

# ***CUADERNO DE EJERCICIOS RESUELTOS DE QUÍMICA***

***M. C. Q. Alfredo Velásquez Márquez***

## PRÓLOGO

La idea de elaborar un ***Cuaderno de Ejercicios Resueltos de Química*** nace de la necesidad de apoyar a los estudiantes de la División de Ciencias Básicas (DCB) de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, en el aprendizaje de los temas comunes de las diferentes asignaturas de Química. Este cuaderno contiene, para cada tema, una serie de enunciados a manera de considerandos, que incluyen los conceptos, consejos y/o metodologías necesarias para resolver los diversos ejercicios que en el mismo cuaderno se presentan, dichos considerandos están basados en las experiencias adquiridas durante la impartición del *Taller de Ejercicios de Química* en diferentes semestres.

Los ejercicios de este cuaderno y su resolución tienen un grado de complejidad similar a los presentes en exámenes colegiados de las asignaturas del Departamento de Química de la DCB; de hecho, algunos de estos ejercicios se tomaron de exámenes colegiados y fueron propuestos por profesores que imparten alguna de las asignaturas de Química. Esta obra contiene diferentes formularios, tablas y esquemas que ayudan a visualizar con mayor claridad la manera de resolver los ejercicios con base en los considerandos. Se espera que el material presentado sea de utilidad para que los alumnos aprendan a resolver con mayor facilidad los ejercicios durante sus clases o tareas, además de permitirles afrontar con mayores probabilidades de éxito, los exámenes que deban presentar. Por otro lado, también se espera que sea de ayuda para los profesores que imparten las diferentes asignaturas del Departamento de Química, puesto que las diversas metodologías utilizadas para la resolución de los ejercicios son las mismas que han tenido gran aceptación por parte de los alumnos que asisten a las sesiones del taller antes mencionado.

Este cuaderno, también contiene un apéndice sobre el balanceo de reacciones químicas por inspección (tanteo), ya que comúnmente es empleado en la resolución de ejercicios de estequiometría; sin embargo, cabe mencionar que, no contiene una descripción del balanceo por cambio de número de oxidación, del balanceo por método del ion-electrón o por el método algebraico, ya que dichas metodologías se encuentra con facilidad en diversos libros de texto a los cuales tienen acceso los alumnos. Finalmente, cabe solicitar al amable lector, su colaboración para hacer del conocimiento del autor cualquier error que pudiera contener el presente cuaderno, o bien, sus comentarios sobre cómo mejorar el mismo. Sus aclaraciones o comentarios serán bien recibidos de forma personal o por correo electrónico a: [velasquez777@yahoo.com.mx](mailto:velasquez777@yahoo.com.mx)

Atte.

M. C. Q. Alfredo Velásquez Márquez  
Profesor de Carrera en el Área de Química  
de la División de Ciencias Básicas de la F.I., UNAM

## Contenido

<b>Contenido</b>	<b>2</b>
<b>Experimento de J. J. Thomson</b>	<b>3</b>
<b>Experimento de R. A. Millikan</b>	<b>13</b>
<b>Teoría Cuántica de Planck</b>	<b>21</b>
<b>Efecto Fotoeléctrico</b>	<b>24</b>
<b>Teoría Atómica de Bohr. Teoría de De Broglie. Series de Emisión</b>	<b>31</b>
<b>Números cuánticos</b>	<b>42</b>
<b>Isótopos. Experimento de Moseley</b>	<b>49</b>
<b>Enlaces Químicos</b>	<b>54</b>
<b>Estructuras de Lewis. Geometría Molecular. Hibridación</b>	<b>61</b>
<b>Estequiometría. Fase Gaseosa. Unidades de Concentración</b>	<b>71</b>
<b>Termoquímica</b>	<b>79</b>
<b>Equilibrio Químico</b>	<b>85</b>
<b>Electroquímica</b>	<b>92</b>
<b>Apéndice: Balanceo por inspección (tanteo)</b>	<b>99</b>
<b>Soluciones de los ejercicios propuestos</b>	<b>102</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>104</b>

## Experimento de J. J. Thomson

### Considerandos

Para resolver los ejercicios relacionados con el experimento de J. J. Thomson, se debe considerar:

- I. Que todas las expresiones del **Formulario 1** son aplicables a cualquier partícula cargada (electrón, protón, ion, etc.) que pasa a través de un campo magnético, cuyas líneas de fuerza son perpendiculares a la trayectoria de la partícula.
- II. Que se deben emplear los valores de la carga y de la masa de la partícula a la que se hace referencia, y que dichos valores pueden consultarse en la bibliografía, siempre y cuando, no sean precisamente estos valores los que se pide determinar.
- III. Que se debe emplear el sistema internacional de unidades al realizar los cálculos.
- IV. Que en este experimento, la fuerza magnética es siempre igual a la fuerza centrípeta.
- V. Que en este experimento, la fuerza eléctrica y la fuerza magnética son iguales, cuando la partícula pasa perpendicularmente y sin desviarse, a través de un campo eléctrico y uno magnético que actúan perpendicularmente entre sí y de forma simultánea.
- VI. Que cuando el ejercicio trata de un solo evento, y dependiendo de los datos, se puede resolver:
  - i. Empleando una de las expresiones del **Formulario 1**, donde se tenga como única incógnita el parámetro deseado.
  - ii. Empleando una de las expresiones del **Formulario 1**, para determinar un dato adicional que permita, posteriormente, aplicar **VI-i**.
  - iii. Combinando dos o más expresiones del **Formulario 1**, para obtener una sola ecuación que tenga como única incógnita el parámetro deseado.
- VII. Que cuando el ejercicio trata de dos eventos, generalmente se resuelve empleando un formulario para cada evento con sus correspondientes datos, lo cual permite obtener la mayor cantidad de información posible de cada evento. Cabe mencionar que en este tipo de ejercicios, se tienen datos que permanecen constantes en ambos eventos, lo que permite relacionar ambos formularios; de tal forma que, se puede establecer un sistema de ecuaciones para obtener el resultado deseado.
- VIII. Que si el ejercicio trata de tres o más eventos (una serie de mediciones), generalmente, se resuelve por medio de un modelo matemático lineal. Para ello:
  - i. Inicialmente, se puede suponer que únicamente se tienen los datos de un solo evento, para emplear una ecuación como la que se obtendría en el caso **VI-iii**.
  - ii. Se acomodan los términos de la ecuación, para obtener una expresión del tipo  $y = mx + b$ , donde uno de los datos es la variable dependiente ( $y$ ) y el otro la variable independiente ( $x$ ).
  - iii. Se determina el valor de la pendiente ( $m$ ) y de la ordenada al origen ( $b$ ) empleando el método de mínimos cuadrados (regresión lineal).
  - iv. Con el valor de la pendiente, o bien de la ordenada al origen, se determina el parámetro deseado.

Formulario 1		
1 $F_m = q \cdot v \cdot B \cdot \sin\theta$	6 $\frac{q}{m} = \frac{v}{B \cdot r}$	11 $\frac{q}{m} = \frac{v^2}{2 \cdot V}$
2 $F_m = q \cdot v \cdot B$	7 $F_e = q \cdot E$	12 $v = \sqrt{2 \cdot V \cdot \left(\frac{q}{m}\right)}$
3 $F_c = m \cdot a_c$	8 $v = \frac{E}{B}$	13 $\frac{q}{m} = \frac{2 \cdot V}{(B \cdot r)^2}$
4 $a_c = \frac{v^2}{r}$	9 $E_c = q \cdot V$	14 $B = \frac{N \cdot \mu_o \cdot I}{\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot a}$
5 $F_c = \frac{m \cdot v^2}{r}$	10 $E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$	15 $\frac{q}{m} = \frac{2 \cdot V \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3 \cdot a^2}{(N \cdot \mu_o \cdot I \cdot r)^2}$
$F_m$ = Fuerza magnética $q$ = Carga del electrón ( $1.6022 \times 10^{-19}$ [C]*) $v$ = Velocidad de los electrones $B$ = Campo magnético $F_e$ = Fuerza eléctrica $E$ = Campo eléctrico de desviación $F_c$ = Fuerza centrípeta $m$ = Masa del electrón ( $9.1093 \times 10^{-31}$ [kg]) $a_c$ = Aceleración centrípeta $r$ = Radio del haz de rayos catódicos $V$ = Voltaje de aceleración		$E_c$ = Energía cinética $\theta$ = Ángulo entre la trayectoria del haz de electrones y las líneas de flujo del campo magnético $a$ = Radio de las bobinas de Helmholtz $N$ = Número de espiras en cada bobina $\mu_o$ = Permeabilidad magnética del vacío ( $4\pi \times 10^{-7}$ [T·m·A <sup>-1</sup> ]) $I$ = Corriente eléctrica que circula por las bobinas $\frac{q}{m}$ = Relación carga/masa de los electrones ( $1.7588 \times 10^{11}$ [C·kg <sup>-1</sup> ])

\* En este cuaderno, principalmente se hará uso del sistema internacional de unidades con o sin prefijos, excepto en los temas de estequiometría, termoquímica, equilibrio químico y electroquímica, donde se emplearán las unidades más comunes de los textos de la bibliografía consultada. Así también, se utilizará la notación científica y la notación ingenieril (esta última para escribir los resultados de las operaciones y la primera para escribir los datos); además, se emplearán corchetes para encerrar las unidades, ya que es lo comúnmente empleado en las asignaturas relacionadas con la Física y la Química en la DCB; no obstante, cabe mencionar que muchos textos no hacen uso de corchetes o paréntesis para las unidades.

Tomando como base los **Considerandos** y el **Formulario 1**, se plantea a continuación la resolución de diversos ejercicios.

**1. Cuando un electrón pasa perpendicularmente a través de las líneas de flujo de un campo magnético de 140 [μT], éste lo obliga a desviarse siguiendo una trayectoria circular de 7 [cm] de radio. Determine qué energía cinética posee dicho electrón.**

**Resolución:**

- En este ejercicio se proporciona el campo magnético  $B$  y el radio de curvatura  $r$ , para determinar la energía cinética que posee el electrón; entonces, considerando **I**, **II** y **III**, se tendrían los datos siguientes:

$$\frac{q}{m} = 1.7588 \times 10^{11} \text{ [C} \cdot \text{kg}^{-1}\text{]}$$

$$B = 140 \text{ [}\mu\text{T]} = 140 \times 10^{-6} \text{ [T]}$$

$$r = 7 \text{ [cm]} = 0.07 \text{ [m]}$$

$$q = 1.6022 \times 10^{-19} \text{ [C]}$$

$$m = 9.1093 \times 10^{-31} \text{ [kg]}$$

$$\theta = 90^\circ$$

$$E_c = ?$$

- Si se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el **Formulario 1** quedaría como sigue:

1 $F_m = q \cdot v \cdot B \cdot \sin\theta$	6 $\frac{q}{m} = \frac{v}{B \cdot r}$	11 $\frac{q}{m} = \frac{v^2}{2 \cdot V}$
2 $F_m = q \cdot v \cdot B$	7 $F_e = q \cdot E$	12 $v = \sqrt{2 \cdot V \cdot \left(\frac{q}{m}\right)}$
3 $F_c = m \cdot a_c$	8 $v = \frac{E}{B}$	13 $\frac{q}{m} = \frac{2 \cdot V}{(B \cdot r)^2}$
4 $a_c = \frac{v^2}{r}$	9 $E_c = q \cdot V$	14 $B = \frac{N \cdot \mu_o \cdot I}{\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot a}$
5 $F_c = \frac{m \cdot v^2}{r}$	10 $E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$	15 $\frac{q}{m} = \frac{2 \cdot V \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3 \cdot a^2}{(N \cdot \mu_o \cdot I \cdot r)^2}$

- Como se observa, para determinar la energía cinética del electrón, se podría emplear la expresión **9**; sin embargo, se requiere determinar antes el valor del potencial de aceleración  $V$ , para lo cual se emplearía la expresión **13**; por lo tanto, considerando **VI-iii**, se emplearían las expresiones **9** y **13** para obtener una expresión que permita determinar la energía cinética en términos de los parámetros conocidos, como se muestra esquemáticamente a continuación:

$13 \quad \frac{q}{m} = \frac{2 \cdot V}{(B \cdot r)^2} \Rightarrow V = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{q}{m}\right) \cdot (B \cdot r)^2$	$\rightarrow$	$E_c = \frac{(B \cdot r \cdot q)^2}{2 \cdot m}$
$9 \quad E_c = q \cdot V$		
$E_c = 1.3531 \times 10^{-18} \text{ [J]}$		

- Por otro lado, para determinar la energía cinética del electrón, también se podría emplear la expresión **10**; sin embargo, se requiere determinar antes el valor de la velocidad del electrón  $v$ , para lo cual se emplearía la expresión **6**; por lo tanto, considerando **VI-iii**, se emplearían las expresiones **6** y **10** para determinar la energía cinética en términos de los parámetros conocidos, como se muestra esquemáticamente a continuación:

$$\begin{array}{l}
 \text{6} \quad \frac{q}{m} = \frac{v}{B \cdot r} \Rightarrow v = B \cdot r \cdot \left(\frac{q}{m}\right) \\
 \text{10} \quad E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2
 \end{array}
 \rightarrow E_c = \frac{(B \cdot r \cdot q)^2}{2 \cdot m}$$

$$E_c = 1.3531 \times 10^{-18} [\text{J}]$$

Como se observa, en ambos casos se tiene la misma expresión final para determinar la energía cinética del electrón. Esto resulta lógico, ya que ésta se determina a partir de los mismos parámetros.

**2. Dos partículas con carga eléctrica positiva de igual magnitud que la del electrón, describen trayectorias circulares cuando atraviesan, a la misma velocidad y perpendicularmente, las líneas de flujo de un campo magnético homogéneo. Si se sabe que la partícula de masa  $70 \times 10^{-28} [\text{kg}]$  posee un radio de curvatura de 21 [cm], determine la masa de la otra partícula que tiene un radio de curvatura de 28 [cm].**

**Resolución:**

- En este ejercicio se proporciona el radio de curvatura de cada partícula ( $r_1$  y  $r_2$ ) y la masa  $m_1$  de una de ellas para determinar la masa de la otra partícula; por lo tanto, entendiéndose que ambas partículas tienen igual carga, igual velocidad y atraviesan el mismo campo magnético, se considera **I**, **II** y **III** para establecer los datos siguientes:

$$m_1 = 70 \times 10^{-28} [\text{kg}]$$

$$r_1 = 21 [\text{cm}] = 0.21 [\text{m}]$$

$$r_2 = 28 [\text{cm}] = 0.28 [\text{m}]$$

$$q_1 = q_2 = q = 1.6022 \times 10^{-19} [\text{C}]$$

$$v_1 = v_2 = v = ?$$

$$B_1 = B_2 = B = ?$$

$$m_2 = ?$$

- Considerando **VII** para cada partícula, se emplea la expresión **6** y se obtienen las dos ecuaciones siguientes, en las que se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos:

$$\frac{q}{m_1} = \frac{v}{B \cdot r_1} \qquad \frac{q}{m_2} = \frac{v}{B \cdot r_2}$$

- Como se observa, en ambas ecuaciones se tiene los parámetros que permanecen constantes ( $q$ ,  $v$  y  $B$ ); de tal forma que, algebraicamente es posible determinar el valor de  $m_2$  en términos de los parámetros conocidos, como se muestra esquemáticamente a continuación:

$$\begin{array}{l}
 \frac{q}{m_1} = \frac{v}{B \cdot r_1} \Rightarrow \frac{r_1}{m_1} = \frac{v}{B \cdot q} \\
 \frac{q}{m_2} = \frac{v}{B \cdot r_2} \Rightarrow \frac{r_2}{m_2} = \frac{v}{B \cdot q}
 \end{array}
 \rightarrow \frac{r_1}{m_1} = \frac{r_2}{m_2} \Rightarrow m_2 = \frac{r_2}{r_1} \cdot m_1$$

$$m_2 = 9.3333 \times 10^{-27} [\text{kg}]$$

3. Cuando un haz de rayos catódicos pasa perpendicularmente a través de un campo magnético de 0.7 [mT] se desvía con un radio de curvatura de  $56.8561 \times 10^{-3}$  [m]. Se desea que el haz de rayos catódicos recupere su trayectoria recta aplicando un campo eléctrico (E) perpendicular a la trayectoria del haz y al campo magnético. Calcule la magnitud que deberá tener el campo eléctrico aplicado.

#### Resolución:

- En este ejercicio se proporciona el campo magnético  $B$  y el radio de curvatura  $r$  para determinar la magnitud que deberá tener un campo eléctrico, para que los electrones recuperen su trayectoria recta; entonces, considerando I, II y III, se tendrían los datos siguientes:

$$B = 0.7 \text{ [mT]} = 0.7 \times 10^{-3} \text{ [T]}$$

$$r = 56.8561 \times 10^{-3} \text{ [m]}$$

$$q = 1.6022 \times 10^{-19} \text{ [C]}$$

$$m = 9.1093 \times 10^{-31} \text{ [kg]}$$

$$\frac{q}{m} = 1.7588 \times 10^{11} \text{ [C} \cdot \text{kg}^{-1}\text{]}$$

$$E = ?$$

- Si se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el **Formulario 1** quedaría como sigue:

1 $F_m = q \cdot v \cdot B \cdot \sin\theta$	6 $\frac{q}{m} = \frac{v}{B \cdot r}$	11 $\frac{q}{m} = \frac{v^2}{2 \cdot V}$
2 $F_m = q \cdot v \cdot B$	7 $F_e = q \cdot E$	12 $v = \sqrt{2 \cdot V \cdot \left(\frac{q}{m}\right)}$
3 $F_c = m \cdot a_c$	8 $v = \frac{E}{B}$	13 $\frac{q}{m} = \frac{2 \cdot V}{(B \cdot r)^2}$
4 $a_c = \frac{v^2}{r}$	9 $E_c = q \cdot V$	14 $B = \frac{N \cdot \mu_o \cdot I}{\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot a}$
5 $F_c = \frac{m \cdot v^2}{r}$	10 $E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$	15 $\frac{q}{m} = \frac{2 \cdot V \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3 \cdot a^2}{(N \cdot \mu_o \cdot I \cdot r)^2}$

- Como se observa, para determinar la intensidad del campo eléctrico solicitado, se podría emplear la expresión 8; sin embargo, se requiere determinar antes el valor de la velocidad  $v$ , para lo cual se emplearía la expresión 6; por lo tanto, considerando VI-iii, se emplearían las expresiones 6 y 8 para obtener una expresión que permita determinar el campo eléctrico en términos de los parámetros conocidos, como se muestra esquemáticamente a continuación:

$$\begin{array}{l}
 6 \quad \frac{q}{m} = \frac{v}{B \cdot r} \Rightarrow v = B \cdot r \cdot \left(\frac{q}{m}\right) \\
 8 \quad v = \frac{E}{B} \Rightarrow E = B \cdot v
 \end{array}
 \quad \Rightarrow \quad
 E = B^2 \cdot r \cdot \left(\frac{q}{m}\right)$$

$$E = 4\,900 \text{ [N} \cdot \text{C}^{-1}\text{]}$$



4. Cuando un electrón acelerado por una diferencia de potencial de 700 [V] pasa perpendicularmente a través de un campo magnético, se ejerce sobre él una fuerza magnética de  $1.7598 \times 10^{-14}$  [N]. Determine la cantidad de movimiento angular que posee dicho electrón.

**Resolución:**

- En este ejercicio se proporciona la diferencia de potencial  $V$  y la fuerza magnética  $F_m$ , para determinar la cantidad de movimiento angular; entonces, considerando **II**, **III** y **IV**, se tendrían los datos siguientes:

$$V = 700 \text{ [V]}$$

$$F_m = 1.7598 \times 10^{-14} \text{ [N]}$$

$$F_c = 1.7598 \times 10^{-14} \text{ [N]}$$

$$q = 1.6022 \times 10^{-19} \text{ [C]}$$

$$m = 9.1093 \times 10^{-31} \text{ [kg]}$$

$$\frac{q}{m} = 1.7588 \times 10^{11} \text{ [C} \cdot \text{kg}^{-1}\text{]}$$

$$\theta = 90^\circ$$

**Momento angular = ?**

- Si se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el **Formulario 1** quedaría como sigue:

1 $F_m = q \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}\theta$	6 $\frac{q}{m} = \frac{v}{B \cdot r}$	11 $\frac{q}{m} = \frac{v^2}{2 \cdot V}$
2 $F_m = q \cdot v \cdot B$	7 $F_e = q \cdot E$	12 $v = \sqrt{2 \cdot V \cdot \left(\frac{q}{m}\right)}$
3 $F_c = m \cdot a_c$	8 $v = \frac{E}{B}$	13 $\frac{q}{m} = \frac{2 \cdot V}{(B \cdot r)^2}$
4 $a_c = \frac{v^2}{r}$	9 $E_c = q \cdot V$	14 $B = \frac{N \cdot \mu_o \cdot I}{\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot a}$
5 $F_c = \frac{m \cdot v^2}{r}$	10 $E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$	15 $\frac{q}{m} = \frac{2 \cdot V \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3 \cdot a^2}{(N \cdot \mu_o \cdot I \cdot r)^2}$

- Para determinar el valor del producto  $m \cdot v \cdot r$  (momento angular), se tiene la masa,  $m$ , pero se requiere la velocidad  $v$ , y el radio de curvatura  $r$ ; por lo tanto, considerando **VI-ii**, inicialmente se puede emplear la expresión **12** para determinar la velocidad y posteriormente se emplearía la expresión **5** para determinar el radio de curvatura. Finalmente, ya teniendo la velocidad y el radio de curvatura, se determina la cantidad de movimiento angular con los parámetros conocidos, como se muestra esquemáticamente a continuación:

$$12 \quad v = \sqrt{2 \cdot V \cdot \left(\frac{q}{m}\right)} \Rightarrow v = 15.6917 \times 10^6 \text{ [m} \cdot \text{s}^{-1}\text{]}$$

$$5 \quad F_c = \frac{m \cdot v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{m \cdot v^2}{F_c} \Rightarrow r = 12.7533 \times 10^{-3} \text{ [m]}$$

$$\text{Momento angular} = m \cdot v \cdot r$$

$$\text{Momento angular} = 182.1975 \times 10^{-27} \text{ [J} \cdot \text{s]}$$

5. Al repetir el experimento de Thomson en un aparato que consta de unas bobinas de 15 [cm] de radio y 130 vueltas de conductor, se determinaron los valores siguientes cuando se mantenía constante la corriente.

Velocidad, $v \times 10^6 \text{ [m}\cdot\text{s}^{-1}]^*$	9.3211	8.8567	8.4502	8.0451	7.6644	7.2880	6.9166
Diámetro [cm]	11.0	10.5	10.0	9.5	9.0	8.5	8.0

Determine, con la información que da la totalidad de los puntos, la intensidad de la corriente que circula a través de las bobinas.

