PRIMER EXAMEN PARCIAL DE CÁLCULO Y GEOMETRÍA ANALÍTICA. Semestre 18-1 Tipo B

10

Nombre Murrieta Villegas Alfonso

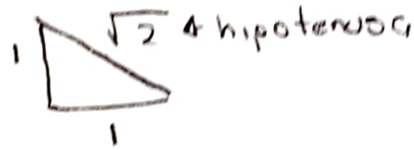
Verificar si la siguiente expresión $x^2 - 2xy + y^2 - x = 0$ corresponde a una cónica, identificarla mediante sus características: vertical u horizontal, lado recto, excentricidad, distancias focal y entre vértices, centro o vértice de ser el caso, ecuaciones canónica y cuadrática, así como su gráfica, sino es cónica identificar el lugar geométrico y graficarlo

- $x^2 - 2xy + y^2 - x = 0$ ∴ Por lo tanto es del tipo Parábola

$I = (-2)^2 - 4(1)(1) = 0$

- Debido a que $A = C$ entonces el ángulo de rotación es de $45°$

- $\cos 2\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$



$\cos 2\theta = \frac{c.a}{hipo} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

- sustitución en x y y

$x = \frac{\bar{x}}{\sqrt{2}} - \frac{\bar{y}}{\sqrt{2}} \qquad y = \frac{\bar{x}}{\sqrt{2}} + \frac{\bar{y}}{\sqrt{2}}$

- Sustituir en ecuación

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} - \frac{y}{\sqrt{2}}\right)^2 - 2\left[\left(\frac{x}{\sqrt{2}} - \frac{y}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{y}{\sqrt{2}}\right)\right] + \left(\frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{y}{\sqrt{2}}\right)^2 - \left[\frac{x}{\sqrt{2}} - \frac{y}{\sqrt{2}}\right] = 0$$

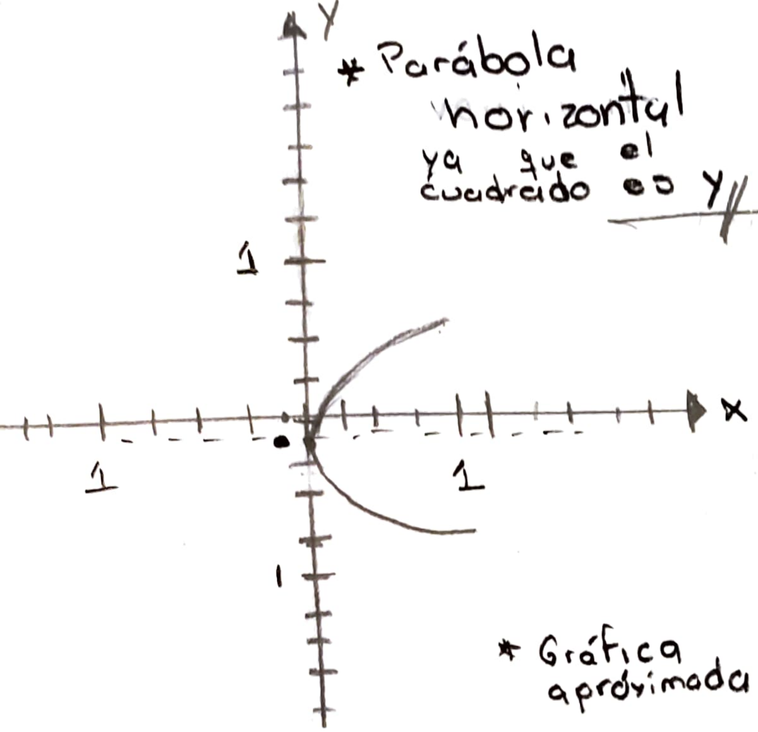
$$\left(\frac{x^2 - 2xy + y^2}{2}\right) - 2\left[\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2}\right] + \left(\frac{x^2 + 2xy + y^2}{2}\right) - \left[\frac{x}{\sqrt{2}} - \frac{y}{\sqrt{2}}\right] = 0$$

$$\underbrace{\frac{1}{2}x^2 - \cancel{xy} + \frac{1}{2}y^2} \underbrace{- x^2 + y^2} \underbrace{+ \frac{1}{2}x^2 + \cancel{xy} + \frac{1}{2}y^2} - \left[\frac{x}{\sqrt{2}} - \frac{y}{\sqrt{2}}\right] = 0$$

$$\cancel{x^2} - \cancel{x^2} + y^2 + y^2 - \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{y}{\sqrt{2}} = 0$$

$$2y^2 - \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{y}{\sqrt{2}} = 0$$

$$2y^2 + \frac{y}{\sqrt{2}} = \frac{x}{\sqrt{2}}$$



* Parábola horizontal ya que el cuadrado es y

* Gráfica aproximada

Ecuación canónica

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{8}\right)^2 = \frac{1}{32}$$

$$2y^2 + \frac{y}{\sqrt{2}} = \frac{x}{\sqrt{2}} = 2\left(y^2 + \frac{y}{2\sqrt{2}}\right)$$

$$2\left(y^2 + \frac{\sqrt{2}}{4}y + \left[\frac{\sqrt{2}}{8}\right]^2\right) = \frac{x}{\sqrt{2}} + 2\left[\frac{\sqrt{2}}{8}\right]^2$$

$$2\left(y + \frac{\sqrt{2}}{8}\right)^2 = \frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{16}$$

$$\left(y + \frac{\sqrt{2}}{8}\right)^2 = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{16}}{2}$$

$$\left(y + \frac{\sqrt{2}}{8}\right)^2 = \frac{\sqrt{2}}{4}x + \frac{1}{32}$$

Ecuación canónica $$\left(y + \frac{\sqrt{2}}{8}\right)^2 = \frac{\sqrt{2}}{4}\left(x + \frac{\sqrt{2}}{16}\right)$$

$$4p = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$p = \frac{\sqrt{2}}{16} = .0883$$

