq 0$
- Constante $\lim\limits_{x \to x_0} [k f(x)] = k * L$
- Potencia $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x)]^{\frac{m}{n}} = L^{\frac{m}{n}}$

- $\frac{n}{\infty} = 0$ - $\frac{n}{0} = \infty$ } considera los signos

- $\frac{0}{0}$ ó $\frac{\infty}{\infty}$ } Indeterminados

- Propiedades Límites

① $\lim\limits_{x \to \infty} a^x = \begin{cases} \infty & \text{si } a > 1 \\ 0 & \text{si } 0 < a < 1 \end{cases}$

② $\frac{\text{sen } x}{x} = 1$ | $\frac{x}{\text{sen } x} = 1$

③ $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\text{sen } kx}{x} = k$ | $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x} = 0$

③ $\lim\limits_{m \to 0} \frac{\text{sen } m}{\cos m + 1} = 0$ | $\lim\limits_{m \to 0} \frac{\text{sen } m}{m} = 1$

- $\underbrace{\text{Uno mágico}}_{\text{conjugado}}$ / Factorizar / $\underbrace{\text{dividir entre } x}_{\text{solo infinito}}$ ← exponente más grande

* División sintética

↳ cubos → $(a^3 + b^3) = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ / $(-) = (-)(+++)$

▶ Continuidad

① Definir en x_0 $f(x_0)$ ② $\underbrace{f(x_0) = \lim_{x \to x_0} f(x)}_{\text{Evaluar}}$

③ Comparar ① y ②

▶ Funciones trigonométricas Hiperbólicas

$$\operatorname{senh}(\theta) = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \qquad \cosh(\theta) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\tanh(\theta) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

▶ Función compuesta $f \circ g = f(g(x))$

① Evaluar en $f(x)$ ② Evaluar en $g(x)$ ③ Evaluar en $f \circ g$

▶ Remover discontinuidad

① Reconocer discontinuidad ② Agregar puntos para crear continuidad

▶ Continuidad en un intervalo

$a < x < b$ la función es continua en $[a,b]$

$$\lim_{x \to a} f(x) = a \quad y \quad \lim_{x \to b} f(x) = b$$

▶ $$\frac{\operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right)}{x} = \frac{\frac{\frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right)}{x} = \frac{\frac{1}{2}\cancel{x} \cdot \left(\frac{\operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right)}{\frac{x}{2}}\right)}{\cancel{x}} = \frac{1}{2} \cdot 1$$

▶ Al conjugado lo puedo elevar al cuadrado

▶ Puedo multiplicar por el conjugado del numerador y denominador

DERIVADAS

$$f'(x) = \lim_{x \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Recta tangente $m_T = \frac{-1}{m}$ ← pendiente obtenida de derivada

$\therefore$ $y - \text{punto} = m_T(x - \text{punto})$

- $f'(x) = x\,n^{n-1}$
- $f'(x) = uv' + u'v$
- $f'(x) = \frac{vu' - v'u}{v^2}$
- $\frac{d}{dx}[f(x)]^n = n[f(x)]^{n-1}[f'(x)]$
- $f'(x) = uwv' + uw'v + u'wv$

Trigonome

$\frac{d}{dx} \operatorname{sen} x = x' \cos x$ $\qquad$ $\frac{d}{dx} \cos x = -\operatorname{sen} x$

$\frac{d}{dx} \tan x = \sec^2 x$ $\qquad$ $\frac{d}{dx} \cot x = -\csc^2 x$

$\frac{d}{dx} \sec x = \sec x \tan x$ $\qquad$ $\frac{d}{dx} \csc = -\csc x \cot x$

NOTA RECIPROCAS | $\operatorname{sen} x = \frac{1}{\csc x}$ | $\cos x = \frac{1}{\sec x}$

Pitagóricas | • $\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$ | • $1 + \cot^2 x = \csc^2 x$

• $\tan x + 1 = \sec^2 x$

Expo/Loga

$f(x) = e^x$
↳ $f'(x) = e^x \cdot x'$

$f(x) = a^x$
↳ $f'(x) = a^x \cdot x' \cdot \ln a$

$f(x) = \ln x$
↳ $f'(x) = \frac{1}{x} \cdot x'$

$f(x) = \log_b x$
↳ $f'(x) = \frac{1}{x \ln b}$

* la función discontinua en un punto no se puede derivar
* Hiperbólicas → Formulario | * Trigonométricas inversas
* Función inversa $f^{-}(x)$ | $f(x) = \frac{2x+3}{5-x} = y$

$\therefore$ $x = \frac{2y+3}{5-y}$ $= x(5-y) = 2y+3$ / $5x - xy = 2y + 3$ $\rangle$ $-xy - 2y = 3 - 5x$ / $y(x+2) = -3 + 5x$

$y = \frac{5x-3}{x+2}$

Forma implícita | numerador (pasarlo negativo)
denominador ← es y

* Aplicamos $uv' + u'v$ * siempre ponemos a "y" como y' y lo pasamos de un lado

Ejem $\frac{d}{dx}\, x^4 y^3 = 4x^3y^3 + (x^4\, 3y^2)y' \therefore y'(3x^4 3y) = -4x^3y$