#### Resolución:

- En este ejercicio se tienen siete eventos, ya que se tienen siete diferentes velocidades  $v$ , con su correspondiente diámetro de curvatura; además, se dan el radio de las bobinas  $a$ , y el número de vueltas de conductor  $N$ , para determinar la corriente eléctrica; no obstante, en el **Formulario 1** ninguna expresión contiene al diámetro, por lo que es conveniente obtener los correspondientes radios de curvatura  $r$ , y entonces, considerando **I**, **II** y **III**, se tendrían los datos siguientes:

$$a = 15 \text{ [cm]} = 0.15 \text{ [m]}$$

$$N = 130$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ [T}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}]$$

$$e = 1.6022 \times 10^{-19} \text{ [C]}$$

$$m = 9.1093 \times 10^{-31} \text{ [kg]}$$

$v \times 10^6 \text{ [m}\cdot\text{s}^{-1}]$	9.3211	8.8567	8.4502	8.0451	7.6644	7.2880	6.9166
$r \text{ [m]}$	0.0550	0.0525	0.0500	0.0475	0.0450	0.0425	0.0400

$$I = ?$$

- Considerando **VIII-i**, primero se emplearían las expresiones **6** y **14** para obtener una expresión en la cual se tienen todos los parámetros excepto la intensidad de la corriente eléctrica  $I$ ; posteriormente, considerando **VIII-ii**, se obtiene una expresión en la cual la variable independiente es la velocidad  $v$ , y la variable dependiente es el radio de curvatura  $r$ , como se muestra en el esquema siguiente:

$$\begin{array}{l} \text{6} \quad \frac{q}{m} = \frac{v}{B \cdot r} \\ \text{14} \quad B = \frac{N \cdot \mu_0 \cdot I}{\left(\frac{5}{4}\right)^{3/2} \cdot a} \end{array} \quad \Rightarrow \quad \frac{q}{m} = \frac{v \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^{3/2} \cdot a}{N \cdot \mu_0 \cdot I \cdot r} \Rightarrow r = \frac{\left(\frac{5}{4}\right)^{3/2} \cdot a}{N \cdot \mu_0 \cdot I \cdot \left(\frac{q}{m}\right)} \cdot v$$

- Como se observa, la pendiente es el cociente que multiplica a la velocidad; por lo tanto, si se considera **VIII-iii** y **VIII-iv**, se obtiene el valor de la pendiente empleando el método de mínimos cuadrados y se determinaría el valor de  $I$ , como se muestra a continuación:

Empleando mínimos cuadrados, el valor de la pendiente que se obtiene es:

$$\begin{aligned} m &= 6.2773 \times 10^{-9} \text{ [s}^{-1}] \\ m &= \frac{\left(\frac{5}{4}\right)^{3/2} \cdot a}{N \cdot \mu_0 \cdot I \cdot \left(\frac{q}{m}\right)} \Rightarrow I = \frac{\left(\frac{5}{4}\right)^{3/2} \cdot a}{N \cdot \mu_0 \cdot m \cdot \left(\frac{q}{m}\right)} \\ I &= 1.1622 \text{ [A]} \end{aligned}$$

\* Esta notación indica que se multiplicó la velocidad real por  $10^6$  para obtener los valores de la tabla; por lo tanto, para utilizar los valores de la velocidad real en los cálculos, se tienen que multiplicar los valores de la tabla por  $10^{-6}$ .

6. En un experimento como el de Thomson, inicialmente un haz de electrones que se mueve perpendicularmente a un campo magnético de  $7 \times 10^{-4}$  [T], tiene una velocidad de  $7 \times 10^6$  [m·s<sup>-1</sup>]. Determine la aceleración centrípeta que se ejerce sobre los electrones, cuando el voltaje de aceleración disminuye a un séptimo de su valor inicial,  $V = (1/7)V_0$ .

### Resolución:

- En este ejercicio, se debe entender que el haz de electrones estará en dos situaciones diferentes, pero que conservará el valor de la carga  $q$ , la masa  $m$  y la intensidad del campo magnético  $B$ ; de tal forma que, al cambiar su voltaje de aceleración de  $V_0$  a  $V$ , su velocidad también cambia de  $v_0$  a  $v$ . Como se proporcionan  $B$  y  $v_0$ , y se pide la aceleración centrípeta  $a_c$  que se ejerce sobre los electrones, cuando el voltaje disminuye a un séptimo de su valor inicial, se puede considerar **I**, **II**, y **III**, para tener los datos siguientes:

$$B = 7 \times 10^{-4} \text{ [T]}$$

$$v_0 = 7 \times 10^6 \text{ [m·s}^{-1}\text{]}$$

$$q = 1.6022 \times 10^{-19} \text{ [C]}$$

$$m = 9.1093 \times 10^{-31} \text{ [kg]}$$

$$q/m = 1.7588 \times 10^{11} \text{ [C·kg}^{-1}\text{]}$$

$$a_c = ?$$

- Si solo se considera el evento inicial en el que el voltaje de aceleración es  $V_0$  y se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el **Formulario 1** quedaría como sigue:

1 $F_{m0} = q \cdot v_0 \cdot B \cdot \sin\theta$	6 $\frac{q}{m} = \frac{v_0}{B \cdot r_0}$	11 $\frac{q}{m} = \frac{v_0^2}{2 \cdot V_0}$
2 $F_{m0} = q \cdot v_0 \cdot B$	7 $F_{e0} = q \cdot E_0$	12 $v_0 = \sqrt{2 \cdot V_0 \cdot \left(\frac{q}{m}\right)}$
3 $F_{c0} = m \cdot a_c$	8 $v_0 = \frac{E_0}{B}$	13 $\frac{q}{m} = \frac{2 \cdot V_0}{(B \cdot r_0)^2}$
4 $a_{c0} = \frac{v_0^2}{r_0}$	9 $E_{c0} = q \cdot V_0$	14 $B = \frac{N \cdot \mu_0 \cdot I}{\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot a}$
5 $F_{c0} = \frac{m \cdot v_0^2}{r_0}$	10 $E_{c0} = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2$	15 $\frac{q}{m} = \frac{2 \cdot V_0 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3 \cdot a^2}{(N \cdot \mu_0 \cdot I \cdot r_0)^2}$

- Como se observa, empleando la ecuación 11, se puede determinar el valor del voltaje inicial  $V_0$ , y teniendo en cuenta que en el enunciado se establece que  $V = (1/7)V_0$ , se podría entonces determinar el voltaje final  $V$ . Teniendo un dato más para el segundo evento y denotando en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el **Formulario 1** quedaría como sigue:

1 $F_m = q \cdot v \cdot B \cdot \sin\theta$	6 $\frac{q}{m} = \frac{v}{B \cdot r}$	11 $\frac{q}{m} = \frac{v^2}{2 \cdot V}$
2 $F_m = q \cdot v \cdot B$	7 $F_e = q \cdot E$	12 $v = \sqrt{2 \cdot V \cdot \left(\frac{q}{m}\right)}$
3 $F_c = m \cdot a_c$	8 $v = \frac{E}{B}$	13 $\frac{q}{m} = \frac{2 \cdot V}{(B \cdot r)^2}$
4 $a_c = \frac{v^2}{r}$	9 $E_c = q \cdot V$	14 $B = \frac{N \cdot \mu_0 \cdot I}{\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot a}$
5 $F_c = \frac{m \cdot v^2}{r}$	10 $E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$	15 $\frac{q}{m} = \frac{2 \cdot V \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3 \cdot a^2}{(N \cdot \mu_0 \cdot I \cdot r)^2}$

- En este caso, se emplearían las expresiones **12** y **13** respectivamente para determinar la velocidad y el radio de curvatura finales, y por último, se emplearía la expresión **4** para determinar la aceleración centrípeta solicitada. Esquemáticamente, la resolución de este ejercicio quedaría de la forma siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{q}{m} &= \frac{v_0^2}{2 \cdot V_0} \Rightarrow V_0 = \frac{v_0^2}{2 \cdot \left(\frac{q}{m}\right)} \Rightarrow V_0 = 139.2995[V] \\ V &= \frac{1}{7} V_0 \Rightarrow V = 19.8999[V] \\ v &= \sqrt{2 \cdot V \cdot \left(\frac{q}{m}\right)} \Rightarrow v = 2645751.311[m \cdot s^{-1}] \\ \frac{q}{m} &= \frac{2 \cdot V}{(B \cdot r)^2} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{2 \cdot V}{B^2 \cdot \left(\frac{q}{m}\right)}} \Rightarrow r = 0.02149[m] \\ a_c &= \frac{v^2}{r} \Rightarrow a_c = 325.73 \times 10^{12}[m \cdot s^{-2}] \end{aligned}$$

**7. En un experimento como el de Thomson, se mantuvo constante la corriente y se determinaron los datos siguientes:**

$E_C [J] \times 10^{18}$	70	140	210	280	350	420	490
$r [m] \times 10^3$	11.4215	22.8431	34.2647	45.6863	57.1078	68.5294	79.9510

Empleando la información que da la totalidad de los puntos, determine la fuerza centrípeta que se ejerce sobre los electrones.

**Resolución:**

- En este ejercicio se tienen siete eventos, ya que se dan siete valores de energía cinética  $E_C$ , con su correspondiente radio de curvatura  $r$ , para determinar la fuerza centrípeta. Así, considerando **I**, **II** y **III**, se tendrían los datos siguientes:

$$e = 1.6022 \times 10^{-19} [C]$$

$$m = 9.1093 \times 10^{-31} [kg]$$

$E_C [J] \times 10^{18}$	70	140	210	280	350	420	490
$r [m] \times 10^3$	11.4215	22.8431	34.2647	45.6863	57.1078	68.5294	79.9510

$$F_C = ?$$

- Considerando **VIII-i**, primero se emplearían las expresiones **5** y **10**, para obtener una expresión en la cual se tienen todos los parámetros excepto la fuerza centrípeta  $F_C$ ; posteriormente, considerando **VIII-ii**, se obtiene una expresión en la cual la variable independiente es la energía cinética  $E_C$ , y la variable dependiente es el radio de curvatura  $r$ , como se muestra en el esquema siguiente:

$$\begin{array}{l} \text{5 } F_C = \frac{m \cdot v^2}{r} \\ \text{10 } E_C = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \end{array} \quad \rightarrow \quad F_C = \frac{2 \cdot E_C}{r} \Rightarrow r = \frac{2}{F_C} \cdot E_C$$

- Como se observa, la pendiente es el cociente que multiplica a la energía cinética; por lo tanto, si se considera **VIII-iii** y **VIII-iv**, se obtiene el valor de la pendiente empleando el método de mínimos cuadrados y se determinaría el valor de  $I$ , como se muestra a continuación:

Empleando mínimos cuadrados, el valor de la pendiente que se obtiene es:

$$m = 1.6316 \times 10^{14} [m \cdot J^{-1}] \Rightarrow m = \frac{2}{F_C} \Rightarrow F_C = \frac{2}{m}$$

$$F_C = 12.257 \times 10^{-15} [N]$$

### Ejercicios propuestos sobre el experimento de J. J. Thomson

1. En un tubo de rayos catódicos, el haz de electrones se mueve a través de un campo magnético de 7.0 [T] y es acelerado al aplicar una diferencia de potencial de 210 [V]. Calcule la aceleración centrípeta que sufren los electrones.
2. Cuando un electrón atraviesa perpendicularmente un campo magnético, se ejerce sobre él una fuerza magnética de  $910 \times 10^{-18}$  [N], provocando que se desvíe con un radio de curvatura de 7 [cm]. Determine:
  - a) La energía cinética del electrón.
  - b) El potencial de aceleración.
3. Un ion de 28 [uma] que posee dos cargas positivas, se acelera con una diferencia de potencial de 700 [V] y se hace pasar perpendicularmente a través de las líneas de flujo de un campo magnético de 0.7 [T]. Determine el momento angular del ion cuando atraviesa dicho campo magnético.
4. Un protón que es acelerado por una diferencia de potencial de 280 [V] tiene la misma velocidad que un electrón que pasa perpendicularmente a través de un campo magnético de 14 [ $\mu$ T]. Determine el radio de la trayectoria circular que describe el electrón.
5. Cuando un positrón (partícula con carga 1+) atraviesa perpendicularmente un campo magnético de 0.5 [T] se ejerce sobre él una fuerza magnética de 1.4087 [nN], provocando que describa una trayectoria circular de diámetro igual a 40 [cm]. Determine el valor de la masa del positrón.

6. En un experimento como el de Thomson, se determinaron los valores siguientes:

Diferencia de potencial [V]	235	240	245	250	255
Velocidad [ $m \cdot s^{-1}$ ] $\times 10^{-6}$	9.1208	9.2173	9.3128	9.4074	9.5010

Utilice la información que da la totalidad de los puntos para hallar el mejor valor para la relación carga/masa de los electrones.

7. En un experimento como el de Thomson, se obtuvieron los resultados siguientes:

$F_m$ [N]	$v$ [ $m \cdot s^{-1}$ ]
$9.4145 \times 10^{-16}$	$6.5 \times 10^6$
$10.1387 \times 10^{-16}$	$7 \times 10^6$
$11.5871 \times 10^{-16}$	$8 \times 10^6$
$13.0355 \times 10^{-16}$	$9 \times 10^6$

Donde  $F_m$  es la fuerza magnética ejercida sobre los electrones y  $v$  es la velocidad de los mismos. El ángulo entre el vector velocidad y el vector campo magnético es de  $90^\circ$ . Utilizando las cuatro parejas de datos y el método de los mínimos cuadrados, calcule el campo magnético aplicado.

## Experimento de R. A. Millikan

### Considerandos

Para resolver los ejercicios relacionados con el experimento de R. A. Millikan, se debe considerar:

- I. Que todas las expresiones del **Formulario 2**, son aplicables a cualquier partícula cargada colocada entre dos placas metálicas, las cuales presentan una diferencia de potencial.
- II. Que cuando no se pide determinar el valor de la carga eléctrica fundamental (carga del electrón), su valor se pueden consultar en la bibliografía.
- III. Que se debe emplear el sistema internacional de unidades al realizar los cálculos.
- IV. Que la carga de una gota de aceite es un múltiplo entero de la carga del electrón.
- V. Que en el experimento de Millikan se trabaja con gotas microscópicas que se mueven a través del aire; por ello, se debe emplear la densidad de la gota, la densidad del aire y la viscosidad del aire.
- VI. Que cuando una gota de aceite está en caída libre, se ejercen sobre ella tres fuerzas; tal que, su expresión de equilibrio es la **7** y se determina su radio con la expresión **8**.
- VII. Que cuando una gota de aceite está en descenso en presencia de un campo eléctrico, se ejercen sobre ella cuatro fuerzas; tal que, su expresión de equilibrio es la **9** y se determina su carga con la expresión **10**.
- VIII. Que cuando una gota de aceite está estática en presencia de un campo eléctrico, se ejercen sobre ella tres fuerzas; tal que, su expresión de equilibrio es la **11** y se determina su carga con la expresión **12**.
- IX. Que cuando una gota de aceite está en ascenso en presencia de un campo eléctrico, se ejercen sobre ella cuatro fuerzas; tal que, su expresión de equilibrio es la **13** y se determina su carga con la expresión **14**.
- X. Que si en el ejercicio se pide determinar la carga eléctrica fundamental a partir de la carga de diferentes gotas, se deben aplicar los pasos siguientes:
  - i. Se dividen todas las cargas entre la carga más pequeña.
  - ii. Los resultados obtenidos en el punto anterior, se multiplican por un mismo número entero  $N$ , que dé como resultado en cada caso un número entero  $N$ , o valores muy cercanos a enteros. El valor de  $N$  se determina a prueba y error.
  - iii. La carga de cada gota se divide entre el correspondiente número entero obtenido del punto anterior y se obtiene el promedio de los resultados, el cual equivale al valor de la carga eléctrica fundamental para el experimento.

Formulario 2		
<b>1</b> $F_g = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \rho_{ac} \cdot g$	<b>2</b> $F_a = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \rho_{ai} \cdot g$	<b>3</b> $F_r = 6 \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_t$
<b>4</b> $F_e = Q \cdot E$	<b>5</b> $F_e = Q \cdot \frac{V}{d}$	<b>6</b> $Q = N \cdot e$
<b>7</b> $F_g - F_a - F_r = 0$	<b>8</b> $r = \sqrt{\frac{9 \cdot \eta \cdot v_{cl}}{2 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g}}$	
<b>9</b> $F_g - F_a - F_r - F_e = 0$	<b>10</b> $Q = \left[ \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g - 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_d \right] \left( \frac{d}{V_d} \right)$	
<b>11</b> $F_g - F_a - F_e = 0$	<b>12</b> $Q = \left[ \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g \right] \left( \frac{d}{V_e} \right)$	
<b>13</b> $F_g - F_a + F_r - F_e = 0$	<b>14</b> $Q = \left[ \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g + 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_a \right] \left( \frac{d}{V_a} \right)$	
<div><div><div><math>F_g</math> = Fuerza de gravedad <math>F_a</math> = Fuerza de Arquímedes <math>F_r</math> = Fuerza de fricción <math>F_e</math> = Fuerza eléctrica <math>v_t</math> = Velocidad terminal <math>v_{cl}</math> = Velocidad terminal de caída libre <math>v_d</math> = Velocidad terminal de descenso <math>v_a</math> = Velocidad terminal de ascenso <math>\rho_{ac}</math> = Densidad del aceite <math>\rho_{ai}</math> = Densidad del aire <math>\eta</math> = Viscosidad del aire <math>g</math> = Aceleración gravitatoria</div><div><math>E</math> = Campo eléctrico entre las placas <math>d</math> = Distancia entre las placas <math>V</math> = Voltaje <math>V_d</math> = Voltaje cuando la gota está en descenso <math>V_e</math> = Voltaje cuando la gota está estática <math>V_a</math> = Voltaje cuando la gota está en ascenso <math>Q</math> = Carga eléctrica de la gota <math>N</math> = Número de electrones (valor entero) <math>e</math> = Carga eléctrica fundamental (carga del electrón) <math>1,6022 \times 10^{-19}</math> [C] <math>r</math> = Radio de la gota</div></div></div>		

Tomando como base los **Considerandos** y el **Formulario 2**, se plantea a continuación la resolución de diversos ejercicios.

**1. En el experimento de Millikan, una gota de aceite de  $7 \times 10^{-14}$  [kg] y de  $14 \times 10^{-7}$  [m] de radio, se encuentra estática cuando se aplica un diferencia de potencial de 595 [V] entre las placas metálicas separadas 7 [mm]. Calcule la diferencia de potencial que debe aplicarse para que la gota ascienda a  $70 \times 10^{-3}$  [cm·s<sup>-1</sup>]. Utilice como valores constantes: 9.78 [m·s<sup>-2</sup>] para la gravedad  $1830 \times 10^{-7}$  [g·cm<sup>-1</sup>·s<sup>-1</sup>] para la viscosidad del aire y 0.855 [g·cm<sup>-3</sup>] para la diferencia de densidades.**

**Resolución:**

- En este ejercicio, inicialmente una gota de aceite se encuentra estática al aplicar una diferencia de potencial  $V_e$ , pero se desea que ascienda a cierta velocidad  $v_a$ , y para ello se pide determinar el potencial  $V_a$ , necesario para que la gota ascienda; de tal manera que, considerando **I**, **II** y **III** se tendrían los datos siguientes:

$$m = 7 \times 10^{-14} \text{ [kg]}$$

$$r = 14 \times 10^{-7} \text{ [m]}$$

$$V_e = 840 \text{ [V]}$$

$$d = 7 \text{ [mm]} = 7 \times 10^{-3} \text{ [m]}$$

$$v_a = 70 \times 10^{-3} \text{ [cm·s}^{-1}\text{]} = 7 \times 10^{-4} \text{ [m·s}^{-1}\text{]}$$

$$g = 9.78 \text{ [m·s}^{-2}\text{]}$$

$$\eta = 1830 \times 10^{-7} \text{ [g·cm}^{-1}\text{·s}^{-1}\text{]} = 1.83 \times 10^{-5} \text{ [kg·m}^{-1}\text{·s}^{-1}\text{]}$$

$$(\rho_{ac} - \rho_{ai}) = 0.855 \text{ [g·cm}^{-3}\text{]} = 855 \text{ [kg·m}^{-3}\text{]}$$

$$V_a = ?$$

- Considerando **VIII** y **IX**, no se emplearían las ecuaciones **7-10**, ya que la gota en ningún momento se encuentra en caída libre (**VI**) o en descenso (**VII**) con campo eléctrico; por lo tanto, si se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el **Formulario 2** quedaría como sigue:

<b>1</b> $F_g = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \rho_{ac} \cdot g$	<b>2</b> $F_a = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \rho_{ai} \cdot g$	<b>3</b> $F_r = 6 \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_t$
<b>4</b> $F_e = Q \cdot E$	<b>5</b> $F_e = Q \cdot \frac{V}{d}$	<b>6</b> $Q = N \cdot e$
<b>11</b> $F_g - F_a - F_r = 0$	<b>12</b> $Q = \left[ \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g \right] \left( \frac{d}{V_e} \right)$	
<b>13</b> $F_g - F_a + F_r - F_e = 0$	<b>14</b> $Q = \left[ \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g + 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_a \right] \left( \frac{d}{V_a} \right)$	

- Como se observa, con la expresión **12** se puede determinar la carga de la gota; posteriormente, con la expresión **14** se puede determinar el voltaje solicitado, como se muestra a continuación:

$$\textbf{12} \quad Q = \left[ \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \right] \left( \frac{d}{V_e} \right) \Rightarrow Q = 1.1307 \times 10^{-18} \text{ [C]}$$

$$\textbf{14} \quad Q = \left[ \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g + 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_a \right] \left( \frac{d}{V_a} \right)$$

$$V_a = \left[ \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g + 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_a \right] \left( \frac{d}{Q} \right)$$

$$V_a = 2\,687.7510 \text{ [V]}$$



2. En un experimento como el de Millikan, se necesita aplicar un campo eléctrico de intensidad 98000 [N·C<sup>-1</sup>] para que una gota de aceite se quede estática. Si la fuerza de gravedad que se ejerce sobre la gota es de 109.9109x10<sup>-15</sup> [N], determine cuántos electrones tiene en exceso la gota. Desprecie el efecto de la fuerza de Arquímedes.