- Foco $(h+p, k)$
- Directrix $(h-p, k)$

- Vertice $\left(-\frac{\sqrt{2}}{16}, -\frac{\sqrt{2}}{8}\right)$
- Foco $\left(0, -\frac{\sqrt{2}}{8}\right)$
- Directrix $\left(-\frac{\sqrt{2}}{8}, -\frac{\sqrt{2}}{8}\right)$
- $LR = 4p = \frac{\sqrt{2}}{4} = .3535$

Ecuación General

$$y^2 + \frac{\sqrt{2}}{4}y + \cancel{\frac{1}{32}} - \frac{\sqrt{2}}{4}x - \cancel{\frac{1}{32}} = 0$$

$$y^2 + \frac{\sqrt{2}}{4}y - \frac{\sqrt{2}}{4}x = 0$$

Valores en decimales

$V = (-.0883, -.1767)$

$F = (0, -.1767)$

Directrix $= (-.1767, -.1767)$

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL DE CÁLCULO Y GEOMETRÍA ANALÍTICA, Semestre 18-1, Tipo **A**

9.75

Nombre Murrieta Villegas Alfonso

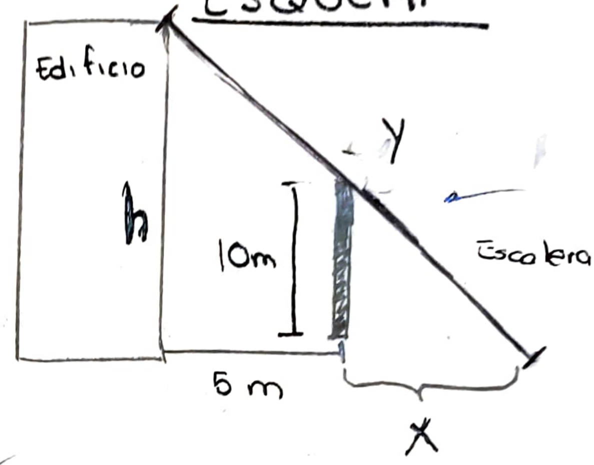
1. Para llegar a un edifico se coloca una escalera apoyada en el piso y en una pared de 10 [m], que se encuentra a 5 [m] del edificio. Determinar la longitud de la escalera en función de la distancia de su apoyo en el piso y la pared.
Utilizar triángulos semejantes y el teorema de Pitágoras.

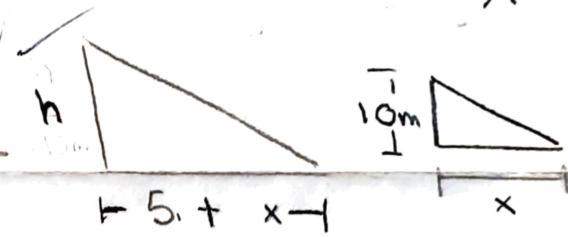
5

- $\text{hipotenusa}^2 = \left(\text{cateto opues}\right)^2 + \left(\text{cateto ady}\right)^2$
- $\text{hipotenusa} = \sqrt{\left(\text{cat op}\right)^2 + \left(\text{cat ady}\right)^2}$
- $y = \sqrt{(h)^2 + (x+5)^2}$
- Sustituimos nuestro valor obtenido de la tangente

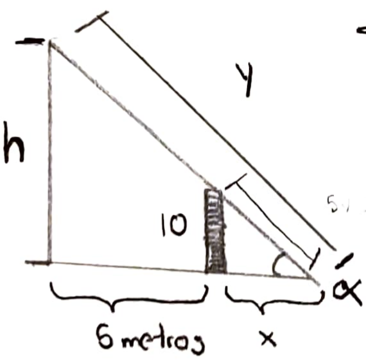
$$y = \sqrt{\left(\frac{50+10x}{x}\right)^2 + (x+5)^2}$$

ESQUEMA





* y = longitud de la escalera



→ Los ángulos son los mismos por lo tanto

- $\tan\alpha = \frac{\text{cat. opuesto}}{\text{cat. ady}}$
- $\tan\alpha = \frac{10}{x}$] Triángulo pequeño
- $\tan\alpha = \frac{h}{5+x}$] Triángulo grande

relación de proporción

→ Igualamos

$$\frac{10}{x} = \frac{h}{5+x} \rightarrow h = \left(\frac{10}{x}\right)(5+x)$$

$$h = \frac{50+10x}{x}$$

4.75

2.- La población de bacterias en un laboratorio bilógico biológico se duplica cada dos horas, si la población inicial es de 1000 bacterias. Determinar: a) Una expresión matemática que represente dicho crecimiento. b) el tiempo en que la población de bacterias es de 5000. c) en número de bacterias después de siete horas que se inició el análisis.