TEOREMA DE ROLLE | Encontrar valor crítico (mínimo o máximo)
* Al menos 1

Valor extremo → Mínimo/Máximo absoluto
* Dar coordenadas

TEOREMA VALOR MEDIO | $\underbrace{\frac{f(b) - f(a)}{b - a}}$ $= f'(c)$

* esto lo metemos en la derivada → buscar x
* evaluar en función

Derivadas | 1ra → Valores críticos (Despeja e igualar a 0)
2da → Evaluar valor crítico para máximo o mínimo
2da → Punto inflexión (Igualar a 0)

Creciente / Decreciente | ∪ convexo ∩ cóncavo

Ángulos entre 2 curvas | $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}\right)$ | Puntos intersección → (Raíces) / Igualar funciones

Evaluar (raíces) en m_1 y m_2 ← función derivada de cada función | Evaluar en ángulo * No mayor a 90°

*Meter ángulos no radianes en calculadora

Álgebra Vectorial

$$\bar{a} = (a_1, a_2, a_3) \begin{cases} a_1 = x_q - x_p \\ a_2 = y_q - y_p \\ a_3 = z_q - z_p \end{cases}$$

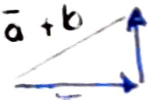
Q ← Punto final

P ← Punto partida

$|\bar{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$ | Modulo

- Vector posición { Punto en el origen
- Suma vector | $\bar{a} + \bar{b} = [a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3]$
- vector nulo | $\bar{a} + (-\bar{a}) = 0$
- Vector por escalar | $\lambda\bar{a} = \lambda a_1 + \lambda a_2$
- vector unitario | $\bar{a}_u = \dfrac{\bar{a}}{|\bar{a}|} = \dfrac{a_1, a_2, a_3}{|\bar{a}|} = 1$ ← Modulo de vector unitario
- Distancia entre 2 puntos (diferencia) vectores posición | $\bar{a} - \bar{b}$; $|\bar{a} - \bar{b}| = d$

- Producto escalar (Punto) | $\bar{a} \cdot \bar{b} = \sum_{i=1}^{n}$ | ① Multiplicas ② sumas el resultado | Escalar
- Ortogonalidad | Producto escalar $= 0$



$$|\bar{a} + \bar{b}|^2 = |\bar{a}|^2 + |\bar{b}|^2 = \sqrt{(a_1 + b_1)^2 + (a_2 + b_2)^2 + (a_3 + b_3)^2}$$

- Componente escalar del vector. | $\lambda = \dfrac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{|\bar{b}|} = \dfrac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{\frac{|\bar{b}|^2}{|\bar{b}|}}$

Modulo escalar | $\bar{b} \cdot \bar{b} = |\bar{b}|^2 = b_1^2 + b_2^2 + b_3^2$

- Componente vectorial | $\bar{a}_{\bar{b}} = \lambda \bar{b}_u = (\lambda)\left(\dfrac{\bar{b}}{|\bar{b}|}\right) = \underbrace{\dfrac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{|\bar{b}|}}_{\lambda} \dfrac{\bar{b}}{|\bar{b}|}$

Ángulos entre vectores | $\cos\theta = \dfrac{\bar{a}\cdot\bar{b}}{|\bar{a}||\bar{b}|}$, $\bar{a}\cdot\bar{b} = |\bar{a}||\bar{b}|\cos$
↳ menor a 90

Ángulos y cosenos directores |
$\alpha = \sphericalangle\cos \dfrac{a_1}{|\bar{a}|}$
$\beta = \sphericalangle\cos \dfrac{a_2}{|\bar{a}|}$
$\gamma = \sphericalangle\cos \dfrac{a_3}{|\bar{a}|}$

Relación escalar | $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$

Producto vectorial | $\bar{a}\times\bar{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = i\,|a_2b_3 - b_2a_3|$

El vector resultante es perpendicular a $\bar{a}$ y $\bar{b}$ $\quad - j\,|a_1b_3 - b_1a_3| + k \begin{vmatrix} a_1 & b_2 \\ - \\ b_1 & a_2 \end{vmatrix}$

Magnitud Producto vectorial | $|\bar{a}\times\bar{b}| = |\bar{a}||\bar{b}|\operatorname{sen}\theta$; $\operatorname{sen}\theta = \dfrac{|\bar{a}\times\bar{b}|}{|\bar{a}||\bar{b}|}$

NOTA: $\operatorname{sen}\theta + \cos\theta = 180°$

Paralelismo | $\bar{a}\times\bar{b} = 0$; $|\bar{a}\times\bar{b}| = |\bar{a}||\bar{b}|\operatorname{sen}\theta = 0$
Producto vecto igual a cero | $\theta = 0°$ y $180°$ ← dirección contraria

---

Producto mixto | $[\bar{a},\bar{b},\bar{c}] = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$ Recuerda el segund por negativo

↓
Volumen → $a_1| - | - a_2|\cdot| + a_3|\cdot|$ ← sumarlo (modulo)

- Un vector unitario sus componentes escalares son sus cosenos directores
* Quitar potencias

∴ ▸ ecuación vectorial $(x, y, z) = \bar{r}$ ← Eliminar paramet

▸ ecuación cartesiana ( ) ← dejar en términos de $x, y, 0, z$

escribile el i, j, k

|Producto x| para área