**Resolución:**

- En este ejercicio se proporciona la intensidad del campo eléctrico  $E$ , y la fuerza de gravedad  $F_g$  que se ejerce sobre una gota de aceite que se mantiene estática ( $F_r=0$ ); además, se pide que se desprecie la fuerza de Arquímedes ( $F_a=0$ ); por lo tanto, considerando I, II y III, se tendrían los datos siguientes:

$$E = 98\,000 \text{ [N·C}^{-1}\text{]}$$

$$F_g = 109.9109 \times 10^{-15} \text{ [N]}$$

$$e = 1.6022 \times 10^{-19} \text{ [C]}$$

$$F_a = 0 \text{ [N]}$$

$$F_r = 0 \text{ [N]}$$

$$\# e = ?$$

- Considerando VIII, no se emplearían las ecuaciones 7-10 y 13-14; por lo tanto, si se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el **Formulario 2** quedaría como sigue:

1 $F_g = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot \rho_{ac} \cdot g$	2 $F_a = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot \rho_{ai} \cdot g$	3 $F_r = 6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_t$
4 $F_e = Q \cdot E$	5 $F_e = Q \cdot \frac{V}{d}$	6 $Q = N \cdot e$
11 $F_g - F_a - F_e = 0$	12 $Q = \left[ \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g \right] \left( \frac{d}{V_e} \right)$	

- En este caso, la expresión de equilibrio sería la 11, pero como se conoce la  $F_g$  y la  $F_a$ , se sustituye la expresión 4 en la 11; de tal forma que, se obtiene una expresión para determinar la carga de la gota en términos de los parámetros conocidos, como se muestra a continuación:

<p>11 <math>F_g - F_a - F_e = 0</math></p> <p>4 <math>F_e = Q \cdot E</math></p>	$\rightarrow$	$F_g - Q \cdot E = 0 \Rightarrow Q = \frac{F_g}{E}$
$Q = 1.1215 \times 10^{-18} [\text{C}]$		

- Por otro lado, considerando IV y utilizando la expresión 6, se puede determinar la cantidad de electrones  $N$ , que tiene en exceso la gota, como se muestra a continuación:

<p>6 <math>Q = N \cdot e \Rightarrow N = \frac{Q}{e}</math></p> <p><math>N = 7</math></p>
---

3. En un experimento como el de Millikan, una gota de aceite con 14 electrones en exceso cae libremente a una velocidad  $v_1 = 7 \times 10^{-5} \text{ [m}\cdot\text{s}^{-1}]$ . Determine la diferencia de potencial que debe de aplicarse para que la gota ascienda a un séptimo de  $v_1$ . Las condiciones de trabajo fueron las siguientes: diferencia de densidades,  $855.0 \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-3}]$ ; viscosidad del aire,  $1.83 \times 10^{-5} \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$ ; aceleración gravitatoria,  $9.78 \text{ [m}\cdot\text{s}^{-2}]$ ; distancia entre placas metálicas,  $0.006 \text{ [m]}$ .

### Resolución:

- En este ejercicio inicialmente una gota de aceite se encuentra en caída libre, pero se desea que ascienda a cierta velocidad  $v_a$ , y se pide determinar el potencial  $V_a$  necesario para que ello suceda; así, considerando **I**, **II** y **III** se tendrían los datos siguientes:

$$Q = 14e = 2.2430 \times 10^{-18} \text{ [C]}$$

$$e = 1.6022 \times 10^{-19} \text{ [C]}$$

$$v_{cl} = v_1 = 7 \times 10^{-5} \text{ [m}\cdot\text{s}^{-1}]$$

$$v_a = (1/7)v_{cl} = 1 \times 10^{-5} \text{ [m}\cdot\text{s}^{-1}]$$

$$(\rho_{ac} - \rho_{ai}) = 855 \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-3}]$$

$$\eta = 1.83 \times 10^{-5} \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$$

$$g = 9.78 \text{ [m}\cdot\text{s}^{-2}]$$

$$d = 0.006 \text{ [m]}$$

$$V_a = ?$$

- Considerando **VI** y **IX**, no se emplearían las ecuaciones **9-12**; por lo tanto, si se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el **Formulario 2** quedaría como sigue:

1 $F_g = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot \rho_{ac} \cdot g$	2 $F_a = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot \rho_{ai} \cdot g$	3 $F_r = 6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_t$
4 $F_e = Q \cdot E$	5 $F_e = Q \cdot \frac{V}{d}$	6 $Q = N \cdot e$
7 $F_g - F_a - F_r = 0$	8 $r = \sqrt{\frac{9 \cdot \eta \cdot v_{cl}}{2 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g}}$	
13 $F_g - F_a + F_r - F_e = 0$	14 $Q = \left[ \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g + 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_a \right] \left( \frac{d}{V_a} \right)$	

- Como se observa, con la expresión **8** se puede determinar la carga de la gota; posteriormente, con la expresión **14** se puede determinar el voltaje solicitado, como se muestra a continuación:

$$12 \quad r = \sqrt{\frac{9 \cdot \eta \cdot v_{cl}}{2 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g}} \Rightarrow r = 8.3026 \times 10^{-7} \text{ [m]}$$

$$14 \quad Q = \left[ \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g + 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_a \right] \left( \frac{d}{V_a} \right)$$

$$V_a = \left[ \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g + 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_a \right] \left( \frac{d}{Q} \right)$$

$$V_a = 61.2904 \text{ [V]}$$

4. Al realizar el experimento de Millikan de la gota estática, se obtuvieron los radios (r) de diferentes gotas de aceite, que aparecen a continuación:

Gota	1	2	3	4	5	6	7
r [m]x10 <sup>6</sup>	1.7160	1.8485	2.0688	2.1623	2.3324	2.4056	2.4758

Considere los datos siguientes:

Aceleración gravitatoria: 9.81 [m·s<sup>-2</sup>]

Diferencia de densidades: 898.8 [kg·m<sup>-3</sup>]

Distancia entre las placas: 0.016 [m]

Diferencia de potencial: 4550 [V]

Calcule el valor de la carga eléctrica fundamental que se deriva de este experimento.

**Resolución:**

- En este ejercicio se tienen siete gotas de aceite, cada una con diferente radio, pero todas se mantienen estáticas con el mismo voltaje; por lo tanto, considerando **I**, **II** y **III** se tendrían los datos siguientes:

$$g = 9.81 \text{ [m·s}^{-2}\text{]}$$

$$(\rho_{ac} - \rho_{ai}) = 898.8 \text{ [kg·m}^{-3}\text{]}$$

$$d = 0.016 \text{ [m]}$$

$$V_e = 4550 \text{ [V]}$$

r [m] x 10 <sup>6</sup>	1.7160	1.8485	2.0688	2.1623	2.3324	2.4056	2.4758
-------------------------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

$$V_a = ?$$

- En este ejercicio se tienen siete gotas de aceite, cada una con diferente radio, pero todas se mantienen estáticas con el mismo voltaje; por lo tanto, considerando **VIII**, no se emplearían las ecuaciones **7-10**, ni **13-14**; de tal forma que, si se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el **Formulario 2** quedaría como sigue:

1 $F_g = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \rho_{ac} \cdot g$	2 $F_a = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \rho_{ai} \cdot g$	3 $F_r = 6 \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_t$
4 $F_e = Q \cdot E$	5 $F_e = Q \cdot \frac{V}{d}$	6 $Q = N \cdot e$
11 $F_g - F_a - F_r = 0$	12 $Q = \left[ \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g \right] \left( \frac{d}{V_e} \right)$	

- Como se observa, con la expresión **12** se puede determinar la carga de cada gota empleando los diferentes radios, obteniéndose los resultados siguientes:

Gota	1	2	3	4	5	6	7
Q [C] x 10 <sup>19</sup>	6.5626	8.2032	11.4996	13.1303	16.4792	18.0800	19.7095

- A continuación, considerándose **X-i**, se divide cada una de las cargas entre la carga de la gota 1 por ser la más pequeña, obteniéndose los resultados siguientes:

Gota	1	2	3	4	5	6	7
Q/Q <sub>p</sub>	1.0000	1.2499	1.7522	2.0007	2.5110	2.7550	3.0033

- A continuación, considerándose **X-ii**, se ensaya con diferentes valores, para encontrar un número entero **N** que multiplicado por cada uno de los cocientes anteriores, dé como resultado números enteros o lo más cercanos a enteros; en este caso el valor encontrado es **4**, ya que permite obtener los siguientes valores de **N**:

Gota	1	2	3	4	5	6	7
(Q/Q <sub>p</sub> )*4	4.0000	4.9996	7.0088	8.0028	10.0440	11.0200	12.0132
N	4	5	7	8	10	11	12

- Estos valores de  $N$  corresponden a los electrones en exceso que tiene cada gota; por ello, considerando X-iii, se divide cada una de las cargas entre su correspondiente valor de  $N$ , para obtener los resultados siguientes:

Gota	1	2	3	4	5	6	7
$(Q/N) \times 10^{19} [C]$	1.6405	1.6406	1.6428	1.6412	1.6479	1.6436	1.6424

- Finalmente, se obtiene el promedio de estos últimos valores y dicho promedio corresponde a la carga eléctrica fundamental que se puede obtener de este experimento.

$$e = 1.6427 \times 10^{-19} [C]$$

### Ejercicios propuestos sobre el experimento de R. A. Millikan

- Una gota de aceite con radio  $876.0861 \times 10^{-9} [m]$  se mantiene estática al aplicar una diferencia de potencial de 210 [V]. Determine la diferencia de potencial que debe aplicarse para que la gota recorra una distancia de 1.0 [mm] en 19.2466 [s] ascendiendo a velocidad constante. Considere los datos siguientes:

Distancia entre las placas = 1.0 [cm]

Diferencia de densidades =  $855 [kg \cdot m^{-3}]$

Aceleración gravitatoria =  $9.78 [m \cdot s^{-1}]$

Viscosidad del aire =  $1.830 \times 10^{-5} [kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}]$

- En un experimento como el de Millikan, una gota de aceite con siete electrones en exceso cae libremente 0.7 [mm] por cada 2.8 [s]. Si posteriormente se aplica una diferencia de potencial de 630 [V], determine si la gota sigue cayendo, permanece estática o asciende. En caso de que la gota se encuentre en movimiento, determine su velocidad terminal. Las condiciones de trabajo fueron las siguientes: diferencia de densidades,  $855.0 [kg \cdot m^{-3}]$ ; viscosidad del aire,  $1.83 \times 10^{-5} [kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}]$ ; aceleración gravitatoria,  $9.78 [m \cdot s^{-2}]$ ; distancia entre placas metálicas, 0.006 [m].

- En un experimento como el de Millikan, una gota de aceite se mantuvo estática al aplicar una diferencia de potencial de 700[V]; sin embargo, por medio de una descarga de rayos X, se le adicionaron 7 electrones más; tal que, ahora se requieren solo 350 [V] para mantenerla estática. Determine el radio de la gota y considere los valores constantes siguientes:

Distancia entre placas = 7 [mm]

Diferencia de densidades =  $855 [kg \cdot m^{-3}]$

Aceleración gravitatoria =  $9.78 [m \cdot s^{-2}]$

- En un aparato como el de Millikan se tienen tres gotas de aceite con igual radio dentro de un campo eléctrico generado por una diferencia de potencial de 700 [V], las cargas de las gotas son  $7e^-$ ,  $14e^-$  y  $28e^-$ . Si la gota con 14 electrones en exceso se encuentra estática, determine la velocidad terminal de las otras. Las condiciones de trabajo son:

Distancia entre las placas:  $7 \times 10^{-3} [m]$

Aceleración gravitatoria =  $9.78 [m \cdot s^{-2}]$

Diferencia de densidades =  $855 [kg \cdot m^{-3}]$

Viscosidad del aire:  $1.83 \times 10^{-5} [kg \cdot s^{-1} \cdot m^{-1}]$

- Dos gotas de aceite de igual masa, se encuentran en el mismo campo eléctrico de 70000 (V/m). Se mueven a la misma velocidad, pero una asciende y la otra desciende. Si la suma de las cargas de las gotas equivale a 28 electrones ( $Q_1 + Q_2 = 28 e^-$ ), desprecie el efecto de la fuerza de Arquímedes y determine la fuerza de gravedad que se ejerce sobre las gotas.

- En el experimento original de Millikan, una gota de aceite cayó libremente  $4 \times 10^{-3} [m]$  en 16 [s]; sin embargo, al cambiar su carga en diferentes ocasiones y aplicar un campo eléctrico de  $2 \times 10^5 [V \cdot m^{-1}]$ , la

gota ascendió la misma distancia anterior, en los tiempos siguientes: 36, 17.7 y 23.0 [s]. Determine el valor más representativo de la carga fundamental del electrón que se deriva de este experimento.

Datos:

Densidad del aceite =  $800 \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-3}]$

Densidad del aire =  $1.2 \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-3}]$

Viscosidad del aire:  $1.8 \times 10^{-5} \text{ [kg}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}]$

Aceleración gravitatoria =  $9.78 \text{ [m}\cdot\text{s}^{-2}]$

7. Una partícula esférica de densidad  $1 \text{ [g}\cdot\text{cm}^{-3}]$  y radio  $1 \times 10^{-4} \text{ [cm]}$  queda atrapada entre dos placas paralelas cargadas, que están a una distancia entre sí de  $2.40 \text{ [cm]}$ . Para mantener a la partícula estática se aplica a las placas una diferencia de potencial de  $2052 \text{ [V]}$ . Determine la carga de la partícula en términos de la carga fundamental del electrón. Desprecie la fuerza de flotación.

# Teoría Cuántica de Planck

## Considerandos

Para resolver los ejercicios relacionados con la teoría cuántica de Planck, se debe considerar:

- I. Que las expresiones del **Formulario 3**, son aplicables a cualquier ejercicio que involucre energía radiante.
- II. Que cuando no se pide determinar el valor de alguna de las constantes presentes en el **Formulario 3**, estos valores se pueden consultar en la bibliografía.
- III. Que se debe emplear el sistema internacional de unidades al realizar los cálculos.
- IV. Que un fotón es una onda electromagnética que se mueve a la velocidad de la luz con una cierta longitud de onda y una cierta frecuencia (expresión 1).
- V. Que un fotón tiene asociada una cierta cantidad de energía, cuya magnitud depende de su frecuencia y de su longitud de onda (expresiones 2 y 3).
- VI. Que en todo proceso que involucre energía radiante, la energía total absorbida o emitida es un múltiplo entero  $\mathcal{N}$  de la energía de un fotón (expresión 4).

Formulario 3			
<b>1</b> $c = \lambda \cdot f$	<b>2</b> $E_F = h \cdot f$	<b>3</b> $E_F = \frac{h \cdot c}{\lambda}$	<b>4</b> $E_T = \mathcal{N} \cdot E_F$
$c$ = Velocidad de la luz en el vacío = $2.9979 \times 10^8 \text{ [m}\cdot\text{s}^{-1}]$ $\lambda$ = Longitud de onda del fotón $f$ = Frecuencia del fotón $E_F$ = Energía de un fotón $h$ = Constante de Planck = $6.62607 \times 10^{-34} \text{ [J}\cdot\text{s}]$ $E_T$ = Energía total emitida o absorbida en un proceso radiante $\mathcal{N}$ = Valor entero = Número de fotones			

Tomando como base los **Considerandos** y el **Formulario 3**, se plantea a continuación la resolución de diversos ejercicios.

**1. Las lámparas de sodio emiten luz amarilla, que consta, entre otros, de dos clases de fotones: de 589 [nm] y de 589.6 [nm]. Calcule la diferencia en la energía de estos fotones, en [J].**

**Resolución:**

- En este ejercicio se proporciona las longitudes de onda ( $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ ) de dos clases de fotones y se pide determinar la diferencia de energía entre ellos; entonces, considerando **I**, **II** y **III**, se tendrían los datos siguientes:

$$c = 2.9979 \times 10^8 \text{ [m}\cdot\text{s}^{-1}\text{]}$$

$$h = 6.62607 \times 10^{-34} \text{ [J}\cdot\text{s]}$$

$$\lambda_1 = 589 \text{ [nm]} = 589 \times 10^{-9} \text{ [m]}$$

$$\lambda_2 = 589.6 \text{ [nm]} = 589.6 \times 10^{-9} \text{ [m]}$$

$$\Delta E_F = ?$$

- Como se habla de dos fotones, se tiene que emplear la expresión **3** para determinar la energía de cada uno y posteriormente determinar la diferencia como se muestra a continuación:

$$\mathbf{3} \quad E_{F1} = \frac{h \cdot c}{\lambda_1} \Rightarrow E_{F1} = 3.3725 \times 10^{-19} \text{ [J]}$$

$$\mathbf{3} \quad E_{F2} = \frac{h \cdot c}{\lambda_2} \Rightarrow E_{F2} = 3.3691 \times 10^{-19} \text{ [J]}$$

$$\Delta E_F = 3.4320 \times 10^{-22} \text{ [J]}$$

**2. Una lámpara de 14.0 [W] emite fotones cuya longitud de onda es de 630 [nm]. Calcule cuántos fotones emite la lámpara en 70 [min].**

**Resolución:**

- En este ejercicio se proporciona la potencia  $P$  de una lámpara y la longitud de onda  $\lambda$  de los fotones que ésta emite en un tiempo  $t$  y se pide determinar la cantidad de fotones  $\mathcal{N}$  emitidos; entonces, considerando **I**, **II** y **III**, se tendrían los datos siguientes:

$$c = 2.9979 \times 10^8 \text{ [m}\cdot\text{s}^{-1}\text{]}$$

$$h = 6.62607 \times 10^{-34} \text{ [J}\cdot\text{s]}$$

$$\lambda = 630 \text{ [nm]} = 630 \times 10^{-9} \text{ [m]}$$

$$P = 14 \text{ [W]} = 14 \text{ [J}\cdot\text{s}^{-1}\text{]}$$

$$t = 70 \text{ [min]} = 4200 \text{ [s]}$$

$$\mathcal{N} = ?$$

- Considerando **V**, se emplea la expresión **3** para determinar la energía de un fotón; además, sabiendo que la potencia de la lámpara equivale a la cantidad de energía emitida en un segundo, se multiplica la potencia por el tiempo para obtener la energía total emitida por la lámpara como se muestra esquemáticamente a continuación:

$$\mathbf{3} \quad E_F = \frac{h \cdot c}{\lambda} \Rightarrow E_F = 3.1531 \times 10^{-19} \text{ [J]}$$

$$E_T = P \cdot t \Rightarrow E_T = 58\,800 \text{ [J]}$$

- Finalmente, considerando **VI**, se emplea la expresión **4** para determinar la cantidad de fotones emitidos por la lámpara como se muestra esquemáticamente a continuación:

$$4 \quad E_T = \mathcal{N} \cdot E_F \Rightarrow \mathcal{N} = \frac{E_T}{E_F}$$

$$\mathcal{N} = 1.8648 \times 10^{23} \text{ fotones}$$

### Ejercicios propuestos sobre la teoría cuántica de Planck

1. Una lámpara láser emite radiación de 700 [nm], en forma de pulsos que duran 0.7 segundos, con un intervalo de espera de 3.3 [s]. Si al cabo de 7[h] la lámpara emitió  $7.5140 \times 10^{-11}$  [J], determine cuántos fotones viajan en cada pulso.
2. El cesio se utiliza en los ojos eléctricos para la apertura automática de puertas. La cantidad de energía requerida para ionizar un átomo de cesio es 3.89 [eV] ( $6.2325 \times 10^{-19}$  [J]). Indique cuáles de los tipos de luz siguientes ionizarían al átomo de cesio, amarilla ( $\lambda = 583$  [nm]), azul ( $\lambda = 450$  [nm]) o ultravioleta ( $\lambda = 300$  [nm]). Justifique su respuesta.
3. Para fundir 1 [g] de hielo a 0 [°C] se necesitan 334 [J]. ¿Cuántos fotones de 660 [nm] deben absorberse para fundir 500 [g] de hielo a 0 [°C]?
4. La disociación del oxígeno ( $O_2$ ) en la estratosfera, para generar átomos de oxígeno, es la única fuente significativa de generación de ozono ( $O_3$ ). Una de las reacciones es la siguiente:
 
$$O_2 + h\nu \rightarrow 2 O$$
 Si la energía de disociación del  $O_2$  en la reacción es de 495 [kJ/mol], determine la longitud de onda del fotón necesario para llevar a cabo la disociación de una molécula de  $O_2$ .
5. Se desean calentar 250 [g] de café de 20 [°C] a 55 [°C] en un horno de microondas, las cuales poseen una longitud de onda de 11 [cm]. Suponga que  $c_{\text{café}} = 4.186 \text{ [J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{°C}^{-1}]$  y determine:
  - a) El número de fotones que se requieren para llevar a cabo el proceso.
  - b) El tiempo que dura el proceso si la potencia del horno es de 510 [W]. Considere que todos los fotones inciden en el café.
6. La clorofila de las plantas absorbe, en una cierta situación, 1.4 [mol] de fotones de 460 [nm] y emite 1.4 [mol] de fotones de 660 [nm]. Calcule el cambio neto en la energía de la clorofila.
7. Sometiendo una sal a la llama de un mechero de Bunsen puede detectarse la presencia de cesio, a causa de la emisión de un color característico, debido a una onda electromagnética de  $4.318 \times 10^{-19}$  [J]. ¿De qué color es la llama del cesio?.



# Efecto Fotoeléctrico

## Considerandos

Para resolver los ejercicios relacionados con el efecto fotoeléctrico, se debe considerar:

- I. Que las expresiones del **Formulario 4**, son aplicables a cualquier ejercicio que involucre el efecto fotoeléctrico.
- II. Que cuando no se pide determinar el valor de alguna de las constantes presentes en el **Formulario 4**, estos valores se pueden consultar en la bibliografía.
- III. Que se debe emplear el sistema internacional de unidades al realizar los cálculos.
- IV. Que un fotón tiene asociada una cierta cantidad de energía, cuya magnitud depende de su frecuencia y de su longitud de onda (expresiones **1** y **2**).
- V. Que cuando un fotón incide sobre una placa metálica, la energía asociada al fotón se convierte en función de trabajo y en energía cinética (expresión **3**).
- VI. Que la función de trabajo es la energía mínima necesaria que debe llevar un fotón para expulsar a un electrón de un átomo (expresión **4**).
- VII. Que cuando un electrón sale de un átomo, adquiere una cierta energía cinética (expresiones **5** y **6**).
- VIII. Que cuando el ejercicio trata de un solo evento, y dependiendo de los datos, se puede resolver:
  - i. Empleando una de las expresiones del **Formulario 4**, donde se tenga como única incógnita el parámetro deseado.
  - ii. Empleando una de las expresiones del **Formulario 4**, para determinar un dato adicional que permita, posteriormente, aplicar **VIII-i**.
  - iii. Combinando dos o más expresiones del **Formulario 4**, para obtener una sola ecuación que tenga como única incógnita el parámetro deseado.
- IX. Que cuando el ejercicio trata de dos eventos, generalmente se resuelve empleando un formulario para cada evento con sus correspondientes datos, lo cual permite obtener la mayor cantidad de información posible de cada evento. Cabe mencionar que en este tipo de ejercicios, se tienen datos que permanecen constantes en ambos eventos, lo que permite relacionar ambos formularios; de tal forma que, se puede establecer un sistema de ecuaciones para obtener el resultado deseado.
- X. Que si el ejercicio trata de tres o más eventos (una serie de mediciones), generalmente, se resuelve por medio de un modelo matemático lineal, para ello:
  - i. Inicialmente, se puede suponer que únicamente se tienen los datos de un solo evento, para emplear una ecuación como la que se obtendría en el caso **VI-iii**.
  - ii. Se acomodan los términos de la ecuación, para obtener una expresión del tipo  $y = mx + b$ , donde uno de los datos es la variable dependiente ( $y$ ) y el otro la variable independiente ( $x$ ).
  - iii. Se determina el valor de la pendiente ( $m$ ) y de la ordenada al origen ( $b$ ) empleando el método de mínimos cuadrados (regresión lineal).
  - iv. Con el valor de la pendiente, o bien de la ordenada al origen, se determina el parámetro deseado.