$$P(t) = \underbrace{1000}_{\text{Bacterias iniciales}} \cdot \underbrace{2}_{\text{duplica}}^{\frac{t}{2}\}\text{ Tiempo entre 2 horas}}$$

TABLA

Horas	Bacterias
0	1000
1	1,414
2	2000
3	2828
4	4000
5	5,656
6	8000
7	11,313

a) Expresión matemática

$$P(t) = (1000)(2^{\frac{t}{2}})$$

b) Cuándo la población de bacterias es de 5000

$$5000 = 1000 \cdot 2^{\frac{t}{2}}$$

$$\frac{5000}{1000} = 2^{\frac{t}{2}}$$

$$5 = 2^{\frac{t}{2}}$$

$$\log 5 = \log 2^{\frac{t}{2}}$$

$$\log 5 = \frac{t}{2} \log 2$$

$$\frac{t}{2} = \frac{\log 5}{\log 2} = 2.3219$$

$$t = (2.3219)(2) = 4.6438$$

$$t \cong 4.6438 \text{ horas}$$

Pasarán 4.6438 horas para que la población de bacterias sea 5000

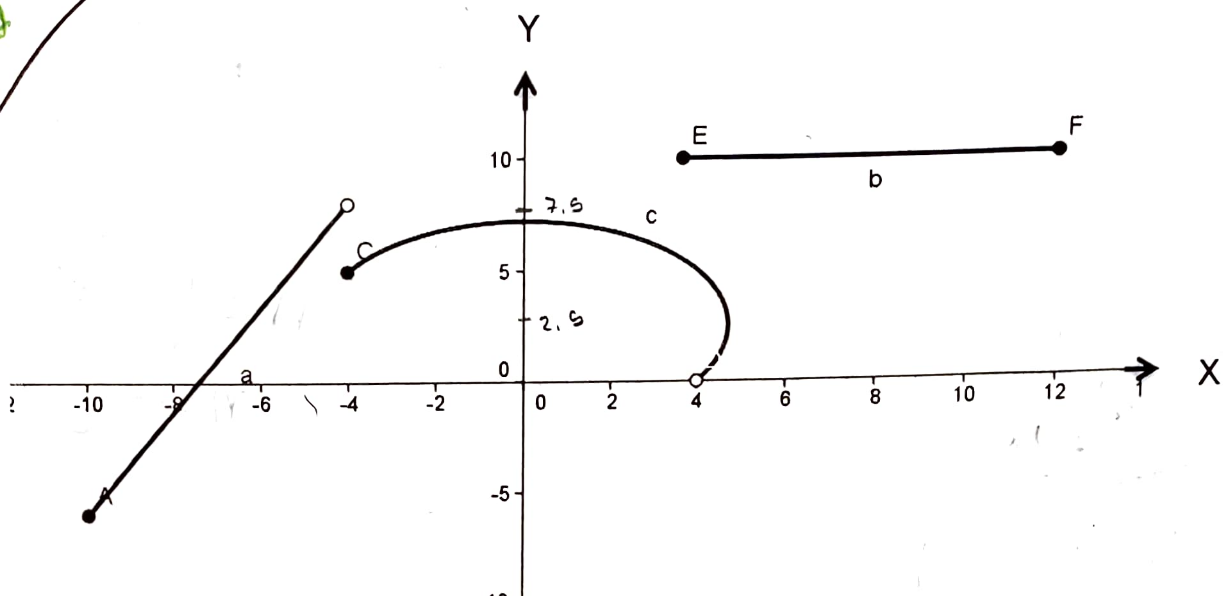
c) El número de bacterias a las 7 horas será de 11313, bacterias

7085

TERCER EXAMEN PARCIAL DE CÁLCULO Y GEOMETRÍA ANALÍTICA. Semestre 18-1. Tipo **A**. 9.2 9.4

Nombre Murrieta Villegas Alfonso

0.98 1.- Dada la función f(x) en forma gráfica, determinar si existen límites en x=-4, 0 y 4



▶ x = -4

- $\lim_{x \to -4^-} f(x) \neq \lim_{x \to -4^+} f(x)$
- $f(-4) = 5$

∴ No existe límite en x = -4 //

▶ x = 0

- $\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^+} f(x)$
- $f(0) \cong 7.5$

∴ si existe límite en x = 0 //

¿cuánto vale?

▶ x = 4

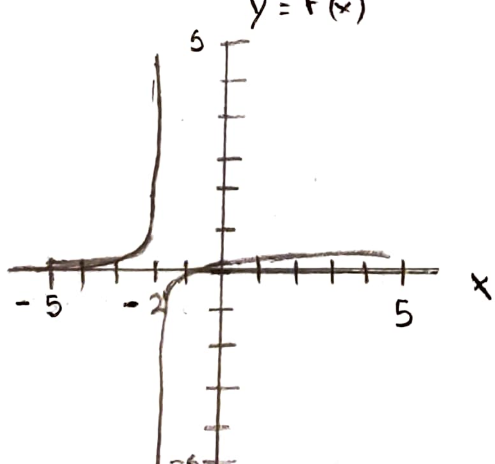
- $\lim_{x \to 4^-} f(x) \neq \lim_{x \to 4^+} f(x)$
- $f(4) = 10$ ← constante

∴ No existe límite en x = 4 //

2.- Determinar si la función $f(x) = \frac{x}{x^3+8}$ es continua en el intervalo [-4, -3].