Formulario 4		
<b>1</b> $E_F = h \cdot f$	<b>2</b> $E_F = \frac{h \cdot c}{\lambda}$	<b>3</b> $E_F = W_0 + E_C$
<b>4</b> $W_0 = h \cdot f_0$	<b>5</b> $E_C = \frac{1}{2} m \cdot v^2$	<b>6</b> $E_C = e \cdot V$
$h$ = Constante de Planck = $6.62607 \times 10^{-34}$ [J·s] $c$ = Velocidad de la luz en el vacío = $2.9979 \times 10^8$ [m·s <sup>-1</sup> ] $m$ = Masa del electrón = $9.1093 \times 10^{-31}$ [kg] $e$ = Carga del electrón = $1.6022 \times 10^{-19}$ [C] $E_C$ = Energía cinética del electrón al salir del átomo $v$ = Velocidad a la que sale el electrón del átomo $V$ = Potencial de desprendimiento $\lambda$ = Longitud de onda del fotón		$E_F$ = Energía de un fotón $f$ = Frecuencia del fotón $W_0$ = Función de trabajo $f_0$ = Frecuencia umbral

Tomando como base los **Considerandos** y el **Formulario 4**, se plantea a continuación la resolución de diversos ejercicios.

**1. Cuando un fotón incide sobre una placa de potasio, cuya función de trabajo es de 2.1 [eV], se provoca la emisión de un electrón que posee una cantidad de movimiento,  $m \cdot v = 2.1356 \times 10^{-24}$  [N·s]. Determine, en nanómetros, la longitud del fotón incidente.**

**Resolución:**

- En este ejercicio se proporciona la función de trabajo  $W_0$  y la cantidad de movimiento  $m \cdot v$  que posee el electrón emitido, para determinar la longitud de onda del fotón; entonces, considerando **I**, **II** y **III**, se tendrían los datos siguientes:

$$c = 2.9979 \times 10^8 \text{ [m} \cdot \text{s}^{-1}\text{]}$$

$$h = 6.62607 \times 10^{-34} \text{ [J} \cdot \text{s}\text{]}$$

$$m = 9.1093 \times 10^{-31} \text{ [kg]}$$

$$e = 1.6022 \times 10^{-19} \text{ [C]}$$

$$W_0 = 2.1 \text{ [eV]} = 3.3646 \times 10^{-19} \text{ [J]}$$

$$m \cdot v = 2.1356 \times 10^{-24} \text{ [N} \cdot \text{s}\text{]}$$

$$\lambda = ?$$

- Si se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el **Formulario 4** quedaría como sigue:

1 $E_F = h \cdot f$	2 $E_F = \frac{h \cdot c}{\lambda}$	3 $E_F = W_0 + E_C$
4 $W_0 = h \cdot f_0$	5 $E_C = \frac{1}{2} m \cdot v^2$	6 $E_C = e \cdot V$

- Considerando **VIII-ii** y **VIII-iii**; primero, se determinaría  $v$  a partir del producto  $m \cdot v$  que se da; y posteriormente, se sustituirían las expresiones **2** y **5** en la expresión **3**. Con ello se obtendría una expresión en la cual la única incógnita sería  $\lambda$ , tal que, el ejercicio se resolvería como se muestra esquemáticamente a continuación:

$$m \cdot v = 2.1356 \times 10^{-24} \text{ [N} \cdot \text{s}\text{]} \Rightarrow v = 2.3443 \times 10^6 \text{ [m} \cdot \text{s}^{-1}\text{]}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{2 } E_F = \frac{h \cdot c}{\lambda} \\ \text{5 } E_C = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \\ \text{3 } E_F = W_0 + E_C \end{array} \right\} \frac{h \cdot c}{\lambda} = W_0 + \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{W_0 + \frac{1}{2} m \cdot v^2}$$

$$\lambda = 1.3531 \times 10^{-18} \text{ [J]}$$

**2. En un experimento del efecto fotoeléctrico una señal luminosa de  $3 \times 10^{16}$  [Hz] produce una emisión de electrones con una energía cinética máxima de 18.8 [aJ]. Calcule la frecuencia umbral.**

**Resolución:**

- En este ejercicio se proporciona la frecuencia  $f$ , del fotón que provoca la emisión de electrones con una energía cinética  $E_C$  y se pide determinar la frecuencia umbral; por lo que si se considera **I**, **II** y **III** se tendrían los datos siguientes:

$$c = 2.9979 \times 10^8 \text{ [m} \cdot \text{s}^{-1}\text{]}$$

$$h = 6.62607 \times 10^{-34} \text{ [J} \cdot \text{s}\text{]}$$

$$m = 9.1093 \times 10^{-31} \text{ [kg]}$$

$$e = 1.6022 \times 10^{-19} \text{ [C]}$$

$$f = 3 \times 10^{16} \text{ [Hz]} = 3 \times 10^{16} \text{ [s}^{-1}\text{]}$$

$$E_C = 18.8 \text{ [aJ]} = 18.8 \times 10^{-18} \text{ [J]}$$

$$f_0 = ?$$

- Si se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el **Formulario 4** quedaría como sigue:

1 $E_F = h \cdot f$	2 $E_F = \frac{h \cdot c}{\lambda}$	3 $E_F = W_0 + E_C$
4 $W_0 = h \cdot f_0$	5 $E_C = \frac{1}{2} m \cdot v^2$	6 $E_C = e \cdot V$

- Considerando **VIII-iii**, se sustituyen las expresiones **1** y **4** en la expresión **3**. Con ello se obtiene una expresión en la cual la única incógnita sería  $f_0$ ; por lo tanto, el ejercicio se resolvería como se muestra esquemáticamente a continuación:

$$\begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l}
 \text{1 } E_F = h \cdot f \\
 \text{4 } W_0 = h \cdot f_0 \\
 \text{3 } E_F = W_0 + E_C
 \end{array} \right\} h \cdot f = h \cdot f_0 + E_C \Rightarrow f_0 = \frac{h \cdot f - E_C}{h} \\
 \\
 f_0 = 1.6276 \times 10^{15} [\text{s}^{-1}]
 \end{array}$$

**3. En un experimento del efecto fotoeléctrico se ilumina la superficie de un metal con luz de diferentes longitudes de onda, obteniéndose los resultados siguientes:**

Longitud de onda, $\lambda$ [m] $\times 10^7$	5.78034	5.46448	4.36046	4.04858	3.64963
Potencial de frenado, V[V]	0.734	0.841	1.450	1.589	1.912

**Calcule la constante de Planck y la función de trabajo del metal.**

**Resolución:**

- En este ejercicio se tienen cinco eventos, ya que se dan siete longitudes de onda  $\lambda$ , con su correspondiente potencial de frenado (llamado también potencial de desprendimiento  $V$ ), para determinar la constante de Planck y la función de trabajo, entonces, considerando **I**, **II** y **III**, se tendrían los datos siguientes:

$$c = 2.9979 \times 10^8 \text{ [m} \cdot \text{s}^{-1}\text{]}$$

$$m = 9.1093 \times 10^{-31} \text{ [kg]}$$

$$e = 1.6022 \times 10^{-19} \text{ [C]}$$

$\lambda$ [m] $\times 10^7$	5.78034	5.46448	4.36046	4.04858	3.64963
$V$ [V]	0.734	0.841	1.450	1.589	1.912

$$h = ?$$

$$W_0 = ?$$

- Si se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el **Formulario 4** quedaría como sigue:

1 $E_F = h \cdot f$	2 $E_F = \frac{h \cdot c}{\lambda}$	3 $E_F = W_0 + E_C$
4 $W_0 = h \cdot f_0$	5 $E_C = \frac{1}{2} m \cdot v^2$	6 $E_C = e \cdot V$

- Considerando **X-i**, se sustituyen las expresiones **2** y **6** en la expresión **3**, con ello se obtiene una expresión en la cual las únicas incógnitas serían  $h$  y  $W_0$ ; de tal forma que, considerando **X-ii**, se reacomodan los términos de la ecuación teniendo como variable dependiente al inverso de la longitud de onda y como variable dependiente al potencial de desprendimiento como se muestra esquemáticamente a continuación:

$$\left. \begin{array}{l} 2 \quad E_F = \frac{h \cdot c}{\lambda} \\ 6 \quad E_C = e \cdot V \\ 3 \quad E_F = W_0 + E_C \end{array} \right\} \quad \frac{h \cdot c}{\lambda} = W_0 + e \cdot V \Rightarrow V = \left( \frac{h \cdot c}{e} \right) \cdot \lambda^{-1} - \frac{W_0}{e}$$

- Posteriormente, considerando **X-iii** y **X-iv**, se determina el valor de la pendiente y de la ordenada al origen por mínimos cuadrados y con dichos valores se determinan los parámetros solicitados, como se muestra esquemáticamente a continuación:

$$\text{Pendiente} = m = 1.1750 \times 10^{-6} [\text{V} \cdot \text{m}]$$

$$\text{Ordenada al origen} = b = -1.2947 [\text{V}]$$

$$m = \frac{h \cdot c}{e} \Rightarrow h = \frac{m \cdot e}{c}$$

$$b = -\frac{W_0}{e} \Rightarrow W_0 = -b \cdot e$$

$$h = 6.2799 \times 10^{-34} [\text{J} \cdot \text{s}]$$

$$W_0 = 2.0745 \times 10^{-19} [\text{J}]$$

**4. Cuando un fotón incide sobre una placa de platino, se emiten electrones con una velocidad de  $7.7838 \times 10^6$  [m·s<sup>-1</sup>]; sin embargo, cuando otro fotón de igual longitud de onda que el anterior incide sobre una placa de calcio, se emiten electrones con una velocidad de  $7.8306 \times 10^6$  [m·s<sup>-1</sup>]. Si la función de trabajo del platino es 5 [eV], determine la función de trabajo del calcio.**

#### Resolución:

- En este ejercicio se tienen dos eventos, ya que se tienen dos fotones de igual longitud de onda  $\lambda$ , pero uno incide sobre una placa de platino y el otro sobre una placa de calcio. Como se proporcionan las velocidades ( $v_{\text{Pt}}$  y  $v_{\text{Ca}}$ ) a las que salen los electrones de las respectivas placas y la función de trabajo del platino  $W_{0\text{Pt}}$ , se pide determinar la función de trabajo del calcio; entonces, considerando **I**, **II** y **III**, se tendrían los datos siguientes:

$$c = 2.9979 \times 10^8 [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$$

$$h = 6.62607 \times 10^{-34} \text{ [J}\cdot\text{s]}$$

$$m = 9.1093 \times 10^{-31} \text{ [kg]}$$

$$e = 1.6022 \times 10^{-19} \text{ [C]}$$

$$v_{Pt} = 7.7838 \times 10^6 \text{ [m}\cdot\text{s}^{-1}]$$

$$v_{Ca} = 7.8306 \times 10^6 \text{ [m}\cdot\text{s}^{-1}]$$

$$W_{0Pt} = 5 \text{ [eV]} = 8.011 \times 10^{-19} \text{ [J]}$$

$$W_{0Ca} = ?$$

- En este caso, se debe entender que los dos fotones tienen la misma energía, ya que poseen la misma longitud de onda y por ende la misma frecuencia; por lo tanto, considerando **IX**, primero se emplea un formulario para cada electrón, denotando en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, y se obtienen los formularios siguientes:

**Para el platino**

1 $E_F = h \cdot f$	2 $E_F = \frac{h \cdot c}{\lambda}$	3 $E_F = W_{0Pt} + E_{cPt}$
4 $W_{0Pt} = h \cdot f_{0Pt}$	5 $E_{cPt} = \frac{1}{2} m \cdot v_{Pt}^2$	6 $E_{cPt} = e \cdot V_{Pt}$

**Para el calcio**

1 $E_F = h \cdot f$	2 $E_F = \frac{h \cdot c}{\lambda}$	3 $E_F = W_{0Ca} + E_{cCa}$
4 $W_{0Ca} = h \cdot f_{0Ca}$	5 $E_{cCa} = \frac{1}{2} m \cdot v_{Ca}^2$	6 $E_{cCa} = e \cdot V_{Ca}$

- Ahora, si se emplea la expresión **5** para cada electrón se puede determinar la energía cinética de cada uno; posteriormente, se emplea la expresión **3** de cada electrón y se obtienen las expresiones siguientes:

$$E_{cPt} = \frac{1}{2} m \cdot v_{Pt}^2 \Rightarrow E_{cPt} = 2.7596 \times 10^{-17} \text{ [J]} \Rightarrow E_F = W_{0Pt} + E_{cPt}$$

$$E_{cCa} = \frac{1}{2} m \cdot v_{Ca}^2 \Rightarrow E_{cCa} = 2.7928 \times 10^{-17} \text{ [J]} \Rightarrow E_F = W_{0Ca} + E_{cCa}$$

- Finalmente, debido a que ambos fotones tienen la misma energía, se pueden igualar estas últimas de expresiones de  $E_F$ , para obtener otra que permita determinar el valor de la función de trabajo del calcio, como se muestra a continuación:

$$\begin{array}{l} E_F = W_{0Pt} + E_{cPt} \\ E_F = W_{0Ca} + E_{cCa} \end{array} \Rightarrow W_{0Pt} + E_{cPt} = W_{0Ca} + E_{cCa} \Rightarrow W_{0Ca} = W_{0Pt} + E_{cPt} - E_{cCa}$$

$$W_{0Ca} = 4.6825 \times 10^{-19} \text{ [J]} = 2.9226 \text{ [eV]}$$

**Ejercicios propuestos sobre el efecto fotoeléctrico**

1. Al incidir una onda electromagnética sobre la superficie de un metal provoca una emisión de electrones con una velocidad de  $14.2135 \times 10^5 \text{ [m}\cdot\text{s}^{-1}]$ . Determine el periodo de la onda electromagnética si la función de trabajo del metal es  $2.1 \text{ [eV]}$ .

2. En un experimento del efecto fotoeléctrico se emite un electrón de una placa metálica cuyo límite de frecuencia es  $7 \times 10^{14} \text{ [Hz]}$ . Si la onda electromagnética incidente corresponde a la séptima línea de la serie de Lyman para el átomo de hidrógeno, determine la velocidad a la que viajan los electrones emitidos.

3. Al irradiar cierto metal con luz de  $4.6 \times 10^{15} \text{ [Hz]}$ , se emitieron electrones con energía cinética 2 veces mayor que la de aquellos emitidos usando radiación con  $2.9 \times 10^{15} \text{ [Hz]}$  de frecuencia. Calcule la frecuencia umbral del metal.

4. En un experimento del efecto fotoeléctrico, se determinaron los potenciales de frenado (V) de los fotoelectrones en función de la longitud de onda ( $\lambda$ ) del espectro de mercurio.

V [V]	0.4	0.6	0.9	1.2	1.5	2.1
$\lambda \text{ [Å]}$	5460	4920	4360	4050	3690	3130

Determine:

- El valor experimental de la constante de Planck.
- La frecuencia umbral.

5. En un experimento del efecto fotoeléctrico se ilumina la superficie de un metal con luz de diferentes frecuencias, obteniéndose los resultados siguientes:

Frecuencia de la luz $f \text{ [s}^{-1}] \times 10^{-14}$	8.1967	7.4074	6.8807	6.0976	5.4945	5.1813
Energía Cinética $E_c \text{ [J]} \times 10^{19}$	2.3710	1.8423	1.4899	1.9324	0.57672	0.38448

Calcule la constante de Planck y la energía de escape o función de trabajo.

6. Cuando una onda electromagnética de  $50.69 \text{ [nm]}$  incide sobre un metal cuya función de trabajo es  $21.29 \text{ [eV]}$ , provoca la emisión de electrones. Determine la velocidad de los mismos.

7. Una lámpara con una potencia de  $1 \text{ [mW]}$  emite fotones con una longitud de onda de  $4560 \text{ [Å]}$ , que inciden durante  $5 \text{ [s]}$  sobre una superficie de cesio. Considere que únicamente el  $5 \text{ [%]}$  de los fotones que inciden sobre dicha superficie logran arrancar los electrones del metal y determine la cantidad de electrones emitidos.

## Teoría Atómica de Bohr, Teoría de De Broglie y Series de Emisión

### Considerandos

Para resolver los ejercicios relacionados con la teoría atómica de Bohr, la teoría de De Broglie y las series de emisión, se debe considerar:

- I. Que todas las expresiones del **Formulario 5** son aplicables para el hidrógeno y para átomos hidrogenoides (átomos con un solo electrón), los cuales tienen  $Z-1$  cargas positivas, donde  $Z$  es el número atómico.
- II. Que cuando no se pide determinar el valor de alguna de las constantes presentes en el **Formulario 5**, estos valores se pueden consultar en la bibliografía.
- III. Que se debe emplear el sistema internacional de unidades al realizar los cálculos.
- IV. Que en la teoría atómica de Bohr, la fuerza eléctrica es igual a la fuerza centrípeta.
- V. Que en la teoría de De Broglie, cualquier partícula, incluyendo al electrón, tiene asociada una cierta longitud de onda (expresión **10**).
- VI. Que la energía del fotón absorbido o emitido en una transición electrónica o salto cuántico es igual a la diferencia de energía entre las dos órbitas involucradas (expresión **12**).
- VII. Que cuando el ejercicio involucre la línea de una serie de emisión o absorción, se emplearán los datos de la **Tabla 1** y alguna de las tres últimas ecuaciones **13**, **14** o **15**, dependiendo de los datos proporcionados.
- VIII. Que los ejercicios relativos a los temas antes mencionados, se resuelven:
  - i. Empleando una de las expresiones del **Formulario 5**, donde se tenga como única incógnita el parámetro deseado, o
  - ii. Empleando una de las expresiones del **Formulario 5**, para determinar un dato adicional que permita, posteriormente, aplicar el punto anterior, o
  - iii. Combinando dos o más expresiones del **Formulario 5**, para obtener una sola ecuación que tenga como única incógnita el parámetro deseado.
- IX. Que cuando el ejercicio trata de un electrón que realiza un salto cuántico, generalmente se resuelve empleando dos formularios, uno para los datos de la órbita de alta energía y otro para los datos de la órbita de baja energía.
- X. Que cuando el ejercicio trata de una partícula diferente al electrón, solo se puede emplear la expresión **10**, en la que se emplearía la masa, la velocidad y la longitud de onda asociada a esa otra partícula y no al electrón.



## Formulario 5

<b>1</b> $F_e = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r^2}$	<b>7</b> $m \cdot v \cdot r = \frac{n \cdot h}{2 \cdot \pi}$	<b>13</b> $\frac{1}{\lambda} = R_H \cdot Z^2 \cdot \left(\frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2}\right)$																		
<b>2</b> $F_c = -\frac{m \cdot v^2}{r}$	<b>8</b> $v = \frac{2 \cdot \pi \cdot Z \cdot e^2 \cdot K}{n \cdot h}$	<b>14</b> $f = R_H \cdot Z^2 \cdot c \cdot \left(\frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2}\right)$																		
<b>3</b> $\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r} = m \cdot v^2$	<b>9</b> $r = R_B \cdot n^2 \cdot Z^{-1}$	<b>15</b> $E_F = R_H \cdot Z^2 \cdot h \cdot c \cdot \left(\frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2}\right)$																		
<b>4</b> $E_C = \frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{2 \cdot r}$	<b>10</b> $m \cdot v = \frac{h}{\lambda_e}$	<div>Tabla 1</div> <table><tr><th>Serie</th><th><math>n_B</math></th><th><math>n_A</math></th></tr><tr><td>Lyman</td><td>1</td><td>2, 3, 4, 5, ...</td></tr><tr><td>Balmer</td><td>2</td><td>3, 4, 5, 6, ...</td></tr><tr><td>Paschen</td><td>3</td><td>4, 5, 6, 7, ...</td></tr><tr><td>Brackett</td><td>4</td><td>5, 6, 7, 8, ...</td></tr><tr><td>Pfund</td><td>5</td><td>6, 7, 8, 9, ...</td></tr></table>	Serie	$n_B$	$n_A$	Lyman	1	2, 3, 4, 5, ...	Balmer	2	3, 4, 5, 6, ...	Paschen	3	4, 5, 6, 7, ...	Brackett	4	5, 6, 7, 8, ...	Pfund	5	6, 7, 8, 9, ...
Serie	$n_B$		$n_A$																	
Lyman	1		2, 3, 4, 5, ...																	
Balmer	2	3, 4, 5, 6, ...																		
Paschen	3	4, 5, 6, 7, ...																		
Brackett	4	5, 6, 7, 8, ...																		
Pfund	5	6, 7, 8, 9, ...																		
<b>5</b> $E_P = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r}$	<b>11</b> $2 \cdot \pi \cdot r = n \cdot \lambda_e$																			
<b>6</b> $E_T = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{2 \cdot r}$	<b>12</b> $E_F = \Delta E_{A,B} = E_A - E_B$																			
<div><div><div><math>F_e</math> = Fuerza eléctrica <math>F_c</math> = Fuerza centrípeta <math>E_C</math> = Energía cinética <math>E_P</math> = Energía potencial <math>E_T</math> = Energía total de la órbita <math>E_F</math> = Energía del fotón <math>Z</math> = Número atómico <math>r</math> = Radio de la órbita <math>v</math> = Velocidad del electrón <math>n</math> = Órbita que contiene al electrón <math>n_A</math> = Órbita de alta energía <math>n_B</math> = Órbita de baja energía</div><div><math>E_A</math>= Energía de la órbita <math>n_A</math> <math>E_B</math> = Energía de la órbita <math>n_B</math> <math>\lambda_e</math> = Longitud de onda asociada al electrón <math>\lambda</math> = Longitud de onda del fotón <math>f</math> = Frecuencia del fotón <math>m</math> = Masa del electrón = <math>9.1093 \times 10^{-31}</math> [kg] <math>e</math> = Carga eléctrica del electrón = <math>1.6022 \times 10^{-19}</math> [C] <math>c</math> = Velocidad de la luz = <math>2.9979 \times 10^8</math> [m·s<sup>-1</sup>] <math>K</math> = Constante de Coulomb = <math>9 \times 10^9</math> [N·m<sup>2</sup>·C<sup>-2</sup>] <math>h</math> = Constante de Planck = <math>6.62607 \times 10^{-34}</math> [J·s] <math>R_B</math> = Radio de Bohr = <math>5.2917 \times 10^{-11}</math> [m] <math>R_H</math> = Constante de Rydberg = <math>1.09737 \times 10^7</math> [m<sup>-1</sup>] <math>\Delta E_{A,B}</math>= Diferencia de energía entre <math>n_A</math> y <math>n_B</math></div></div></div>																				

Tomando como base los **Considerandos** y el **Formulario 5**, se plantea a continuación la resolución de diversos ejercicios.

**1. El único electrón de un átomo hidrogenoide de silicio tiene una longitud de onda de De Broglie de  $166.2423 \times 10^{-12}$  [m]. Determine:**

- La órbita en la que se encuentra el electrón.
- La energía potencial del electrón.

**Resolución:**

- En este ejercicio se proporciona la longitud de onda asociada con el electrón  $\lambda_e$ , e indirectamente el número atómico  $Z$ , ya que se dice que el átomo es de silicio, para determinar la energía potencial y la órbita en que se encuentra el electrón; entonces, considerando **I**, **II** y **III**, se tendrían los datos siguientes:

$$m = 9.1093 \times 10^{-31} \text{ [kg]}$$

$$R_H = 1.09737 \times 10^7 \text{ [m}^{-1}\text{]}$$

$$e = 1.6022 \times 10^{-19} \text{ [C]}$$

$$\lambda_e = 166.2423 \times 10^{-12} \text{ [m]}$$

$$c = 2.9979 \times 10^8 \text{ [m} \cdot \text{s}^{-1}\text{]}$$

$$Z = 14$$

$$K = 9 \times 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}\text{]}$$

$$n = ?$$

$$h = 6.62607 \times 10^{-34} \text{ [J} \cdot \text{s]}$$

$$E_P = ?$$

$$R_B = 5.2917 \times 10^{-11} \text{ [m]}$$

- Si se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el **Formulario 5** quedaría como sigue:

1 $F_e = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r^2}$	7 $m \cdot v \cdot r = \frac{n \cdot h}{2 \cdot \pi}$	13 $\frac{1}{\lambda} = R_H \cdot Z^2 \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right)$																					
2 $F_c = -\frac{m \cdot v^2}{r}$	8 $v = \frac{2 \cdot \pi \cdot Z \cdot e^2 \cdot K}{n \cdot h}$	14 $f = R_H \cdot Z^2 \cdot c \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right)$																					
3 $\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r} = m \cdot v^2$	9 $r = R_B \cdot n^2 \cdot Z^{-1}$	15 $E_F = R_H \cdot Z^2 \cdot h \cdot c \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right)$																					
4 $E_c = \frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{2 \cdot r}$	10 $m \cdot v = \frac{h}{\lambda_e}$	<table><tr><th colspan="3">Tabla 1</th></tr><tr><th>Serie</th><th><math>n_B</math></th><th><math>n_A</math></th></tr><tr><td>Lyman</td><td>1</td><td>2, 3, 4, 5, ...</td></tr><tr><td>Balmer</td><td>2</td><td>3, 4, 5, 6, ...</td></tr><tr><td>Paschen</td><td>3</td><td>4, 5, 6, 7, ...</td></tr><tr><td>Brackett</td><td>4</td><td>5, 6, 7, 8, ...</td></tr><tr><td>Pfund</td><td>5</td><td>6, 7, 8, 9, ...</td></tr></table>	Tabla 1			Serie	$n_B$	$n_A$	Lyman	1	2, 3, 4, 5, ...	Balmer	2	3, 4, 5, 6, ...	Paschen	3	4, 5, 6, 7, ...	Brackett	4	5, 6, 7, 8, ...	Pfund	5	6, 7, 8, 9, ...
Tabla 1																							
Serie	$n_B$		$n_A$																				
Lyman	1	2, 3, 4, 5, ...																					
Balmer	2	3, 4, 5, 6, ...																					
Paschen	3	4, 5, 6, 7, ...																					
Brackett	4	5, 6, 7, 8, ...																					
Pfund	5	6, 7, 8, 9, ...																					
5 $E_p = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r}$	11 $2 \cdot \pi \cdot r = n \cdot \lambda_e$																						
6 $E_T = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{2 \cdot r}$	12 $E_F = \Delta E_{A,B} = E_A - E_B$																						

- Primeramente, considerando **VIII-iii**; se combinan las expresiones **8** y **10** para obtener una expresión en la cual la única incógnita sería  $n$ , como se muestra esquemáticamente a continuación:

$$\left. \begin{array}{l} \text{8 } v = \frac{2 \cdot \pi \cdot Z \cdot e^2 \cdot K}{n \cdot h} \\ \text{10 } m \cdot v = \frac{h}{\lambda_e} \end{array} \right\} \frac{h}{m \cdot \lambda_e} = \frac{2 \cdot \pi \cdot Z \cdot e^2 \cdot K}{n \cdot h} \Rightarrow n = \frac{m \cdot \lambda_e \cdot 2 \cdot \pi \cdot Z \cdot e^2 \cdot K}{h^2}$$

$n = 7$

- A continuación, considerando nuevamente **VIII-iii**; se combinan las expresiones **5** y **9** para obtener una expresión en la cual la única incógnita sería  $E_P$ , como se muestra esquemáticamente a continuación:

$$\left. \begin{array}{l} 5 \quad E_p = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r} \\ 9 \quad r = R_B \cdot n^2 \cdot Z^{-1} \end{array} \right\} E_p = -\frac{Z^2 \cdot e^2 \cdot K}{R_B \cdot n^2}$$

$$E_p = 17.4638 \times 10^{-18} [\text{J}]$$

**2. El único electrón de un átomo hidrogenoide de nitrógeno se encuentra en una órbita cuyo perímetro (P) es de  $2.3274 \times 10^{-9}$  [m]. Determine la longitud de onda asociada con el electrón.**

**Resolución:**

- En este ejercicio, para determinar la longitud de onda asociada con el electrón, se dan de forma indirecta el radio  $r$  de la órbita en que se encuentra el electrón y el número atómico  $Z$ , ya que se proporciona el perímetro  $P$  de la órbita y se dice que el átomo es de nitrógeno; entonces, considerando I, II y III, se tendrían los datos siguientes:

$$m = 9.1093 \times 10^{-31} [\text{kg}]$$

$$R_B = 5.2917 \times 10^{-11} [\text{m}]$$

$$e = 1.6022 \times 10^{-19} [\text{C}]$$

$$R_H = 1.09737 \times 10^7 [\text{m}^{-1}]$$

$$c = 2.9979 \times 10^8 [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$$

$$r = P/2\pi = 3.7041 \times 10^{-10} [\text{m}]$$

$$K = 9 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}]$$

$$Z = 7$$

$$h = 6.62607 \times 10^{-34} [\text{J} \cdot \text{s}]$$

$$E_p = ?$$

- Si se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el **Formulario 5** quedaría como sigue:

1 $F_e = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r^2}$	7 $m \cdot v \cdot r = \frac{n \cdot h}{2 \cdot \pi}$	13 $\frac{1}{\lambda} = R_H \cdot Z^2 \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right)$																		
2 $F_c = -\frac{m \cdot v^2}{r}$	8 $v = \frac{2 \cdot \pi \cdot Z \cdot e^2 \cdot K}{n \cdot h}$	14 $f = R_H \cdot Z^2 \cdot c \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right)$																		
3 $\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r} = m \cdot v^2$	9 $r = R_B \cdot n^2 \cdot Z^{-1}$	15 $E_F = R_H \cdot Z^2 \cdot h \cdot c \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right)$																		
4 $E_c = \frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{2 \cdot r}$	10 $m \cdot v = \frac{h}{\lambda_e}$	<p><b>Tabla 1</b></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Serie</th><th><math>n_B</math></th><th><math>n_A</math></th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Lyman</td><td>1</td><td>2, 3, 4, 5, ...</td></tr> <tr> <td>Balmer</td><td>2</td><td>3, 4, 5, 6, ...</td></tr> <tr> <td>Paschen</td><td>3</td><td>4, 5, 6, 7, ...</td></tr> <tr> <td>Brackett</td><td>4</td><td>5, 6, 7, 8, ...</td></tr> <tr> <td>Pfund</td><td>5</td><td>6, 7, 8, 9, ...</td></tr> </tbody> </table>	Serie	$n_B$	$n_A$	Lyman	1	2, 3, 4, 5, ...	Balmer	2	3, 4, 5, 6, ...	Paschen	3	4, 5, 6, 7, ...	Brackett	4	5, 6, 7, 8, ...	Pfund	5	6, 7, 8, 9, ...
Serie	$n_B$	$n_A$																		
Lyman	1	2, 3, 4, 5, ...																		
Balmer	2	3, 4, 5, 6, ...																		
Paschen	3	4, 5, 6, 7, ...																		
Brackett	4	5, 6, 7, 8, ...																		
Pfund	5	6, 7, 8, 9, ...																		
5 $E_p = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r}$	11 $2 \cdot \pi \cdot r = n \cdot \lambda_e$																			
6 $E_T = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{2 \cdot r}$	12 $E_F = \Delta E_{A,B} = E_A - E_B$																			

- En este caso, considerando VIII-iii; se combinan las expresiones 9 y 11 para obtener una expresión en la cual la única incógnita sería  $\lambda_e$ , como se muestra esquemáticamente a continuación:

$$\left. \begin{array}{l} 9 \quad r = R_B \cdot n^2 \cdot Z^{-1} \\ 11 \quad 2 \cdot \pi \cdot r = n \cdot \lambda_e \end{array} \right\} r = R_B \cdot \left( \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{\lambda_e} \right)^2 \cdot Z^{-1} \Rightarrow \lambda_e = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{r \cdot R_B}{Z}}$$

$$\lambda_e = 3.3248 \times 10^{-10} [\text{m}]$$

3. Determine la longitud de onda de De Broglie de un neutrón que posee la misma energía cinética que la del único electrón del ion  $\text{Ni}^{27+}$  en la séptima órbita.

**Resolución:**

- En este ejercicio, se presentan dos partículas que tienen la misma energía cinética, una es el neutrón y la otra es el electrón; por ello, es recomendable trabajar primero con los datos de una de ellas, en este caso el electrón, para determinar su energía cinética, ya que es precisamente lo que tienen en común ambas partículas. Para el electrón se proporciona la órbita  $n$ , e indirectamente el número atómico  $Z$ , ya que nos dicen que el átomo es de níquel; entonces, considerando **I**, **II** y **III**, se tendrían los datos siguientes:

$$m = 9.1093 \times 10^{-31} \text{ [kg]}$$

$$e = 1.6022 \times 10^{-19} \text{ [C]}$$

$$c = 2.9979 \times 10^8 \text{ [m}\cdot\text{s}^{-1}\text{]}$$

$$K = 9 \times 10^9 \text{ [N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}\text{]}$$

$$h = 6.62607 \times 10^{-34} \text{ [J}\cdot\text{s]}$$

$$R_B = 5.2917 \times 10^{-11} \text{ [m]}$$

$$R_H = 1.09737 \times 10^7 \text{ [m}^{-1}\text{]}$$

$$n = 7$$

$$Z = 28$$

$$\lambda_n = ?$$

- Si se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el **Formulario 5** quedaría como sigue:

1 $F_e = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r^2}$	7 $m \cdot v \cdot r = \frac{n \cdot h}{2 \cdot \pi}$	13 $\frac{1}{\lambda} = R_H \cdot Z^2 \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right)$																					
2 $F_c = -\frac{m \cdot v^2}{r}$	8 $v = \frac{2 \cdot \pi \cdot Z \cdot e^2 \cdot K}{n \cdot h}$	14 $f = R_H \cdot Z^2 \cdot c \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right)$																					
3 $\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r} = m \cdot v^2$	9 $r = R_B \cdot n^2 \cdot Z^{-1}$	15 $E_F = R_H \cdot Z^2 \cdot h \cdot c \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right)$																					
4 $E_c = \frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{2 \cdot r}$	10 $m \cdot v = \frac{h}{\lambda_e}$	<table><tr><th colspan="3">Tabla 1</th></tr><tr><th>Serie</th><th><math>n_B</math></th><th><math>n_A</math></th></tr><tr><td>Lyman</td><td>1</td><td>2, 3, 4, 5, ...</td></tr><tr><td>Balmer</td><td>2</td><td>3, 4, 5, 6, ...</td></tr><tr><td>Paschen</td><td>3</td><td>4, 5, 6, 7, ...</td></tr><tr><td>Brackett</td><td>4</td><td>5, 6, 7, 8, ...</td></tr><tr><td>Pfund</td><td>5</td><td>6, 7, 8, 9, ...</td></tr></table>	Tabla 1			Serie	$n_B$	$n_A$	Lyman	1	2, 3, 4, 5, ...	Balmer	2	3, 4, 5, 6, ...	Paschen	3	4, 5, 6, 7, ...	Brackett	4	5, 6, 7, 8, ...	Pfund	5	6, 7, 8, 9, ...
Tabla 1																							
Serie	$n_B$		$n_A$																				
Lyman	1	2, 3, 4, 5, ...																					
Balmer	2	3, 4, 5, 6, ...																					
Paschen	3	4, 5, 6, 7, ...																					
Brackett	4	5, 6, 7, 8, ...																					
Pfund	5	6, 7, 8, 9, ...																					
5 $E_p = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r}$	11 $2 \cdot \pi \cdot r = n \cdot \lambda_e$																						
6 $E_T = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{2 \cdot r}$	12 $E_F = \Delta E_{A,B} = E_A - E_B$																						

- Considerando **VIII-iii**; se combinan las expresiones **4** y **9** para obtener una expresión en la cual la única incógnita sería  $E_C$ , como se muestra esquemáticamente a continuación:

$$\left. \begin{array}{l} 4 \quad E_C = \frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{2 \cdot r} \\ 9 \quad r = R_B \cdot n^2 \cdot Z^{-1} \end{array} \right\} E_C = \frac{Z^2 \cdot e^2 \cdot K}{2 \cdot R_B \cdot n^2}$$

$$E_C = 3.4927 \times 10^{-17} \text{ [J]}$$

- Como el neutrón tiene igual energía cinética que el electrón, se considera  $X$  y se tendrían los datos siguientes para el protón:

$$m = 9.1093 \times 10^{-31} \text{ [kg]}$$

$$E_C = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = 1.6749 \times 10^{-27} \text{ [J]}$$

$$\lambda_n = ?$$

- Con la expresión de energía cinética se determina la velocidad del neutrón y finalmente, se emplea la expresión **10** para determinar la longitud de onda asociada con el neutrón, como se muestra esquemáticamente a continuación:

$$5 \quad E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} = 204.2235 \times 10^3 \text{ [m} \cdot \text{s}^{-1}\text{]}$$

$$10 \quad m \cdot v = \frac{h}{\lambda_n} \Rightarrow \lambda_n = \frac{h}{m \cdot v}$$

$$\lambda_n = 1.9371 \times 10^{-12} \text{ [m]}$$

4. El único electrón de un átomo hidrogenoide tiene una energía potencial de  $-17.4638 \times 10^{-18}$  [J] cuando se encuentra en una órbita en la que se ejerce sobre él una fuerza eléctrica de  $-94.2925 \times 10^{-9}$  [N]. Determine de qué elemento es el átomo y la longitud de onda asociada con el electrón.

**Resolución:**

- En este ejercicio, se proporcionan la energía potencial  $E_P$  y la fuerza eléctrica  $F_e$  que se ejerce sobre un electrón y se pide determinar a qué elemento pertenece el átomo; sin embargo, en el **Formulario 5** el único parámetro que permite determinar a qué elemento pertenece un átomo es el número atómico; entonces, considerando **I**, **II**, **III** y **IV**, se tendrían los datos siguientes:

$$m = 9.1093 \times 10^{-31} \text{ [kg]}$$

$$R_B = 5.2917 \times 10^{-11} \text{ [m]}$$

$$e = 1.6022 \times 10^{-19} \text{ [C]}$$

$$R_H = 1.09737 \times 10^7 \text{ [m}^{-1}\text{]}$$

$$c = 2.9979 \times 10^8 \text{ [m} \cdot \text{s}^{-1}\text{]}$$

$$E_P = -17.4638 \times 10^{-18} \text{ [J]}$$

$$K = 9 \times 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}\text{]}$$

$$F_e = F_c = -94.2925 \times 10^{-9} \text{ [N]}$$

$$h = 6.62607 \times 10^{-34} \text{ [J} \cdot \text{s]}$$

$$Z = ?$$

- Si se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el **Formulario 5** quedaría como sigue:

1 $F_e = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r^2}$	7 $m \cdot v \cdot r = \frac{n \cdot h}{2 \cdot \pi}$	13 $\frac{1}{\lambda} = R_H \cdot Z^2 \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right)$																					
2 $F_c = -\frac{m \cdot v^2}{r}$	8 $v = \frac{2 \cdot \pi \cdot Z \cdot e^2 \cdot K}{n \cdot h}$	14 $f = R_H \cdot Z^2 \cdot c \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right)$																					
3 $\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r} = m \cdot v^2$	9 $r = R_B \cdot n^2 \cdot Z^{-1}$	15 $E_F = R_H \cdot Z^2 \cdot h \cdot c \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right)$																					
4 $E_c = \frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{2 \cdot r}$	10 $m \cdot v = \frac{h}{\lambda_e}$	<table><tr><th colspan="3">Tabla 1</th></tr><tr><th>Serie</th><th><math>n_B</math></th><th><math>n_A</math></th></tr><tr><td>Lyman</td><td>1</td><td>2, 3, 4, 5, ...</td></tr><tr><td>Balmer</td><td>2</td><td>3, 4, 5, 6, ...</td></tr><tr><td>Paschen</td><td>3</td><td>4, 5, 6, 7, ...</td></tr><tr><td>Brackett</td><td>4</td><td>5, 6, 7, 8, ...</td></tr><tr><td>Pfund</td><td>5</td><td>6, 7, 8, 9, ...</td></tr></table>	Tabla 1			Serie	$n_B$	$n_A$	Lyman	1	2, 3, 4, 5, ...	Balmer	2	3, 4, 5, 6, ...	Paschen	3	4, 5, 6, 7, ...	Brackett	4	5, 6, 7, 8, ...	Pfund	5	6, 7, 8, 9, ...
Tabla 1																							
Serie	$n_B$		$n_A$																				
Lyman	1	2, 3, 4, 5, ...																					
Balmer	2	3, 4, 5, 6, ...																					
Paschen	3	4, 5, 6, 7, ...																					
Brackett	4	5, 6, 7, 8, ...																					
Pfund	5	6, 7, 8, 9, ...																					
5 $E_p = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r}$	11 $2 \cdot \pi \cdot r = n \cdot \lambda_e$																						
6 $E_T = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{2 \cdot r}$	12 $E_F = \Delta E_{A,B} = E_A - E_B$																						

- Primeramente, considerando **VIII-iii**; se combinan las expresiones 1 y 5 para obtener una expresión en la cual la única incógnita sería  $Z$ , como se muestra esquemáticamente a continuación:

$$\left. \begin{array}{l} 1 \quad F_e = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r^2} \\ 5 \quad E_P = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r} \end{array} \right\} F_e = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{\left( -\frac{E_P}{Z \cdot e^2 \cdot K} \right)^2} \Rightarrow Z = -\frac{E_P^2}{F_e \cdot e^2 \cdot K}$$

$$Z = 14 \Rightarrow \text{El átomo es de silicio}$$

- Ya conociendo el número atómico, se considera **VIII-ii** y se emplean de forma secuencial las expresiones **5**, **9** y **11** para determinar el radio, la órbita y la longitud de onda asociada con el electrón respectivamente, como se muestra esquemáticamente a continuación:

$$\begin{aligned}
 \text{5} \quad E_p &= -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r} \Rightarrow r = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{E_p} = 1.8521 \times 10^{-10} \text{ [m]} \\
 \text{9} \quad r &= R_B \cdot n^2 \cdot Z^{-1} \Rightarrow n = \sqrt{\frac{r \cdot Z}{R_B}} = 7 \\
 \text{11} \quad 2 \cdot \pi \cdot r &= n \cdot \lambda_e \Rightarrow \lambda_e = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{n} \\
 &\lambda_e = 1.6624 \times 10^{-10} \text{ [m]}
 \end{aligned}$$

**5. El único electrón del ion  $X^{7+}$  se encuentra inicialmente en una órbita donde su velocidad es  $21.88 \times 10^5$  [m/s]. Determine el valor de la órbita final ( $n_f$ ), cuando el radio de ésta disminuye a una cuarta parte del radio inicial.**

**Resolución:**

- En este ejercicio, se proporciona la velocidad  $v_A$ , que tiene un electrón en cierta órbita, pero se supone que el electrón salta a otra órbita de menor radio; es decir, pasa de una órbita de mayor energía  $n_A$ , a una de menor energía  $n_B$ , y precisamente se pide determinar el valor de ésta última. Cabe mencionar que también se proporciona, aunque de forma indirecta, el número atómico  $Z$ ; así que, considerando **I**, **II** y **III** se tendrían los datos siguientes:

$$m = 9.1093 \times 10^{-31} \text{ [kg]}$$

$$R_B = 5.2917 \times 10^{-11} \text{ [m]}$$

$$e = 1.6022 \times 10^{-19} \text{ [C]}$$

$$R_H = 1.09737 \times 10^7 \text{ [m}^{-1}\text{]}$$

$$c = 2.9979 \times 10^8 \text{ [m} \cdot \text{s}^{-1}\text{]}$$

$$v_A = 21.88 \times 10^5 \text{ [m} \cdot \text{s}^{-1}\text{]}$$

$$K = 9 \times 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}\text{]}$$

$$Z = 8$$

$$h = 6.62607 \times 10^{-34} \text{ [J} \cdot \text{s]}$$

$$n_B = ?$$

- Si se trabaja con los datos de la órbita de alta energía, denotando en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el **Formulario 5** quedaría como sigue:

1 $F_e = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r^2}$	7 $m \cdot v \cdot r = \frac{n \cdot h}{2 \cdot \pi}$	13 $\frac{1}{\lambda} = R_H \cdot Z^2 \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right)$																					
2 $F_c = -\frac{m \cdot v^2}{r}$	8 $v = \frac{2 \cdot \pi \cdot Z \cdot e^2 \cdot K}{n \cdot h}$	14 $f = R_H \cdot Z^2 \cdot c \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right)$																					
3 $\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r} = m \cdot v^2$	9 $r = R_B \cdot n^2 \cdot Z^{-1}$	15 $E_F = R_H \cdot Z^2 \cdot h \cdot c \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right)$																					
4 $E_c = \frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{2 \cdot r}$	10 $m \cdot v = \frac{h}{\lambda_e}$	<table><tr><th colspan="3">Tabla 1</th></tr><tr><th>Serie</th><th><math>n_B</math></th><th><math>n_A</math></th></tr><tr><td>Lyman</td><td>1</td><td>2, 3, 4, 5, ...</td></tr><tr><td>Balmer</td><td>2</td><td>3, 4, 5, 6, ...</td></tr><tr><td>Paschen</td><td>3</td><td>4, 5, 6, 7, ...</td></tr><tr><td>Brackett</td><td>4</td><td>5, 6, 7, 8, ...</td></tr><tr><td>Pfund</td><td>5</td><td>6, 7, 8, 9, ...</td></tr></table>	Tabla 1			Serie	$n_B$	$n_A$	Lyman	1	2, 3, 4, 5, ...	Balmer	2	3, 4, 5, 6, ...	Paschen	3	4, 5, 6, 7, ...	Brackett	4	5, 6, 7, 8, ...	Pfund	5	6, 7, 8, 9, ...
Tabla 1																							
Serie	$n_B$		$n_A$																				
Lyman	1	2, 3, 4, 5, ...																					
Balmer	2	3, 4, 5, 6, ...																					
Paschen	3	4, 5, 6, 7, ...																					
Brackett	4	5, 6, 7, 8, ...																					
Pfund	5	6, 7, 8, 9, ...																					
5 $E_p = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r}$	11 $2 \cdot \pi \cdot r = n \cdot \lambda_e$																						
6 $E_T = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{2 \cdot r}$	12 $E_F = \Delta E_{A,B} = E_A - E_B$																						