$F(x) = \frac{x}{x^3+8}$

Bosquejo gráfica



∴ La función deja de ser continua aproximadamente en $x \cong -2$

- $\lim_{x \to -4} \frac{x}{x^3+8} \cong \frac{1}{14}$
- $\lim_{x \to -3} \frac{x}{x^3+8} = \frac{3}{19}$

Ambos puntos tienen límites

- Para determinar si es continua en el intervalo

▶ $\lim_{x \to 3.5^+} \frac{x}{x^3+8} = \frac{28}{279}$

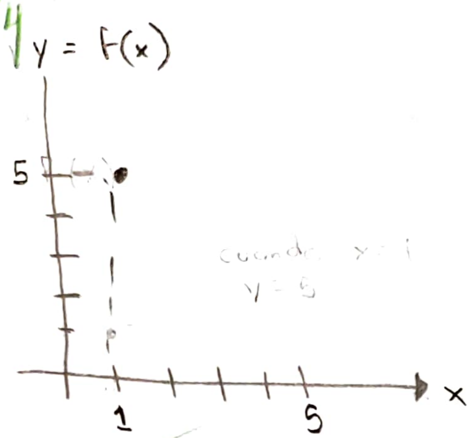
▶ $\lim_{x \to 3.5^-} \frac{x}{x^3+8} = \frac{28}{279}$

∴ Sabemos que el punto intermedio del intervalo también tiene límite y es continuo

∴ La función $F(x) = \frac{x}{x^3+8}$ es continuo en el intervalo $[-4, -3]$

3.- Determinar los valores **m** y **n** para que la función f(x) sea continua en x=1.

3/4



$$f(x) = \begin{cases} mx - n, & x < 1 \\ 5\ , & x = 1 \\ 2mx + n, & x > 1 \end{cases}$$

$m - \cancel{n} = 5$

$2m + \cancel{n} = 5$

$3m = 10$

$\therefore m = \frac{10}{3}$

$\frac{10}{3} - n = 5$

$n = -5/3$

$m = 10/3$ //

$n = -5/3$ //

$n = \frac{10}{3} - 5$

$n = -\frac{5}{3}$

4.- Si existen, determinar los límites de las siguientes funciones:

$$\lim_{x\to 0} \frac{10x - 3\operatorname{seno}(x)}{x} \qquad \lim_{x\to\infty} \sqrt{\frac{2x^3-5x^2+4x-6}{6x^3+2x}} \qquad \lim_{x\to -8} \frac{x-\sqrt[3]{x}}{2x+10}$$

→ Siguiente hoja

$\to \lim_{x\to 0^+} \frac{10x - 3\operatorname{seno}(x)}{x}$

$\lim_{x\to 0^+} \approx 7$ /

$\to \lim_{x\to 0^-} \frac{10x - 3\operatorname{sen}(x)}{x}$

$\lim_{x\to 0^-} \approx 7$ /

$F(0) = \frac{10(0) - 3\operatorname{sen}(0)}{0}$

$F(0) = 7$ /

NOTA: Aplicación de $\frac{\operatorname{sen} kx}{x} = k$

$\therefore$ Si existe límite en la función $\frac{10x - 3\operatorname{sen}(x)}{x}$

$\lim_{x\to 0} \frac{10x - 3\operatorname{sen}(x)}{x} = 7$ //

COMPROBACION MEDIANTE L'HOPITAL

$\lim_{x\to 0} \frac{\frac{d}{dx}(10x - 3\operatorname{sen}(x))}{\frac{d}{dx}(x)} = 10 - 3\cos(x)$

$\therefore 10 - 3 = 7$ //

$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{2x^3-5x^2-4x-6}}{\sqrt{6x^3+2x}}$

$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{2x^3-5x^2-4x-6}}{\sqrt{6x^3+2x}} \cdot \frac{\sqrt{6x^3+2x}}{\sqrt{6x^3+2x}}$

$\therefore \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{12x^6 - 30x^5 \cancel{+4x^4} \cancel{+24x^4} - 36x^3 - 10x^3 + 8x^2 - 12x}}{6x^3+2x}$

$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{\sqrt{12x^6 - 30x^5 + 28x^4 - 46x^3 + 8x^2 - 12x}}{6x^3+2x} \right)^2$

$\lim_{x\to\infty} \sqrt{\frac{12x^6 - 30x^5 + 28x^4 - 46x^3 + 8x^2 - 12x}{36x^6 + 24x^4 + 4x^2}}$

REDUCCIENDO

$\lim_{x\to\infty} \sqrt{\frac{12 - \cancel{\frac{30}{x}} + \cancel{\frac{28}{x^2}} - \cancel{\frac{46}{x^3}} + \cancel{\frac{8}{x^4}} - \cancel{\frac{12}{x^5}}}{36 + \cancel{\frac{24}{x^2}} + \cancel{\frac{4}{x^2}}}}$