- Considerando **VIII-ii**, se emplea la expresión **3** para determinar el radio de la órbita de alta energía  $r_A$ , mismo que se divide entre cuatro para obtener el radio de la órbita de baja energía  $r_B$ ; de tal forma que esquemáticamente quedaría de la forma siguiente:

$$\mathbf{3} \quad \frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r_A} = m \cdot v_A^2 \Rightarrow r_A = \frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{m \cdot v_A^2} = 4.2381 \times 10^{-10} [\text{m}]$$

$$r_B = \frac{r_A}{4} = 1.0595 \times 10^{-10} [\text{m}]$$

- Ya conociendo el radio de la órbita de baja energía, se emplea la expresión **9** para determinar la órbita de baja energía, como se muestra esquemáticamente a continuación:

$$\mathbf{9} \quad r_B = R_B \cdot n_B^2 \cdot Z^{-1} \Rightarrow n_B = \sqrt{\frac{r_L \cdot Z}{R_B}}$$

$$n_B = 4$$

**6. El único electrón de un ion hidrogenoide de  $\text{Ti}^{21+}$  salta de una órbita con radio de  $6.0133 \times 10^{-11} [\text{m}]$  a otra con radio de  $9.6214 \times 10^{-12} [\text{m}]$ . Calcule la longitud de onda de la radiación electromagnética que se emite e indique la zona del espectro electromagnético en la que se ubica.**

#### Resolución:

- En este ejercicio, se indica que un electrón salta de una órbita de alta energía  $n_A$ , a otra de baja energía  $n_B$ , se proporcionan los radios  $r_A$  y  $r_B$  correspondientes y se pide determinar la longitud de onda del fotón  $\lambda$ ; cabe mencionar que también se proporciona, aunque de forma indirecta, el número atómico  $Z$ ; así que, considerando **I**, **II** y **III** se tendrían los datos siguientes:

$$m = 9.1093 \times 10^{-31} [\text{kg}]$$

$$R_H = 1.09737 \times 10^7 [\text{m}^{-1}]$$

$$e = 1.6022 \times 10^{-19} [\text{C}]$$

$$r_A = 6.0133 \times 10^{-11} [\text{m}]$$

$$c = 2.9979 \times 10^8 [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$$

$$r_B = 9.6214 \times 10^{-12} [\text{m}]$$

$$K = 9 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}]$$

$$Z = 22$$

$$h = 6.62607 \times 10^{-34} [\text{J} \cdot \text{s}]$$

$$\lambda = ?$$

$$R_B = 5.2917 \times 10^{-11} [\text{m}]$$

- Como se cuenta con el número atómico y el radio de cada órbita, se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, quedando el **Formulario 5** como sigue:

<b>1</b> $F_e = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r^2}$	<b>7</b> $m \cdot v \cdot r = \frac{n \cdot h}{2 \cdot \pi}$	<b>13</b> $\frac{1}{\lambda} = R_H \cdot Z^2 \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right)$																					
<b>2</b> $F_c = -\frac{m \cdot v^2}{r}$	<b>8</b> $v = \frac{2 \cdot \pi \cdot Z \cdot e^2 \cdot K}{n \cdot h}$	<b>14</b> $f = R_H \cdot Z^2 \cdot c \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right)$																					
<b>3</b> $\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r} = m \cdot v^2$	<b>9</b> $r = R_B \cdot n^2 \cdot Z^{-1}$	<b>15</b> $E_F = R_H \cdot Z^2 \cdot h \cdot c \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right)$																					
<b>4</b> $E_C = \frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{2 \cdot r}$	<b>10</b> $m \cdot v = \frac{h}{\lambda_e}$	<table><tr><th colspan="3">Tabla 1</th></tr><tr><th>Serie</th><th><math>n_B</math></th><th><math>n_A</math></th></tr><tr><td>Lyman</td><td>1</td><td>2, 3, 4, 5, ...</td></tr><tr><td>Balmer</td><td>2</td><td>3,4, 5, 6, ...</td></tr><tr><td>Paschen</td><td>3</td><td>4, 5, 6, 7, ...</td></tr><tr><td>Brackett</td><td>4</td><td>5, 6, 7, 8, ...</td></tr><tr><td>Pfund</td><td>5</td><td>6, 7, 8, 9, ...</td></tr></table>	Tabla 1			Serie	$n_B$	$n_A$	Lyman	1	2, 3, 4, 5, ...	Balmer	2	3,4, 5, 6, ...	Paschen	3	4, 5, 6, 7, ...	Brackett	4	5, 6, 7, 8, ...	Pfund	5	6, 7, 8, 9, ...
Tabla 1																							
Serie	$n_B$		$n_A$																				
Lyman	1		2, 3, 4, 5, ...																				
Balmer	2	3,4, 5, 6, ...																					
Paschen	3	4, 5, 6, 7, ...																					
Brackett	4	5, 6, 7, 8, ...																					
Pfund	5	6, 7, 8, 9, ...																					
<b>5</b> $E_P = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r}$	<b>11</b> $2 \cdot \pi \cdot r = n \cdot \lambda_e$																						
<b>6</b> $E_T = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{2 \cdot r}$	<b>12</b> $E_F = \Delta E_{A,B} = E_A - E_B$																						

- Como se observa, la expresión **13** es la única que contiene la longitud de onda del fotón, pero para obtenerla se requiere determinar previamente los valores de  $n_A$  y  $n_B$ ; para ello, se considera **IX**, y se emplea la expresión **9** para obtener dichos valores, a partir de su correspondiente radio; posteriormente se emplea la expresión **13**, como se muestra esquemáticamente a continuación:

$$\begin{aligned}
 \text{9 } r_A &= R_B \cdot n_A^2 \cdot Z^{-1} \Rightarrow n_A = \sqrt{\frac{r_A \cdot Z}{R_B}} = 5 \\
 \text{9 } r_B &= R_B \cdot n_B^2 \cdot Z^{-1} \Rightarrow n_B = \sqrt{\frac{r_B \cdot Z}{R_B}} = 2 \\
 \text{13 } \frac{1}{\lambda} &= R_H \cdot Z^2 \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right) \Rightarrow \lambda = \left( R_H \cdot Z^2 \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right) \right)^{-1} \\
 &\lambda = 8.9656 \times 10^{-10} [\text{m}]
 \end{aligned}$$

**7. ¿Cuántos protones tiene un átomo hidrogenoide, si la emisión de la cuarta línea espectral de la serie de Pfund para dicho átomo tiene una frecuencia de  $1.4557 \times 10^{15}$  [Hz]?**

**Resolución:**

- En este ejercicio, se habla de una línea espectral de la serie de Pfund; por lo tanto, se consulta la **Tabla 1** para saber los valores de  $n_A$  y  $n_B$ ; además, se proporciona la frecuencia del fotón para determinar el número de protones que tiene el átomo; así que, considerando **I**, **II**, **III** y **VII** se tendrían los datos siguientes:

$$m = 9.1093 \times 10^{-31} [\text{kg}]$$

$$R_H = 1.09737 \times 10^7 [\text{m}^{-1}]$$

$$e = 1.6022 \times 10^{-19} [\text{C}]$$

$$n_A = 9$$

$$c = 2.9979 \times 10^8 [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$$

$$n_B = 5$$

$$K = 9 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}]$$

$$f = 1.4557 \times 10^{15} [\text{s}^{-1}]$$

$$h = 6.62607 \times 10^{-34} [\text{J} \cdot \text{s}]$$

$$Z = ?$$

$$R_B = 5.2917 \times 10^{-11} [\text{m}]$$

- Como se cuenta con la frecuencia del fotón y las órbitas de alta y baja energía, se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, quedando el **Formulario 5** como sigue:

<b>1</b> $F_e = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r^2}$	<b>7</b> $m \cdot v \cdot r = \frac{n \cdot h}{2 \cdot \pi}$	<b>13</b> $\frac{1}{\lambda} = R_H \cdot Z^2 \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right)$																		
<b>2</b> $F_c = -\frac{m \cdot v^2}{r}$	<b>8</b> $v = \frac{2 \cdot \pi \cdot Z \cdot e^2 \cdot K}{n \cdot h}$	<b>14</b> $f = R_H \cdot Z^2 \cdot c \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right)$																		
<b>3</b> $\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r} = m \cdot v^2$	<b>9</b> $r = R_B \cdot n^2 \cdot Z^{-1}$	<b>15</b> $E_F = R_H \cdot Z^2 \cdot h \cdot c \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right)$																		
<b>4</b> $E_c = \frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{2 \cdot r}$	<b>10</b> $m \cdot v = \frac{h}{\lambda_e}$	<div><b>Tabla 1</b></div> <table><tr><th>Serie</th><th><math>n_B</math></th><th><math>n_A</math></th></tr><tr><td>Lyman</td><td>1</td><td>2, 3, 4, 5, ...</td></tr><tr><td>Balmer</td><td>2</td><td>3, 4, 5, 6, ...</td></tr><tr><td>Paschen</td><td>3</td><td>4, 5, 6, 7, ...</td></tr><tr><td>Bracket</td><td>4</td><td>5, 6, 7, 8, ...</td></tr><tr><td>Pfund</td><td>5</td><td>6, 7, 8, 9, ...</td></tr></table>	Serie	$n_B$	$n_A$	Lyman	1	2, 3, 4, 5, ...	Balmer	2	3, 4, 5, 6, ...	Paschen	3	4, 5, 6, 7, ...	Bracket	4	5, 6, 7, 8, ...	Pfund	5	6, 7, 8, 9, ...
Serie	$n_B$		$n_A$																	
Lyman	1		2, 3, 4, 5, ...																	
Balmer	2	3, 4, 5, 6, ...																		
Paschen	3	4, 5, 6, 7, ...																		
Bracket	4	5, 6, 7, 8, ...																		
Pfund	5	6, 7, 8, 9, ...																		
<b>5</b> $E_p = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r}$	<b>11</b> $2 \cdot \pi \cdot r = n \cdot \lambda_e$																			
<b>6</b> $E_T = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{2 \cdot r}$	<b>12</b> $E_F = \Delta E_{A,B} = E_A - E_L$																			

- En este caso, se considera **VIII-i** y se emplea la expresión **14** para obtener el número atómico, ya que como se sabe éste indica el número de protones en el núcleo de un átomo; así que, el ejercicio se resuelve como se muestra esquemáticamente a continuación:



En la cuarta línea de la serie de Pfund:

$$n_B = 5 \quad y \quad n_A = 9$$

$$14 \quad f = R_H \cdot Z^2 \cdot c \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right) \Rightarrow Z = \sqrt{\frac{f}{R_H \cdot c \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right)}}$$

$$Z = 4$$

El átomo tiene 4 protones

**8. El electrón de un ion hidrogenoide emite una radiación correspondiente a la segunda línea espectral de la serie de Paschen con una longitud de onda de  $2.0503 \times 10^{-8}$  [m]. Determine la velocidad del electrón en cada una de las órbitas involucradas.**

**Resolución:**

- En este ejercicio, se habla de una línea espectral de la serie de Paschen; por lo tanto, se consulta la **Tabla 1** para saber los valores de  $n_A$  y  $n_B$ ; además, se proporciona la longitud de onda del fotón para determinar la velocidad de cada electrón en las órbitas involucradas; así que, considerando **I**, **II**, **III** y **VII** se tendrían los datos siguientes:

$$m = 9.1093 \times 10^{-31} \text{ [kg]}$$

$$R_H = 1.09737 \times 10^7 \text{ [m}^{-1}\text{]}$$

$$e = 1.6022 \times 10^{-19} \text{ [C]}$$

$$n_A = 5$$

$$c = 2.9979 \times 10^8 \text{ [m} \cdot \text{s}^{-1}\text{]}$$

$$n_B = 3$$

$$K = 9 \times 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}\text{]}$$

$$\lambda = 26.1525 \times 10^{-9} \text{ [m]}$$

$$h = 6.62607 \times 10^{-34} \text{ [J} \cdot \text{s]}$$

$$v_A = ?$$

$$R_B = 5.2917 \times 10^{-11} \text{ [m]}$$

$$v_B = ?$$

- Teniendo en cuenta solo los datos, se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, quedando el **Formulario 5** como sigue:

1 $F_e = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r^2}$	7 $m \cdot v \cdot r = \frac{n \cdot h}{2 \cdot \pi}$	13 $\frac{1}{\lambda} = R_H \cdot Z^2 \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right)$																					
2 $F_c = -\frac{m \cdot v^2}{r}$	8 $v = \frac{2 \cdot \pi \cdot Z \cdot e^2 \cdot K}{n \cdot h}$	14 $f = R_H \cdot Z^2 \cdot c \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right)$																					
3 $\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r} = m \cdot v^2$	9 $r = R_B \cdot n^2 \cdot Z^{-1}$	15 $E_F = R_H \cdot Z^2 \cdot h \cdot c \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right)$																					
4 $E_c = \frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{2 \cdot r}$	10 $m \cdot v = \frac{h}{\lambda_e}$	<table><tr><th colspan="3">Tabla 1</th></tr><tr><th>Serie</th><th><math>n_B</math></th><th><math>n_A</math></th></tr><tr><td>Lyman</td><td>1</td><td>2, 3, 4, 5, ...</td></tr><tr><td>Balmer</td><td>2</td><td>3, 4, 5, 6, ...</td></tr><tr><td>Paschen</td><td>3</td><td>4, 5, 6, 7, ...</td></tr><tr><td>Brackett</td><td>4</td><td>5, 6, 7, 8, ...</td></tr><tr><td>Pfund</td><td>5</td><td>6, 7, 8, 9, ...</td></tr></table>	Tabla 1			Serie	$n_B$	$n_A$	Lyman	1	2, 3, 4, 5, ...	Balmer	2	3, 4, 5, 6, ...	Paschen	3	4, 5, 6, 7, ...	Brackett	4	5, 6, 7, 8, ...	Pfund	5	6, 7, 8, 9, ...
Tabla 1																							
Serie	$n_B$		$n_A$																				
Lyman	1	2, 3, 4, 5, ...																					
Balmer	2	3, 4, 5, 6, ...																					
Paschen	3	4, 5, 6, 7, ...																					
Brackett	4	5, 6, 7, 8, ...																					
Pfund	5	6, 7, 8, 9, ...																					
5 $E_p = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{r}$	11 $2 \cdot \pi \cdot r = n \cdot \lambda_e$																						
6 $E_T = -\frac{Z \cdot e^2 \cdot K}{2 \cdot r}$	12 $E_F = \Delta E_{A,L} = E_A - E_B$																						

- En este caso, se considera **VIII-i** y se emplea la expresión **13** para obtener el número atómico; ya con éste, se emplea la expresión **8** para determinar la velocidad del electrón en cada órbita utilizando los correspondientes radios, como se muestra esquemáticamente a continuación:

En la cuarta línea de la serie de Paschen:

$$n_B = 3 \text{ y } n_A = 5$$

$$13 \quad \frac{1}{\lambda} = R_H \cdot Z^2 \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right) \Rightarrow Z = \sqrt{\frac{1}{\lambda \cdot R_H \cdot \left( \frac{1}{n_B^2} - \frac{1}{n_A^2} \right)}} = 7$$

$$8 \quad v_A = \frac{2 \cdot \pi \cdot Z \cdot e^2 \cdot K}{n_A \cdot h} \Rightarrow v_A = 15.3352 \times 10^6 \text{ [m} \cdot \text{s}^{-1}]$$

$$8 \quad v_B = \frac{2 \cdot \pi \cdot Z \cdot e^2 \cdot K}{n_B \cdot h} \Rightarrow v_B = 25.5587 \times 10^6 \text{ [m} \cdot \text{s}^{-1}]$$

### Ejercicios propuestos sobre la teoría atómica de Bohr, la teoría de De Broglie y las series de emisión

1. El único electrón del  $\text{N}^{6+}$  se encuentra en una órbita en donde su energía total tiene un valor de  $-2.1829 \times 10^{-19}$  [J]. Determine la longitud de onda asociada con el electrón en la órbita en que se encuentra.
2. El único electrón de un ion hidrogenoide se encuentra en una órbita de radio,  $r = 3.24135 \times 10^{-10}$  [m] y exhibe una longitud de onda de  $2.90942 \times 10^{-10}$  [m]. Indique de qué ion se trata.
3. El único electrón del ion  $\text{O}^{7+}$  se encuentra en una órbita donde su cantidad de movimiento es  $2.2775 \times 10^{-24}$  [N·s]. Si dicho electrón absorbe  $2.1369 \times 10^{-18}$  [J] de energía, determine su velocidad en la nueva órbita.
4. Cuando el único electrón del ion  $\text{N}^{6+}$  salta de la órbita 7 a una de menor energía, emite un fotón de longitud de onda de 20.503 [nm]. Determine la longitud de onda asociada con el electrón en la órbita final.
5. El único electrón de un átomo hidrogenoide de silicio tiene una frecuencia de giro en torno al núcleo de  $3.7651 \times 10^{15}$  [ $\text{s}^{-1}$ ]. Determine la órbita en la cual se encuentra el electrón.
6. El único electrón de un átomo hidrogenoide se encuentra en una órbita donde su velocidad es de  $2.1877 \times 10^6$  [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ]. Si la fuerza eléctrica que se ejerce sobre el electrón, por parte del núcleo, es de  $-11.7865 \times 10^{-9}$  [N], determine:
  - a) El número atómico del ion.
  - b) La órbita en que se encuentra el electrón.
7. El único electrón de un ion hidrogenoide se encuentra en la órbita 7 donde se ejerce sobre éste una fuerza centrípeta de  $-318.2374$  [N]. Determine de qué elemento es el ion.

# Números Cuánticos

## Considerandos

Para resolver los ejercicios que involucran números cuánticos se debe considerar:

- I. Que en un átomo neutro, el número atómico indica su número de protones y de electrones.
- II. Que a un átomo cargado positivamente le faltan electrones para ser neutro, tantos electrones como cargas positivas tenga.
- III. Que a un átomo cargado negativamente le sobran electrones para ser neutro, tantos electrones como cargas negativas tenga.
- IV. Que en el diagrama de las diagonales de la **Tabla 2**, las flechas rojas indican el orden de llenado de los orbitales según el proceso de construcción electrónica Aufbau.
- V. Las casillas con  $l=0$  tienen un orbital **s** y se llenan con 2 electrones; las casillas con  $l=1$  tienen tres orbitales **p** y se llenan con 6 electrones; las casillas con  $l=2$  tienen cinco orbitales **d** y se llenan con 10 electrones; las casillas con  $l=3$  tienen siete orbitales **f** y se llenan con 14 electrones; así sucesivamente.
- VI. Que cuando una de las casillas del diagrama de las diagonales está llena, la mitad de los electrones de esa casilla tiene espín positivo y la otra mitad espín negativo.
- VII. Que en la configuración electrónica de un átomo se indica cuántos electrones hay en cada tipo de orbitales.
- VIII. Que en el diagrama de las diagonales se tiene:
  - i. En la parte izquierda, el número cuántico principal que tienen todos los electrones que están en las casillas de cada renglón.
  - ii. En la parte superior, el número cuántico secundario (acimutal) que tienen todos los electrones que están en las casillas de cada columna.
  - iii. En la parte inferior, el número cuántico magnético que indica las orientaciones que presentan los electrones que están en las casillas de cada columna.
- IX. Que el principio de exclusión de Pauli establece que dos electrones en un mismo átomo no pueden tener los cuatro números cuánticos iguales.
- X. Que la regla de multiplicidad de Hund establece que cuando se llenan orbitales de igual contenido energético, primero se deben ocupar con electrones de espines positivos y posteriormente con electrones de espines negativos.
- XI. Que dos átomos son isoelectrónicos cuando tienen igual número de electrones.
- XII. Que un átomo es diamagnético si tiene todos sus electrones apareados, pero es paramagnético si tiene al menos un electrón desapareado.
- XIII. Que en una casilla llena, todos los electrones se encuentran apareados y en una casilla semi-llena existe al menos un electrón desapareado.

Tabla 2

Nombre	Notación	Denota	No. de valores	Valores permitidos
Principal	$n$	Órbita o nivel energético	$\infty$	1, 2, 3, ...
Acimutal o de momento angular	$l$	Forma del orbital	$n$	0, 1, 2, 3, ..., $n-1$
Magnético	$m$	Orientación en el espacio del orbital	$2l+1$	$-l, -l+1, \dots, 0, \dots, +l-1, +l$
De giro	$s$	Sentido de giro del electrón	2	$+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

	$l=0$	$l=1$	$l=2$	$l=3$	$l=4$	$l=5$	$l=6$
$n=1$	1s						
$n=2$	2s	2p					
$n=3$	3s	3p	3d				
$n=4$	4s	4p	4d	4f			
$n=5$	5s	5p	5d	5f	5g		
$n=6$	6s	6p	6d	6f	6g	6h	
$n=7$	7s	7p	7d	7f	7g	7h	7i
	0	-1 0 +1	-2 -1 0 +1 +2	-3 -2 -1 0 +1 +2 +3	-4 -3 -2 -1 0 +1 +2 +3 +4	-5 -4 -3 -2 -1 0 +1 +2 +3 +4 +5	-6 -5 -4 -3 -2 -1 0 +1 +2 +3 +4 +5 +6
							$m$

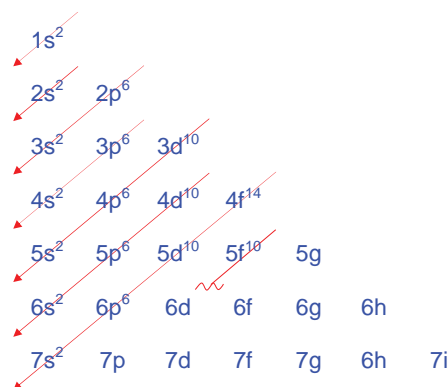
Tomando como base los **Considerandos** y la **Tabla 2**, se plantea a continuación la resolución de diversos ejercicios.

**1. Escriba la configuración electrónica completa de un átomo con número atómico 98 y determine en cuántos electrones se cumple que:**

- a)  $n = 7$
- b)  $l = 3$
- c)  $m = -2$
- d)  $s = -1/2$
- e)  $m = +1$  y  $l = 3$

**Resolución:**

- En este ejercicio el átomo es neutro, ya que no se indica que presente carga; por lo tanto, considerando **I** se deduce que el átomo tiene 98 electrones.
- Considerando **IV** y **V** se establece la configuración electrónica con base en el diagrama de las diagonales, quedando:



- Para responder el inciso a), se considera **VIII-i** y se cuentan los electrones que hay en las casillas del séptimo renglón; en este caso son solo **2 electrones**.
- Para responder el inciso b), se considera **VIII-ii** y se cuentan los electrones que hay en las casillas de la cuarta columna; en este caso son **24 electrones**.
- Para responder el inciso c), primero se considera **VIII-iii** para saber qué casillas contienen electrones con  $m = -2$  y se desarrollan dichas casillas considerando **IX** y **X**, como se muestra a continuación:

$$3d^{10}: \left\{ \frac{\uparrow\downarrow}{-2}, \frac{\uparrow\downarrow}{-1}, \frac{\uparrow\downarrow}{0}, \frac{\uparrow\downarrow}{+1}, \frac{\uparrow\downarrow}{+2} \right\}$$

$$4d^{10}: \left\{ \frac{\uparrow\downarrow}{-2}, \frac{\uparrow\downarrow}{-1}, \frac{\uparrow\downarrow}{0}, \frac{\uparrow\downarrow}{+1}, \frac{\uparrow\downarrow}{+2} \right\}$$

$$5d^{10}: \left\{ \frac{\uparrow\downarrow}{-2}, \frac{\uparrow\downarrow}{-1}, \frac{\uparrow\downarrow}{0}, \frac{\uparrow\downarrow}{+1}, \frac{\uparrow\downarrow}{+2} \right\}$$

$$4f^{14}: \left\{ \frac{\uparrow\downarrow}{-3}, \frac{\uparrow\downarrow}{-2}, \frac{\uparrow\downarrow}{-1}, \frac{\uparrow\downarrow}{0}, \frac{\uparrow\downarrow}{+1}, \frac{\uparrow\downarrow}{+2}, \frac{\uparrow\downarrow}{+3} \right\}$$

$$5f^{10}: \left\{ \frac{\uparrow\downarrow}{-3}, \frac{\uparrow\downarrow}{-2}, \frac{\uparrow\downarrow}{-1}, \frac{\uparrow}{0}, \frac{\uparrow}{+1}, \frac{\uparrow}{+2}, \frac{\uparrow}{+3} \right\}$$

- Ya teniendo las casillas desarrolladas, simplemente se cuentan los electrones con  $m = -2$ ; en este caso son **10 electrones**.
- Para responder el inciso d), se considera **V** para saber qué casillas no están llenas; en este caso, solo la casilla  $5f^{10}$  queda semi-llena; esto quiere decir que existen 88 electrones en casillas llenas y por lo tanto la mitad tiene espín negativo, pero en la casilla  $5f^{10}$  existen tres electrones con espín negativo, como se muestra al desarrollar dicha casilla, igual que se hizo para el inciso c); por lo tanto, el total de electrones con espín negativo es de **47**.