SUSTITUYENDO

$\therefore \lim_{x\to\infty} = \sqrt{\frac{12}{36}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ //

• Si existe límite en la función en $x \to \infty$ y es $\lim_{x\to\infty} \sqrt{\frac{2x^3-5x^2+4x-6}{6x^3+2x}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Murrieta Villegas Alfonso

$$\lim_{x \to -8} \frac{x - \sqrt[3]{x}}{2x + 10}$$

$$\lim_{x \to -8^+} \frac{x - \sqrt[3]{x}}{2x+10} \cong 1$$

$$\lim_{x \to -8^-} \frac{x - \sqrt[3]{x}}{2x+10} \cong 1$$

$$F(-8) = \frac{(-8) - \sqrt[3]{8}}{2(-8)+10} = 1$$

$\therefore$ si existe límite en la función $\frac{x - \sqrt[3]{x}}{2x+10}$ y es

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x - \sqrt[3]{x}}{2x+10} = 1$$

comprobación

$$\frac{\lim_{x \to -8} (x - \sqrt[3]{x})}{\lim_{x \to -8} (2x+10)} = \frac{-8+2}{-16+10} = \frac{-6}{-6} = 1$$

CUARTO EXAMEN PARCIAL DE CALCULO Y GEOMETRÍA. Semestre 18-1. Tipo B.

4.5

Nombre Marrieta Villegas Alfonso

9.5

1B.- Una mujer corre a una velocidad constante de 10 [Km/H], cruza el punto Q en dirección al norte. Diez minutos después un hombre que corre a una velocidad constante de 9 [Km/H] cruza el mismo punto Q en dirección al oeste. ¿Qué tan rápido cambia la distancia entre los corredores veinte minutos después de que el hombre cruzo el punto Q?

- mujer = $V_m = 10 \frac{km}{\cancel{h}}\left(\frac{\cancel{1h}}{60m}\right) = \frac{1}{6} \frac{km}{m}$
- hombre = $V_H = 9 \frac{km}{\cancel{h}}\left(\frac{\cancel{1h}}{60m}\right) = \frac{9}{60} \frac{km}{m}$

N

O

Q

mujer 10 m después = $10m\left(\frac{1}{6}\frac{km}{m}\right) = \frac{10}{6}$ km

20 m después

- La distancia que habrá entre el punto Q y la mujer será $\frac{20}{6}$ km
- La distancia que habrá entre el punt Q y el hombre será 3 Km

DATOS EXTRAS

Y

distancia

$r_1 = (0, 5\ km)$

$v_1 = 0, \frac{1}{6} \frac{km}{m}$

X

$r_2 = (3, 0)$

$V_2 = \left(\frac{3}{20}, 0\right)$

$\frac{ds}{dt} = |\Delta V|$

s = distancia

$\Delta V = V_2 - V_1 = \left(-\frac{3}{20}, \frac{1}{6}\right) \frac{km}{m}$

$\therefore \Delta V = |V_2 - V_1| = \sqrt{\left(\frac{3}{20}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^2}$

$\Delta V = \sqrt{\frac{9}{400} + \frac{1}{36}} \frac{km}{m}$

$\Delta V \cong .2242 \frac{km}{m}$

$\therefore v = \frac{d}{t}$; $d = vt = \frac{1}{6} \frac{km}{m} \times 30 = \frac{30}{6} = 5$ km

$V_1 = 10 \frac{km}{h} = \frac{10}{60} = \frac{1}{6} \frac{km}{m}$

$V_2 = 9 \frac{km}{h} = \frac{9}{60} = \frac{3}{20} \frac{km}{m}$

$\therefore$ En limpio en hoja blanca

5

2B.- Realizar una descripción de la función $\mathbf{f(x) = x^{2/3}(6-x)^{1/3}}$: Intervalos donde crece o decrece, puntos críticos (máximos o mínimos) donde es cóncava o convexa, en el intervalo [-2, 5] y dibujar su gráfica.

$f(x) = x^{\frac{2}{3}}(6-x)^{1/3} \quad x \in [-2, 5]$

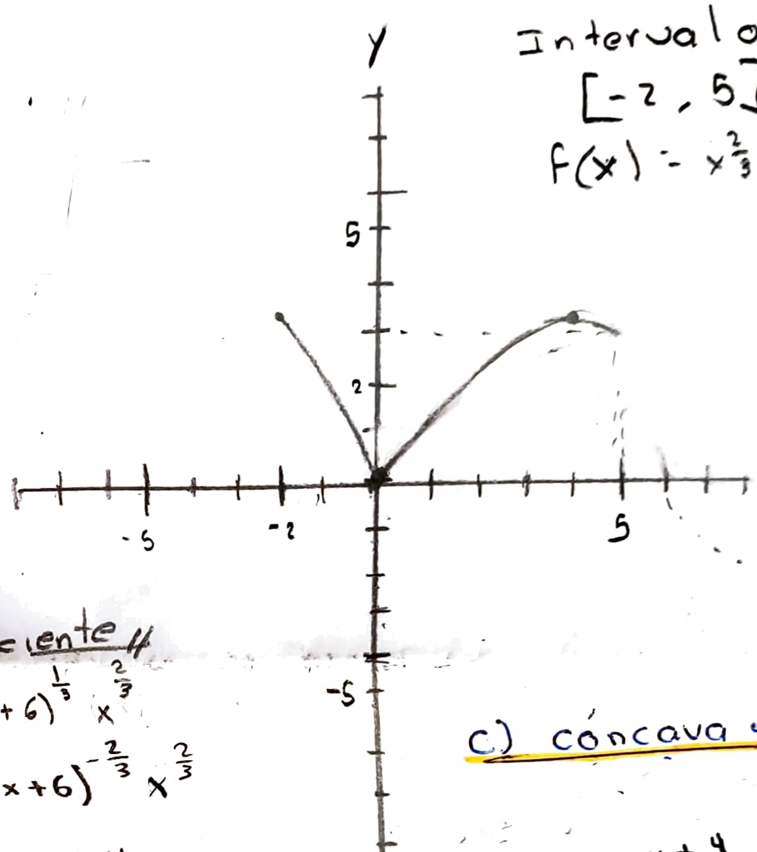
$\boxed{a}$ Intervalos donde crece o decrece

$\boxed{b}$ Puntos críticos (máximos o mínimos)

d? c) Cóncava o convexa

$\boxed{d}$ Gráfica

d) Gráfica



Intervalo [-2, 5]

$f(x) = x^{\frac{2}{3}}(6-x)^{1/3}$

a) ▶ De -2 a 0 es decreciente //

▶ De 0 a 4 es creciente //

▶ De 4 a 5 es decreciente //

b) $f(x) = x^{\frac{2}{3}}(6-x)^{1/3} = (-x+6)^{\frac{1}{3}} x^{\frac{2}{3}}$

$f'(x) = (-x+6)^{\frac{1}{3}} \frac{2}{3} x^{-\frac{1}{3}} + \frac{1}{3}(-x+6)^{-\frac{2}{3}} x^{\frac{2}{3}}$

$f'(x) = \frac{2(-x+6)^{\frac{1}{3}}}{3(x)^{1/3}} - \frac{x^{\frac{2}{3}}}{3(-x+6)^{\frac{2}{3}}}$ * Hoja aparte

$\therefore f'(x) = \frac{-x+4}{(-x+6)^{\frac{2}{3}} x^{\frac{1}{3}}}$

$\hookrightarrow x = 4$

5.17.48

∴ Los puntos críticos se encuentran $\begin{cases} \text{mínimo} \{ x_1 = (0, 0) \\ \text{máximo} \{ x_2 = (4, 3.1748) \end{cases}$

c) Cóncava y convexa

x < 0	0 < x < 4	x > 4
f(x) es decreciente	f (x) es creciente	f (x) es decreciente

c) Cóncava y convexa

$f''(x) = \frac{\frac{-x+4}{(-x+6)^{\frac{2}{3}}(x^{\frac{1}{3}})}}{}$

$f''(x) = -\frac{8}{(-x+6)^{\frac{5}{3}} \; x^{\frac{4}{3}}}$

∴ No tiene punto de inflexión //

∴ Es cóncava de −2 a 0 //

Es cóncava de 0 a 5 //

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

EXAMEN: Murrieta

PROFESOR:

MATERIA:

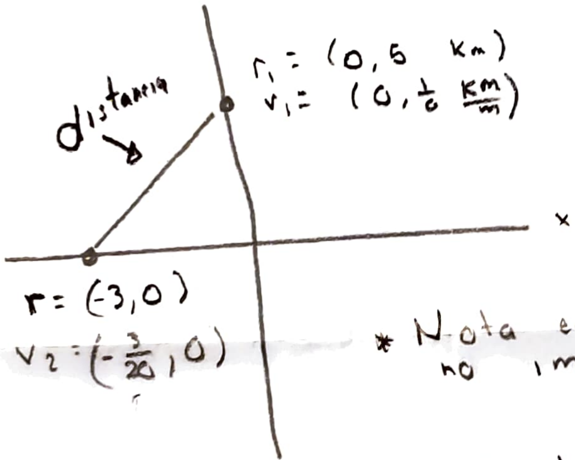
NOMBRE DEL ALUMNO: Murrieta Villegas Alfonso

1B (Primer ejercicio)

Datos

- mujer $= \frac{10\ km}{h} = \frac{1}{6} = \frac{km}{m}$
- hombre $= 9\ \frac{km}{h} = \frac{9}{60}\ \frac{km}{m} = \frac{3}{20}\ \frac{km}{m}$

Gráfica



$\frac{ds}{dt} = |\Delta v|$

s = distancia
v = velocidad

* Nota en la rapidez no importa la dirección //

$\therefore \Delta V = V_2 - V_1 = \left(-\frac{3}{20}, \frac{1}{6}\right) \frac{km}{m}$

$\hookrightarrow \Delta V = \sqrt{\left(\frac{3}{20}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{400} + \frac{1}{36}}\ \frac{km}{m} \cong .2242\ \frac{km}{m}$

$\Delta V \cong .2242 \frac{km}{m}$ // $Val = 13.2054 \left[\frac{km}{h}\right]$

$v = \frac{d}{t}$; $d = vt$ $\left\{ \frac{1}{6}\ \frac{km}{\cancel{m}} \times 30\ \cancel{m} = \frac{30}{6} = 5\ km \right.$ //