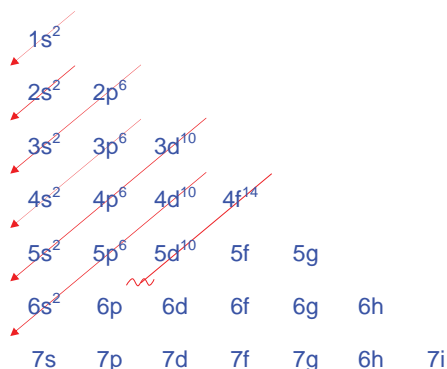
- Finalmente, para responder el inciso e), se considera **VIII-ii** y **VIII-iii**, lo que lleva a desarrollar las casillas  $4f^{14}$  y  $5f^{10}$ , como se hizo para el inciso c); por lo tanto, el total de electrones con  $m = +1$  y  $l = 3$  es 3 electrones.

**2. Indique en cuántos electrones del ion  $Pb^{2+}$  se cumple que:**

- $l = 2$
- $m = +3$
- $l = 1$  y giro  $= -1/2$
- Proponga el valor de los cuatro números cuánticos para el último electrón del ion  $Pb^{2+}$ , según el principio de construcción electrónica.

**Resolución:**

- En este ejercicio, el ion  $Pb^{2+}$  presenta dos cargas positivas; por lo tanto, considerando **I** y **II** se deduce que el ion tiene 80 electrones.
- Considerando **IV** y **V** se llena el diagrama de las diagonales, quedando:



- Para responder el inciso a), se considera **VIII-ii** y se cuentan los electrones que hay en las casillas de la tercera columna; en este caso son 30 electrones.
- Para responder el inciso b), primero se considera **VIII-iii** para saber qué casillas contienen electrones con  $m = 1$  y se desarrollan dichas casillas considerando **IX** y **X**, como se muestra a continuación:

$$4f^{14}: \left\{ \begin{array}{ccccccc} \uparrow\downarrow & \uparrow\downarrow & \uparrow\downarrow & \uparrow\downarrow & \uparrow\downarrow & \uparrow\downarrow & \uparrow\downarrow \\ -3 & -2 & -1 & 0 & +1 & +2 & +3 \end{array} \right.$$

- Ya teniendo las casillas desarrolladas, simplemente se cuentan los electrones con  $m = +3$ ; en este caso son 2 electrones.
- Para responder el inciso c), primero se considera **VIII-ii** para saber qué casillas contienen electrones con  $l = 1$ , en este caso serían las casillas  $2p^6$ ,  $3p^6$ ,  $4p^6$  y  $5p^6$ ; sin embargo, como todas son casillas llenas, se considera **VI** y se deduce que el número total de electrones con espín negativo es 12 electrones.
- Para responder el inciso d), se observa que siguiendo el orden de llenado, el último electrón queda en la casilla  $5d^{10}$ ; de tal forma que, se desarrolla esta casilla considerando **IX** y **X** para ubicar en dónde queda el último electrón que se coloca, como se muestra a continuación, donde se dibuja de mayor tamaño el espín del último electrón:

$$5d^{10}: \left\{ \begin{array}{ccccc} \uparrow\downarrow & \uparrow\downarrow & \uparrow\downarrow & \uparrow\downarrow & \uparrow\downarrow \\ -2 & -1 & 0 & +1 & +2 \end{array} \right.$$

- De aquí se deduce que el último electrón tiene como valores de sus números cuánticos los siguientes:

$$n = 5, \quad l = 2, \quad m = +2, \quad s = -\frac{1}{2}$$

$$n=5 \atop l=1 \rangle \Rightarrow 5p: \frac{\uparrow\downarrow}{-1}, \frac{\uparrow\downarrow}{0}, \frac{\uparrow}{+1} \Rightarrow 5p^5$$

- 
- Diagram illustrating the order of orbital filling (Madelung diagram) by increasing energy:
- 1s<sup>2</sup>
  - 2s<sup>2</sup>, 2p<sup>6</sup>
  - 3s<sup>2</sup>, 3p<sup>6</sup>, 3d<sup>10</sup>
  - 4s<sup>2</sup>, 4p<sup>6</sup>, 4d<sup>10</sup>, 4f
  - 5s<sup>2</sup>, 5p<sup>6</sup>, 5d, 5f, 5g
  - 6s, 6p, 6d, 6f, 6g, 6h
  - 7s, 7p, 7d, 7f, 7g, 7h, 7i

- $$A^{2-}(53 e^-) \xrightarrow{-2e^-} A(51 e^-) \Rightarrow A(51 p^+) \Rightarrow Z=51 \Rightarrow \text{Antimonio}$$

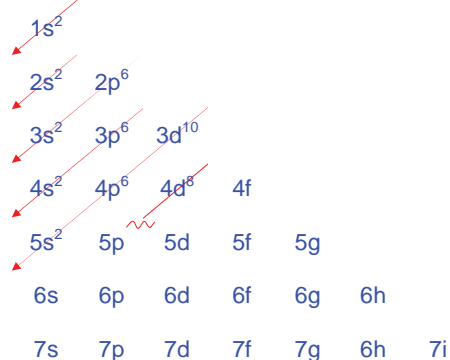
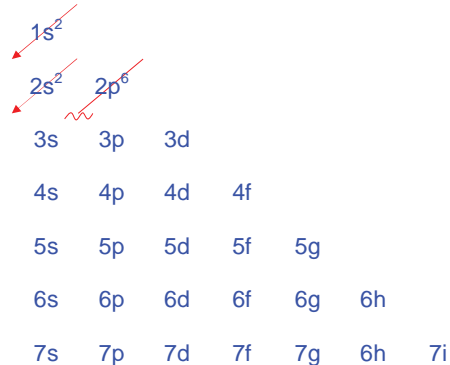
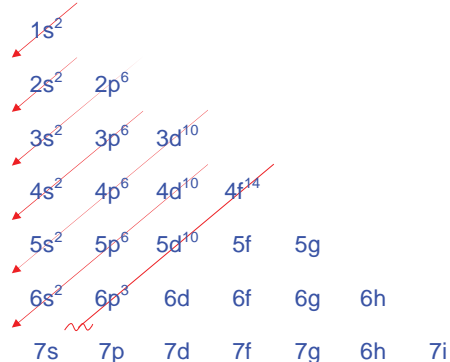
- $$3d^{10}: \left\{ \frac{\uparrow\downarrow}{-2}, \frac{\uparrow\downarrow}{-1}, \frac{\uparrow\downarrow}{0}, \frac{\uparrow\downarrow}{+1}, \frac{\uparrow\downarrow}{+2} \right\}$$

$$4d^{10}: \left\{ \frac{\uparrow\downarrow}{-2}, \frac{\uparrow\downarrow}{-1}, \frac{\uparrow\downarrow}{0}, \frac{\uparrow\downarrow}{+1}, \frac{\uparrow\downarrow}{+2} \right\}$$

- Ya teniendo las casillas desarrolladas, simplemente se cuentan los electrones con  $m = -2$ ; en este caso, son **4 electrones**.

- El valor de cada uno de los números cuánticos de su último electrón.
- De qué átomo neutro serían isoelectrónicos.
- Cuáles son sus propiedades magnéticas.

*M. C. Q. Alfredo Velásquez Márquez*

Para  $\text{Ag}^+$ Para  $\text{O}^{2-}$ Para  $\text{Ra}^{5+}$ 

- Se desarrollan las casillas que tienen los últimos electrones de cada ion, considerando **IX** y **X** para obtener los números cuánticos de dichos electrones, como se muestra a continuación:

$$\text{Ag}^+ \Rightarrow 4d^8 : \left\{ \begin{array}{c} \uparrow\downarrow, \uparrow\downarrow, \uparrow\downarrow, \uparrow, \uparrow \\ -2, -1, 0, +1, +2 \end{array} \right\} \Rightarrow n = 4, l = 2, m = 0, s = -\frac{1}{2}$$

$$\text{O}^{2-} \Rightarrow 2p^6 : \left\{ \begin{array}{c} \uparrow\downarrow, \uparrow\downarrow, \uparrow\downarrow \\ -1, 0, +1 \end{array} \right\} \Rightarrow n = 2, l = 1, m = +1, s = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Ra}^{5+} \Rightarrow 6p^3 : \left\{ \begin{array}{c} \uparrow, \uparrow, \uparrow \\ -1, 0, +1 \end{array} \right\} \Rightarrow n = 6, l = 1, m = +1, s = +\frac{1}{2}$$

- Para responder el inciso b), se consulta en la tabla periódica qué átomos neutros tienen 46, 10 y 83 electrones respectivamente y se obtiene:

$\text{Pd}$  es isoelectrónico con  $\text{Ag}^+$  porque ambos tienen 46 e<sup>-</sup>

$\text{Ne}$  es isoelectrónico con  $\text{O}^{2-}$  porque ambos tienen 10 e<sup>-</sup>

$\text{Bi}$  es isoelectrónico con  $\text{Ra}^{5+}$  porque ambos tienen 83 e<sup>-</sup>



- Para responder el inciso c), con base en el diagrama de las diagonales y considerando **XIII** y **XII** (en ese orden), se determina que  $\text{Ag}^+$  es paramagnético,  $\text{O}^{2-}$  es diamagnético y  $\text{Ra}^{5+}$  es paramagnético.

### Números Cuánticos

1. Si el último electrón del ion  $\text{A}^{7+}$  tiene como números cuánticos  $n = 4$ ,  $l = 1$ ,  $m = +1$  y  $s = -\frac{1}{2}$ .

Determine:

- a) De qué elemento se trata.
  - b) Cuántos electrones del ion  $\text{A}^{7+}$  tienen a  $-2$  como el valor de alguno de sus números cuánticos.
2. Si el último electrón del ion  $\text{X}^{2-}$  tiene como valores de sus números cuánticos  $n = 5$ ,  $l = 2$ ,  $m = 0$  y  $s = -\frac{1}{2}$ , determine:
    - a) ¿Cuál es el elemento X?
    - b) ¿Cuántos electrones de  $\text{X}^{2-}$  tienen  $m = -1$ ?
  3. Indique en cuántos electrones del ion  $\text{Pt}^{4+}$  se cumple que:
    - a)  $n = 5$
    - b)  $l = 3$
    - c)  $m = -2$
    - d)  $l = 0$  y  $m = -2$
  4. Dados los iones  $\text{Nb}^{2+}$ ,  $\text{Zr}^{2+}$ ,  $\text{Rh}^{2+}$ ,  $\text{Pd}^+$  y  $\text{Ag}^{4+}$ , determine:
    - a) Los iones que son isoelectrónicos.
    - b) Cuántos electrones del ion  $\text{Ag}^{4+}$  que tienen a  $-1$  como valor de alguno de sus números cuánticos.
  5. Indique en cuántos electrones del ion  $\text{Br}^-$  se cumple que:
    - a)  $n = 3$
    - b)  $l = 1$
    - c)  $m = +1$
    - d)  $l = 0$  y giro  $= -1/2$
    - e)  $m = -2$  y giro  $= +1/2$
  6. Para las especies siguientes:  $\text{Si}$ ,  $\text{S}^+$ ,  $\text{P}^{3-}$ ,  $\text{Mg}^{2+}$ ,  $\text{Al}^-$   
Determine:
    - a) Los que son isoelectrónicos.
    - b) El que tiene para su último electrón  $n = 3$ ,  $l = 1$ ,  $m = +1$  y giro  $= -1/2$
    - c) El que tiene un total de tres electrones con  $m = +1$
  7. Un átomo hipotético tiene un número atómico igual a 157.
    - a) Proponga su configuración electrónica completa con base en el principio de construcción de Aufbau.
 Determine en cuántos electrones se cumple que:
    - b)  $n = 5$  y  $m = -1$
    - c)  $l = 2$  y  $m = 0$
    - d)  $l = 4$  y  $s = +\frac{1}{2}$
    - e)  $l = 3$  y  $m = +2$

# Isótopos. Experimento de Moseley

## Considerandos

Para resolver los ejercicios que involucran isótopos o el experimento de Moseley, se debe considerar:

- I. Que se debe emplear el sistema internacional de unidades al realizar los cálculos, excepto para la masa atómica o molecular donde se emplea comúnmente la unidad de masa atómica (uma), en lugar del kilogramo (kg).
- II. Que la masa atómica relativa promedio, se obtiene al emplear las masas atómicas reales de los isótopos y su abundancia relativa.
- III. Que la masa atómica relativa promedio aproximada, se obtiene al emplear las masas atómicas aproximadas de los isótopos y su abundancia relativa.
- IV. Que la masa atómica aproximada de los isótopos es igual a la cantidad de nucleones que posee dicho isótopo; es decir, equivale a su número de masa.
- V. Que la contribución isotópica es el producto de la masa atómica por la abundancia relativa de cada isótopo, dividida entre 100.
- VI. Que la suma de las abundancias relativas de cada isótopo de un elemento es 100.
- VII. Que en el experimento de Moseley, los rayos X emitidos tienen asociada una cierta energía que depende de su frecuencia y de su longitud de onda.
- VIII. Que en la expresión **3**, los valores de **A** y **B** hacen las veces de la pendiente y la ordenada al origen respectivamente, de un modelo matemático lineal.
- IX. Que cuando el ejercicio relacionado con el experimento de Moseley, trata de un solo evento, se puede resolver empleando directamente la expresión **3**, o combinando dos o más de las expresiones **3**, **4**, **5** y **6**, para obtener una sola ecuación que tenga como única incógnita el parámetro deseado.
- X. Que cuando el ejercicio relacionado con el experimento de Moseley, trata de dos eventos, generalmente, se resuelve empleando un formulario para cada evento y así obtener la mayor cantidad de información posible de cada evento. Cabe mencionar que en este tipo de ejercicios, se tienen datos que permanecen constantes en ambos eventos, lo que permite relacionar ambos formularios; de tal forma que, se puede establecer un sistema de ecuaciones para obtener el resultado deseado.
- XI. Que si el ejercicio relacionado con el experimento de Moseley, trata de tres o más eventos (una serie de mediciones), generalmente, se resuelve por medio de un modelo matemático lineal, para ello:
  - i. Inicialmente, se puede suponer que solo se tienen los datos de un solo evento, para emplear una ecuación como la que se obtendría en **VIII**.
  - ii. Se acomodan los términos de la ecuación, para obtener una expresión del tipo  $y = mx + b$ , donde uno de los datos es la variable dependiente ( $y$ ) y el otro la variable independiente ( $x$ ).
  - iii. Se determina el valor de la pendiente ( $m$ ) y de la ordenada al origen ( $b$ ) empleando el método de mínimos cuadrados (regresión lineal).
  - iv. Con el valor de la pendiente, o bien de la ordenada al origen, se determina el parámetro deseado.

## Formulario 6

<b>1</b> $Masa\ Atómica = \sum Contribuciones\ isotópicas$	
<b>2</b> $Contribución\ isotópica = Masa\ del\ isótopo \times \left( \frac{Abundancia\ relativa}{100} \right)$	
<b>3</b> $\sqrt{\frac{1}{\lambda}} = A \cdot Z + B$	$\lambda$ = Longitud de onda del fotón $A$ y $B$ = Valores que dependen del tipo de serie espectral de emisión
<b>4</b> $c = \lambda \cdot f$	$Z$ = Número atómico $c$ = Velocidad de la luz en el vacío = $2.9979 \times 10^8 \text{ [m} \cdot \text{s}^{-1}]$
<b>5</b> $E_F = h \cdot f$	$f$ = Frecuencia del fotón $E_F$ = Energía de un fotón
<b>6</b> $E_F = \frac{h \cdot c}{\lambda}$	$h$ = Constante de Planck = $6.62607 \times 10^{-34} \text{ [J} \cdot \text{s}]$

Tomando como base los **Considerandos** y el **Formulario 6**, se plantea a continuación la resolución de diversos ejercicios.

**1. El cromo tiene cuatro isótopos estables, cuyas abundancias naturales se muestran en la tabla siguiente:**

Isótopo	[%] de abundancia natural
$^{50}\text{Cr}$	4.31
$^{52}\text{Cr}$	A
$^{53}\text{Cr}$	9.55
$^{54}\text{Cr}$	B

Si la masa atómica relativa promedio aproximada del cromo es de 52.0569 [uma], determine el valor de A y de B.

**Resolución:**

- Este es un ejercicio relativo a isótopos, donde el número de masa del isótopo se coloca en la parte superior izquierda del símbolo; por lo tanto, considerando **I**, **III**, **IV** y **V**, se combinan las expresiones **1** y **2**, para obtener la expresión siguiente:

$$52.0569 \text{ [uma]} = \left( \frac{(50[\text{uma}])4.31}{100} \right) + \left( \frac{(52[\text{uma}])A}{100} \right) + \left( \frac{(53[\text{uma}])9.55}{100} \right) + \left( \frac{(54[\text{uma}])B}{100} \right)$$

- Por otra parte, considerando **VI**, se puede establecer la expresión siguiente:

$$4.31 + A + 9.55 + B = 100$$

- Como se observa, se tiene un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas que se resuelve para obtener los valores de A y de B, como se muestra a continuación:

$$0.52[\text{uma}]A + 0.54[\text{uma}]B - 44.8404 [\text{uma}] = 0$$

$$A + B - 86.14 = 0$$

$$0.52[\text{uma}]A + 0.54[\text{uma}](86.14 - A) - 44.8404 [\text{uma}] = 0$$

$$A = 83.76$$

$$B = 2.38$$

**2. El cobre presenta los dos isótopos naturales cuyos datos se dan a continuación:**

Isótopo	Masa [uma]	Abundancia relativa (%)
$^{63}\text{Cu}$	62.9296	69.1522 %
$^{65}\text{Cu}$	64.9278	30.8477 %

Con estos datos, determine la masa atómica relativa del cobre.  
63.546 [uma].

**Resolución:**

- Este es un ejercicio relativo a isótopos; así que, considerando **I**, **II** y **V**, se combinan las expresiones **1** y **2** para obtener una expresión con la que se determina la masa atómica, como se muestra a continuación:

$$MA_{\text{Cu}} [\text{uma}] = \left( \frac{(62.9296[\text{uma}])69.1522}{100} \right) + \left( \frac{(64.9278[\text{uma}])30.8477}{100} \right)$$

$$MA_{\text{Cu}} = 63.5459[\text{uma}]$$

3. La línea espectral de un átomo en la región de los rayos X, tiene una longitud de  $830 \times 10^{-12}$  [m]. Determine de qué elemento es el átomo, si la ecuación de Moseley es:

$$\sqrt{f} = \left( 5 \times 10^7 \left[ s^{-\frac{1}{2}} \right] \right) (Z - 1)$$

#### Resolución:

- Este ejercicio es relativo al experimento de Moseley, ya que se dan una expresión de Moseley y la longitud de onda de la línea espectral, para determinar de qué elemento es el átomo; es decir, hay que determinar el número atómico  $Z$ . Para ello, se requiere de la frecuencia. Entonces, considerando **IX**, se combina la expresión **4** con la proporcionada en el ejercicio para obtener una expresión que permite determinar el valor de  $Z$ , como se muestra a continuación:

$$\left. \begin{array}{l} \text{4} \quad c = \lambda \cdot f \\ \sqrt{f} = \left( 5 \times 10^7 \left[ s^{-\frac{1}{2}} \right] \right) (Z - 1) \end{array} \right\} \sqrt{\frac{c}{\lambda}} = \left( 5 \times 10^7 \left[ s^{-\frac{1}{2}} \right] \right) (Z - 1) \Rightarrow Z = \frac{\sqrt{\frac{c}{\lambda}}}{\left( 5 \times 10^7 \left[ s^{-\frac{1}{2}} \right] \right)} + 1$$

$$Z = 13.0198 \approx 13 \Rightarrow \text{Aluminio}$$

4. En la región del espectro que corresponde a los rayos X se establece la longitud de onda de una de las líneas características para varios elementos:

Elemento:	Escandio	Hierro	Cobalto	Níquel	Cobre
$\lambda$ [Å]	3.06	1.94	1.79	1.66	1.54

¿A qué elemento correspondería la línea espectral cuya longitud de onda fuese de  $7.4660$  [Å]:

#### Resolución:

- Este ejercicio trata de cinco eventos; por lo tanto, considerando **XI-i** y **XI-ii**, se emplea la expresión 3, donde la variable dependiente es la raíz del inverso de la longitud de onda y la variable independiente es el número atómico  $Z$ , de cada elemento.

$$\text{3} \quad \sqrt{\frac{1}{\lambda}} = A \cdot Z + B$$

- Por lo anterior, es necesario determinar los diferentes valores de la variable dependiente, a partir de los datos de las longitudes de onda, y consultar en la tabla periódica los números atómicos de los diferentes elementos involucrados para obtener la tabla siguiente:

	x	y
Elemento	Z	$\sqrt{\frac{1}{\lambda}} \left[ m^{-\frac{1}{2}} \right]$
Sc	21	57 116.19505
Fe	26	71 795.81586
Co	27	74 743.50928
Ni	28	77 615.05257
Cu	29	80 582.2964

- Con los datos anteriores y considerando **XI-iii** y **XI-iv**, se determinan el valor de la pendiente **A** y de la ordenada al origen **B** para emplearlos en la expresión **3** con la longitud de onda del elemento desconocido, como se muestra a continuación:

$$A = 2\,932.18955 \left[ m^{-\frac{1}{2}} \right]; \quad B = -4\,452.792377 \left[ m^{-\frac{1}{2}} \right]; \quad \lambda = 7.4660 \times 10^{-10} [m]$$

$$\sqrt{\frac{1}{\lambda}} = A \cdot Z + B \Rightarrow Z = \frac{\sqrt{\frac{1}{\lambda}} - B}{A} \Rightarrow Z = 14 \Rightarrow \text{Nitrógeno}$$

### Ejercicios propuestos sobre isótopos y el experimento de Moseley

1. El magnesio ( $Z = 12$ ) tiene tres isótopos: el 78.70 % de los átomos del metal tienen 12 neutrones, 11.13 % tienen 13 neutrones y 11.70 % tienen 14 neutrones. Calcule la masa atómica relativa promedio aproximada del magnesio.