$\therefore y - y_1 = m(x - x_1)$ $\left\{ y = 1.66\,x + 5 \right.$ // ← en función de f (distancia)

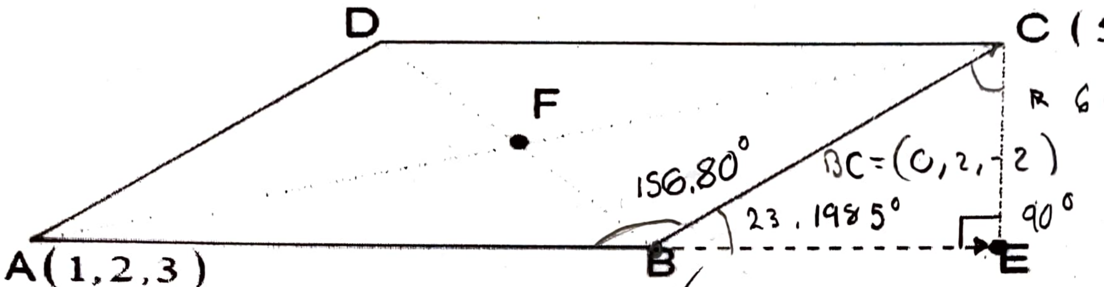
6.3

QUINTO EXAMEN PARCIAL DE CÁLCULO Y GEOMETRÍA. Semestre 18-1. Tipo A.

Nombre Murrieta Villegas Alfonso

3/4

1.- Sea el paralelogramo ABCD que se muestra en la figura, donde BC=(0, 2,−2). Determinar: (a) Las coordenadas del punto E. (b) Las coordenadas del punto F. (c) El área del triángulo ACD.



$\overline{BE} = \text{comp. vec.}\ \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$

a)

▸ $\overline{BC} = (0, 2, -2) \qquad |\overline{BC}| = \sqrt{0^2 + 2^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{2}$

▸ $\overline{BC} = (0, 2, -2) = (C_I - B_I, C_{II} - B_{II}, C_{III} - B_{III}) = (5 - B_I, 8 - B_{II}, -7 - B_{III})$

$5 - B_1 = 0 \; ; \; B_I = 5$

$8 - B_{II} = 2 \; ; \; -B_{II} = -6 \; ; \; B_{II} = 6$

$-7 - B_{III} = -2 \; ; \; -B_{III} = 5 \; ; \; B_{III} = -5$

Punto B

$(5, 6, -5)$

▸ $\overline{BA} = (1-5, 2-6, 3-(-5)) = (-4, -4, 8)$

$|\overline{BA}| = 2\sqrt{29}$

▸ $\overline{AB} = (5-1, 6-2, -5-3) = (4, 4, -8)$

$|\overline{AB}| = 4\sqrt{6}$

$\overline{BE} = \text{comp. vec}_{\overline{AB}}\, \overline{BC} = \left(\frac{\overline{BC} \cdot \overline{AB}}{|\overline{AB}|}\right)\left(\frac{\overline{AB}}{|\overline{AB}|}\right) =$

$\therefore \overline{BC} \cdot \overline{AB} = (0, 2, -2)(4, 4, -8) = (0, 8, 16) = 24$

$\therefore \overline{BE} = \left(\frac{24}{4\sqrt{6}}\right)\left(\frac{(4, 4, -8)}{4\sqrt{6}}\right) = \frac{24\,(4, 4, -8)}{96}$

$\overline{BE} = (1, 1, -2) = (E_1 - 5, E_2 - 6, E_3 + 5)$

Punto E

$(6, 7, -7)$

$|\overline{BE}| = \sqrt{6}$

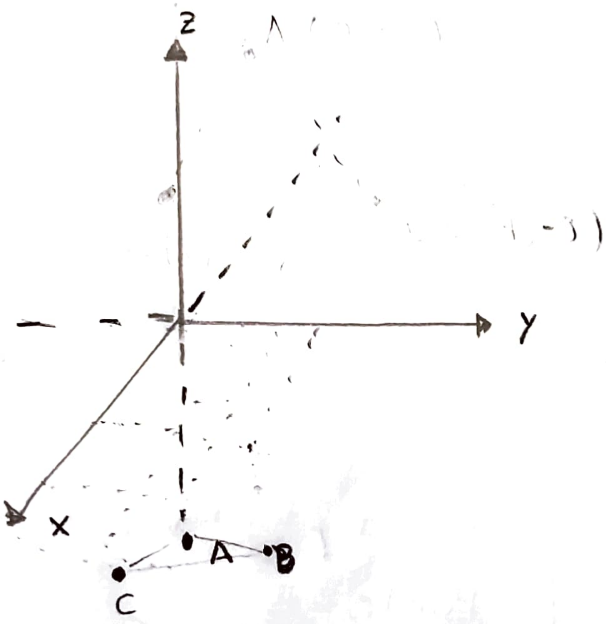
$E_1 - 5 = 1 \; ; \; E_1 = 6$

$E_2 - 6 = 1 \; ; \; E_2 = 7$

$E_3 + 5 = -2 \; ; \; E_3 = -7$

1/2

2A.- Dados los puntos: A(7, 3, -1), B(5, 4, -3) y C(8, 2, -1), obtener:
a) el ángulo interior del triángulo ABC con vértice en A;
b) la componente escalar de AC en la dirección de AB;
c) el vector unitario en la dirección de AB;
d) la componente vectorial de AC en la dirección de AB. $\overline{AC}_{\overline{AB}}$



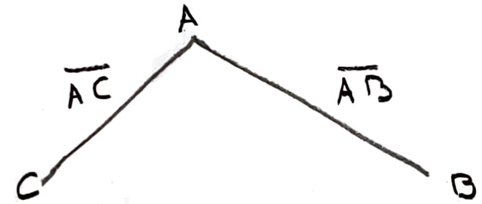
a) ángulo interior

$AB = (5-7, 4-3, -3-(-1))$

$\overline{AB} = (-2, \pm 1, -2)$

$AC = (8-7, 2-3, -1-(-1))$

$\overline{AC} = (1, -1, 0)$ ✓



$|\overline{AB}| = \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{9} = 3$ //

$|\overline{AC}| = \sqrt{(1)^2 + (-1)^2 + (0)^2} = \sqrt{2}$ // ✓

$\bar{a} \cdot \bar{b} = \overline{AB} \cdot \overline{AC} =$

$= (-2, -1, -2)(1, -1, 0) = (-2, 1, 0)$

$= -2 + 1 + 0 = -1$ //

$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = -1$ // ✗ 3

$\therefore \cos\theta = \dfrac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{|\bar{a}|\,|\bar{b}|}; \quad \theta = \text{ang}\cos\left(\dfrac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{|\bar{a}||\bar{b}|}\right)$

$\theta = \cos\left(\dfrac{-1}{3\sqrt{2}}\right) = 103.63^\circ$ // ✗

b) Componente escalar

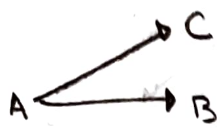
$\lambda = \dfrac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{\bar{b}} = \dfrac{\overline{AC} \cdot \overline{AB}}{|\overline{AB}|} = \dfrac{-1}{3}$ ✗ $= -3$ ✗ // $\cancel{\tfrac{1}{3}}$ $= -1$

c) El vector unitario

$\bar{V}_u = \dfrac{\bar{a}}{|\bar{a}|} = \dfrac{\overline{AB}}{|\overline{AB}|} = \dfrac{(-2, -1, -2)}{3} = \left(-\dfrac{2}{3}, -\dfrac{1}{3}, -\dfrac{2}{3}\right)$ ✓

la componente vectorial de AC en la dirección de AB

2do ejercicio

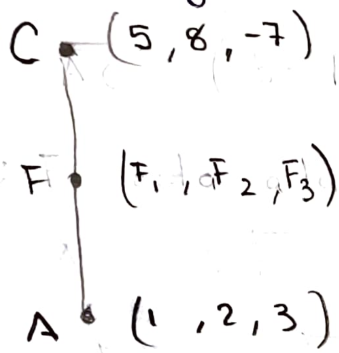


$$\text{com.vec.}_{\overline{AB}}\overline{AC} = \left(\underbrace{\frac{\bar{a}\cdot\bar{b}}{|\bar{b}|}}_{\lambda}\right)\left(\frac{\bar{b}}{|\bar{b}|}\right) = \left(\frac{\overline{AC}\cdot\overline{AB}}{|\overline{AB}|}\right)\left(\frac{\overline{AB}}{|\overline{AB}|}\right)$$

$$\therefore \text{com.vec}_{\overline{AB}}\overline{AC} = \left(\underbrace{-\cancel{3}}_{\lambda}\right)\underbrace{\left(\frac{-2,-1,-2}{\cancel{3}}\right)}_{\text{vector unitario}} = (2,1,2)$$

Primer ejercicio

b)



$\overline{AC} = (5-1,\ 8-2,\ -7-3) = (4,6,-10)$

$\overline{AF} = (F_1-1\ \ F_2-2\ \ F_3-3)$

$\therefore 2\overline{AF} = \overline{AC}$

$\therefore (2F_1-2,\ 2F_2-4,\ 2F_3-6) = (4,6,-10)$

$2F_1-2=4 \ ;\ F_1 = \frac{6}{2} = 3$

$2F_2-4=6 \ ;\ F_2 = \frac{10}{2} = 5$

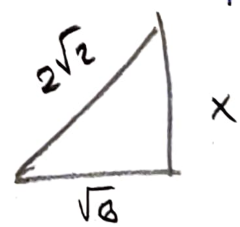
$2F_3-6=-10 \ ;\ F_3 = \frac{-4}{2} = -2$

$\therefore$ Punto F está en $(3,5,-2)$

---

c) El área del triángulo $= \frac{\text{Area}}{2}$ ← rectángulo

Primer ejercicio



Área Triángulo ACD $= \frac{2\sqrt{58}}{2} = \sqrt{58}$

Área cua $=$ Base x Altura

$= 2\sqrt{29} \times \sqrt{2}$

Área cua $= 2\sqrt{58}$

$\text{hipo}^2 = \text{cat}_1^2 + \text{cat}_2^2$

$\therefore (2\sqrt{2})^2 = (\sqrt{6})^2 + (x)^2$

$x^2 = -6 + (2\sqrt{2})^2$

$x = \sqrt{-6+(2\sqrt{2})^2}$