2. Para determinar la masa atómica de cada uno de los isótopos del silicio que integran una mezcla, se analizó ésta en un espectrómetro de masas. Con la información de la tabla siguiente, calcule el porcentaje de abundancia de los isótopos  $^{28}\text{Si}$  y  $^{29}\text{Si}$ . Considere que la masa atómica relativa promedio del silicio es de 28.086 [uma]

Isótopo	% de abundancia	Masa atómica [uma]
$^{28}\text{Si}$	A	27.9769
$^{29}\text{Si}$	B	28.9765
$^{30}\text{Si}$	3.09	29.9738

3. Use la información de la tabla siguiente y obtenga la masa atómica relativa promedio aproximada para el elemento A.

Isótopo	[%] abundancia
$^{85}\text{A}$	72.17
$^{87}\text{A}$	27.83

4. Un elemento X se encuentra como una mezcla de tres isótopos en los porcentajes siguientes: 78.7 % de  $X_1$  (150 [uma]), 10.13 % de  $X_2$  (151 [uma]) y 11.17 % de  $X_3$  (152 [uma]). Suponga que 3.5 [mol] de  $X(\text{OH})_2$  se ponen a reaccionar con un exceso de ácido sulfúrico. Calcule la cantidad en gramos de sal que se forma.

5. Las longitudes de onda características de los rayos X para el hierro y el vanadio son 1.9399 [Å] y 2.5073 [Å], respectivamente. Se hizo el análisis de algunos elementos en un trozo de acero, y se obtuvieron las lecturas siguientes: 1.66169 [Å], 2.2935 [Å] y 0.713543 [Å]. ¿Qué elementos están presentes en el acero?

6. Moseley estableció el concepto de número atómico estudiando los rayos X emitidos por los elementos. Un mineral está constituido por los elementos berilio, oxígeno, R y Q.

A partir de los datos siguientes identifique a los elementos R y Q.

Elemento	Berilio	Oxígeno	R	Q
E [J] de los rayos X	$1.7532 \times 10^{-18}$	$8.3560 \times 10^{-18}$	$2.3758 \times 10^{-17}$	$2.7799 \times 10^{-17}$

7. Al repetir el experimento de Moseley con indio y bario, se emitieron rayos X de  $3.8445 \times 10^{-15}$  [J] y  $5.0608 \times 10^{-15}$  [J], respectivamente. Determine la frecuencia de los rayos X emitidos por el iridio.

## Enlaces Químicos

### Considerandos

Para resolver los ejercicios relacionados con enlaces químicos y la teoría del orbital molecular, se debe considerar:

- I. Que la diferencia de electronegatividad entre dos átomos permite determinar el tipo de enlace que se presenta entre ellos, con base en la **Tabla 3**.
- II. Que para dos o más moléculas diatómicas, la diferencia de electronegatividad entre los dos átomos de cada enlace permite predecir el orden creciente de densidad, punto de ebullición o solubilidad en agua, con base en la **Tabla 3**.
- III. Que existen en la literatura tablas que relacionan la diferencia de electronegatividad con el carácter iónico porcentual de un enlace químico simple.
- IV. Que una molécula poliatómica puede presentar diferentes tipos de enlace, dependiendo de los elementos que la conformen.
- V. Que la Teoría del Orbital Molecular (TOM) se aplica a moléculas diatómicas.
- VI. Que en la TOM, se deben emplear todos los electrones que tenga la molécula para establecer su configuración electrónica, teniendo en cuenta que:
  - i. La cantidad de electrones que posee una molécula neutra, es igual a la suma de los electrones de cada átomo neutro.
  - ii. La cantidad de electrones que posee una molécula con carga positiva, es igual a la suma de los electrones de cada átomo neutro, menos la cantidad de cargas positivas que posee la molécula.
  - iii. La cantidad de electrones que posee una molécula con carga negativa, es igual a la suma de los electrones de cada átomo neutro, más la cantidad de cargas negativas que posee la molécula
- VII. Que la configuración electrónica se establece con el **Diagrama 1** si la molécula posee 14 o menos electrones; o bien, con el **Diagrama 2**, si la molécula posee más de 14 electrones. Durante el llenado de los orbitales moleculares, se sigue el principio de exclusión de Pauli y la regla de multiplicidad de Hund.
- VIII. Que la configuración electrónica de una molécula permite determinar su orden de enlace con la expresión **2**.
- IX. Que si una molécula presenta todos sus electrones apareados es diamagnética, pero si presenta uno o más electrones desapareados es paramagnética.
- X. Que los criterios de estabilidad para dos o más moléculas son los siguientes:
  - i. La molécula más estable es aquella que tiene el orden de enlace mayor.
  - ii. Si dos o más moléculas presentan igual orden de enlace, la molécula más estable es la que tiene menor número de protones.
  - iii. Si dos o más moléculas presentan el mismo orden de enlace y la misma cantidad de protones, la molécula más estable es la que presenta menor cantidad de electrones.
  - iv. Si dos o más moléculas presentan el mismo orden de enlace, la misma cantidad de electrones y la misma cantidad de protones, entonces tienen la misma estabilidad.

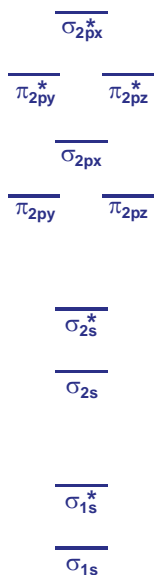
### Tabla 3

Enlace	Diferencia de Electronegatividad ( $\Delta EN$ )	Tipo de enlace	Densidad	Punto de ebullición	Solubilidad en agua
A - B	$\Delta EN = 0$	Enlace Covalente Puro	Aumenta ↓	Aumenta ↓	Aumenta ↓
$\delta(+)$ A - $\delta(-)$ B	$0 < \Delta EN \leq 0.7$	Enlace Covalente Simple			
$\delta(+)$ A - $\delta(-)$ B	$0.7 < \Delta EN \leq 1.6$	Enlace Covalente Polar			
$(+)$ A - $(-)$ B	$1.6 < \Delta EN$	Enlace Iónico			

$$1 \quad \text{Carácter Iónico Porcentual} = \left( 1 - e^{-\left(\frac{(\Delta EN)^2}{4}\right)} \right) 100$$

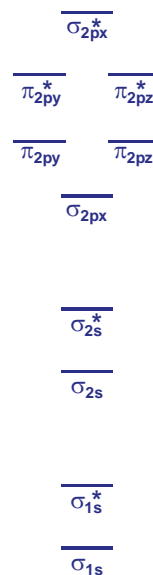
### Teoría del Orbital Molecular (TOM)

Diagrama 1



Para 14 o menos electrones

Diagrama 2



Para más de 14 electrones

$$2 \quad \text{Orden de enlace} = \left( \frac{(e^- \text{ de enlace}) - (e^- \text{ de antienlace})}{2} \right)$$



Tomando como base los **Considerandos** y la **Tabla 3**, se plantea a continuación la resolución de diversos ejercicios.

**1. Acomode los compuestos siguientes en orden creciente de facilidad para disolverse en agua, use para su determinación la diferencia de electronegatividades.**

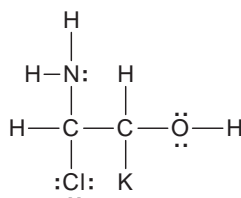


**Resolución:**

- Para este ejercicio, simplemente se considera **II**, para determinar el orden creciente de solubilidad en agua, como se muestra a continuación:

Enlace	Diferencia de electronegatividad
Mg – O	2.3
K – I	1.7
Na – F	3.1
Na – Cl	2.1
Orden creciente de solubilidad en agua: K – I < Na – Cl < Mg – O < Na – F	

**2. Para la molécula hipotética siguiente:**



**Determine, con base en la diferencia de electronegatividad, los tipos de enlace que presenta.**

**Resolución:**

- Para este ejercicio, primero se considera **IV** para determinar los enlaces presentes en la molécula, y después, se considera **I**; de tal forma que se obtiene una tabla como la siguiente:

Enlace	Diferencia de electronegatividad	Tipo de enlace
H – N	0.9	Enlace Covalente Polar
H – O	1.4	Enlace Covalente Polar
H – C	0.4	Enlace Covalente Simple
O – C	1.0	Enlace Covalente Polar
K – C	1.7	Enlace Iónico
Cl – C	0.5	Enlace Covalente Simple
N – C	0.5	Enlace Covalente Simple
C – C	0.0	Enlace Covalente Puro

**3. Acomode los enlaces que siguen en orden creciente de carácter iónico:**

F-I      N-I      P-I      Mg-I

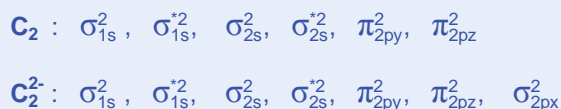
**Resolución:**

- En este ejercicio, se determinan las diferencias de electronegatividades y posteriormente se considera III para determinar el carácter iónico porcentual y de allí su orden creciente, como se muestra a continuación:

Enlace	Diferencia de electronegatividad	Carácter iónico porcentual (tablas)
F – I	1.5	43 %
N – I	0.5	6 %
P – I	0.4	4 %
Mg – I	1.3	34 %
Orden creciente de solubilidad en agua P – I < N – I < Mg – I < F – I		

**4. Establezca el carácter magnético para las especies  $C_2$  y  $C_2^{2-}$ . ¿Cuál posee el orden de enlace mayor?**
**Resolución:**

- Considerando V, VI-i y VI-iii, se determina que  $C_2$  tiene 12 electrones y  $C_2^{2-}$  tiene 14 electrones.
- Considerando VII, se determina la configuración electrónica de cada molécula, obteniéndose:



- Considerando VIII, se determina el orden de enlace de cada molécula con la expresión 2, como se muestra a continuación:

$$OE_{C_2} = \left( \frac{8 - 4}{2} \right) = 2$$

$$OE_{C_2^{2-}} = \left( \frac{10 - 4}{2} \right) = 3$$

**5. ¿Cuál de las moléculas siguientes es más probable que exista?. Justifique su respuesta.**

$LiBe^+$ ,       $FO^{3+}$ ,       $NO^{4+}$

**Resolución:**

- Considerando V y VI-ii, se determina que  $LiBe^+$  tiene 6 electrones;  $FO^{3+}$  tiene 14 electrones y  $NO^{4+}$  tiene 11 electrones.
- Considerando VII, se determina la configuración electrónica de cada molécula, obteniéndose:



- Considerando **VIII**, se determina el orden de enlace de cada molécula con la expresión 2, como se muestra a continuación:

$$OE_{LiBe^+} = \left( \frac{4-2}{2} \right) = 1$$

$$OE_{FO^{3+}} = \left( \frac{10-4}{2} \right) = 3$$

$$OE_{NO^{4+}} = \left( \frac{7-4}{2} \right) = 1.5$$

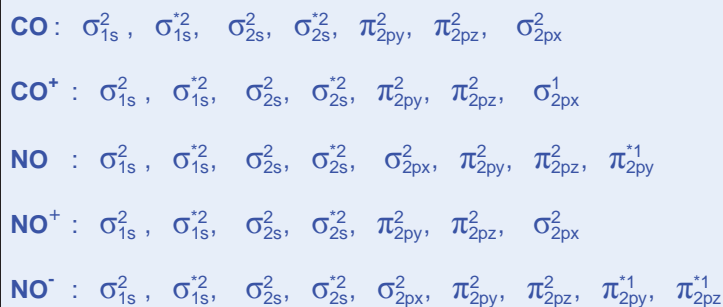
- Considerando **X-i**, la molécula más estable es **FO<sup>3+</sup>**; por lo tanto, es la molécula con mayor probabilidad de existir.

6. Se tienen los compuestos que siguen: **CO**, **CO<sup>+</sup>**, **NO**, **NO<sup>+</sup>** y **NO<sup>-</sup>**.

- Acomódelos en orden creciente de estabilidad.
- Indique el carácter magnético de cada uno.
- Indique si la adición de un electrón aumenta o disminuye la estabilidad de cada especie.

**Resolución:**

- Considerando **V**, **VI-i**, **VI-ii** y **VI-iii**, se determina que **CO** tiene 14 electrones, **CO<sup>+</sup>** tiene 13 electrones, **NO** tiene 15 electrones, **NO<sup>+</sup>** tiene 14 electrones, y **NO<sup>-</sup>** tiene 16 electrones.
- Considerando **VII**, se determina la configuración electrónica de cada molécula, obteniéndose:



- Considerando **VIII** y **X-i**, se determina el orden de enlace de cada molécula con la expresión 2 y su orden creciente de estabilidad, como se muestra a continuación:

$$OE_{CO} = \left( \frac{10-4}{2} \right) = 3$$

$$OE_{CO^+} = \left( \frac{9-4}{2} \right) = 2.5$$

$$OE_{NO} = \left( \frac{10-5}{2} \right) = 2.5$$

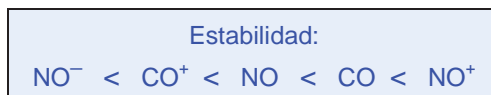
$$OE_{NO^+} = \left( \frac{10-4}{2} \right) = 3$$

$$OE_{NO^-} = \left( \frac{10-6}{2} \right) = 2$$

Estabilidad:

$$NO^- < CO^+, NO < CO, NO^+$$

- Considerando **X-ii** para **CO<sup>+</sup>** y **NO**, la molécula más estable es **CO<sup>+</sup>**, ya que tiene 14 protones y **NO** tiene 15 protones; además, considerando **X-ii** para **CO** y **NO<sup>+</sup>**, la molécula más estable es **CO**, ya que tiene 14 protones y **NO<sup>+</sup>** tiene 15 protones; por lo tanto el orden creciente de estabilidad queda como se muestra a continuación:



- Con base en la configuración electrónica de cada molécula y considerando **IX**, se determinan las características magnéticas, obteniéndose:

**CO** : Diamagnética

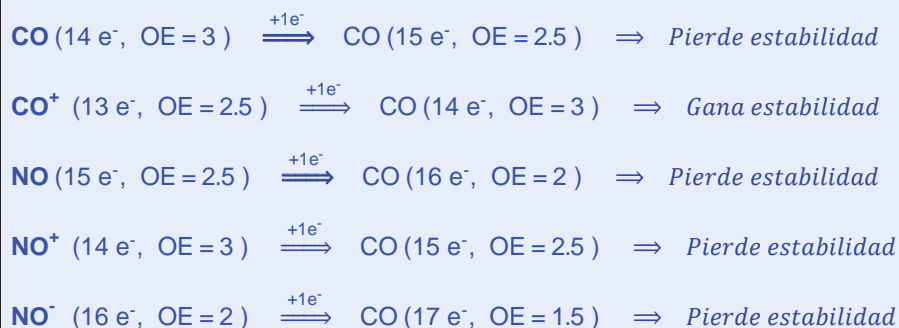
**CO<sup>+</sup>** : Paramagnética

**NO** : Paramagnética

**NO<sup>+</sup>** : Diamagnética

**NO<sup>-</sup>** : Paramagnética

- Si a cada molécula se le adiciona un electrón y se considera **VII** y **VIII**, se obtiene que:



**7. Llene la tabla siguiente considerando que las tres moléculas están constituidas por los mismos elementos X y Y. Use la teoría del orbital molecular (TOM).**

Molécula o ion	Orden de enlace	e <sup>-</sup> de enlace	e <sup>-</sup> de antienlace	e <sup>-</sup> totales
<b>XY</b>	<b>0.5</b>			<b>7</b>
<b>XY<sup>+</sup></b>		<b>4</b>		<b>6</b>
<b>XY<sup>-</sup></b>	<b>0</b>		<b>4</b>	

**Resolución:**

- Para la primera molécula, se considera **V**, **VI** y **VII**, de tal forma que su configuración queda como se muestra a continuación:



- Como se observa, la molécula tiene **4** electrones de enlace y **3** de antienlace.
- Para la segunda molécula, se considera **V**, **VI** y **VII**, de tal forma que su configuración queda como se muestra a continuación:



- Como se observa, la molécula tiene 4 electrones de enlace y 2 de antienlace; de tal forma que, al aplicar la expresión 2, el orden de enlace que se obtiene es 1.
- Para la tercera molécula, de acuerdo con la expresión 2, para que una molécula tenga orden de enlace 0, debe tener igual número de electrones de enlace y de antienlace; por lo tanto, en este caso la molécula debe tener 4 electrones de enlace y 4 de antienlace, es decir, un total de 8 electrones.

### Ejercicios propuestos sobre enlaces químicos

1. Se conocen tres elementos, A, B y C, cuyo electrón diferencial tiene la configuración  $3p^5$ ,  $3s^1$  y  $2p^2$  respectivamente, determine:

- a) El tipo de enlace que forman  $CA$ ,  $BA$  y  $A_2$ .
- b) ¿Cuál de los compuestos conduce la corriente eléctrica en disolución?

2. Acomode en orden creciente de estabilidad a las especies siguientes:  $OF^+$ ,  $OF$ ,  $OF^-$ .

3. Apoyándose en la teoría adecuada, determine el carácter magnético:

- a) De un elemento con 10 neutrones y número de masa 19.
- b) De la molécula de  $BC^{1-}$  (ion de boro y de carbono con carga 1-).

4. Los elementos X, Y y Z forman con el oxígeno los iones siguientes:



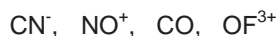
Si cada ion posee 16 electrones:

- a) Identifique a los elementos X, Y y Z.
- b) Ordene a los iones en orden creciente de estabilidad.

5. Tres iones están formados por los pares de elementos siguientes:  $NF$ ,  $CO$  y  $NO$ . Cada ion tiene un orden de enlace igual a 1.5 y siete electrones en orbitales de antienlace.

- a) Determine la carga de cada ion.
- b) Ordénelos de menor a mayor estabilidad.

6. Acomode las moléculas siguientes en orden creciente de estabilidad:



7. Para las moléculas siguientes:



- a) Escriba la configuración electrónica de cada una.
- b) Ordénelas de menor a mayor estabilidad.

Escriba la fórmula de las que son:

- c) Diamagnéticas.
- d) Paramagnéticas.
- e) Isoelectrónicas.

## Estructuras de Lewis. Geometría Molecular. Hibridación


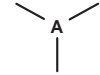
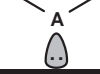
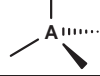

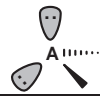

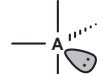



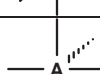
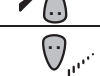
### Considerandos

Para resolver los ejercicios relacionados con estructuras de Lewis, geometría molecular e hibridación, se debe considerar:

- I. Que para establecer la estructura de Lewis de una molécula sencilla, los pasos a seguir son:
  - i. Se elige al átomo central (AC) con base en los siguientes criterios:
    - a) El AC es el que se encuentra en menor cantidad.
    - b) Si dos o más átomos cumplen con a), entonces, el átomo central es el que tiene el número de oxidación más grande.
    - c) Si dos o más átomos cumplen con a) y b), entonces, el átomo central es aquel que posee menor electronegatividad.
  - ii. Se forman enlaces en la secuencia siguiente:
    - a) Primero se forman enlaces entre el átomo central y los átomos más electronegativos.
    - b) Después, se forman enlaces entre los átomos más electronegativos y los átomos restantes. Los átomos más electronegativos no deben tener más de 8 electrones.
    - c) Si aún quedan átomos por unir, éstos se unen al átomo central.
  - iii. Se verifica si la molécula posee carga.
    - a) Si la carga es positiva, se le quitan electrones a los átomos menos electronegativos (tantos electrones como cargas positivas tenga la molécula) y se indica que éstos adquieren cargas positivas.
    - b) Si la carga es negativa, se le adicionan electrones a los átomos más electronegativos (tantos electrones como cargas negativas tenga la molécula) y se indica que éstos adquieren cargas negativas.
    - c) Si la molécula no posee carga, entonces se continúa con **iv**.
  - iv. Se verifica si en la molécula quedaron átomos con un número impar de electrones, ya que de ser así, se tienen que formar dobles enlaces como se describe a continuación:
    - a) Si existen electrones impares en átomos adyacentes, se emplea un electrón de cada uno de estos átomos para formar un enlace adicional quedando un doble enlace.
    - b) Si existen electrones impares en átomos unidos a un átomo que tiene electrones libres, se emplean los electrones impares y los electrones libres para formar dobles enlaces.
    - c) Si solo existe un átomo con un número impar de electrones, la estructura de Lewis se debe replantear, ya que en moléculas sencillas no deben quedar electrones impares en un solo átomo.
- II. Que a partir de las estructuras de Lewis de una molécula, se puede determinar el número de nubes electrónicas que existen alrededor de cualquiera de los átomos que la forman.
- III. Que los enlaces sencillos, dobles o triples se consideran como una sola nube electrónica.
- IV. Que cada par electrónico libre se considera como una nube electrónica.
- V. Que la distribución de las nubes electrónicas alrededor de un átomo, solo depende de la cantidad de nubes, como se puede apreciar en la **Tabla 4** (columnas 1 y 4).
- VI. Que la geometría molecular depende de la cantidad de nubes de enlaces y de pares electrónicos libres, como se puede apreciar en la **Tabla 4** (columnas 2, 3 y 5).
- VII. Que cada geometría molecular tiene una figura representativa como se aprecia en la **Tabla 4** (columna 7).

- VIII.** Que la hibridación de un átomo se puede determinar con base en la cantidad de nubes que están presentes a su alrededor, como se aprecia en la **Tabla 4** (columnas 1 y 6).
- IX.** Que en un enlace sencillo, los 2 electrones compartidos forman un enlace de baja energía (enlace  $\sigma$ ).
- X.** Que en un enlace doble, los 4 electrones compartidos forman dos enlaces, uno de baja energía (enlace  $\sigma$ ) y uno de alta energía (enlace  $\pi$ ).
- XI.** Que en un enlace triple, los 6 electrones compartidos forman tres enlaces, uno de baja energía (enlace  $\sigma$ ) y dos de alta energía (enlaces  $\pi$ ).
- XII.** Para determinar la carga formal de un átomo A, se debe aplicar la expresión siguiente:  
Carga Formal de A = (# de  $e^-$  de valencia de A) - (# de  $e^-$  libres de A) - (# de enlaces)

Tabla 4

Nubes electrónicas	Nubes de e <sup>-</sup> de enlace	Nubes de e <sup>-</sup> libres	Distribución de las nubes electrónicas	Geometría molecular:	Hibridación:	Figura representativa:
2	2	0	Lineal	<i>Lineal</i>	<i>sp</i>	
3	3	0	Trigonal plana	<i>Trigonal plana</i>	<i>sp<sup>2</sup></i>	
3	2	1	Trigonal plana	<i>Angular</i>	<i>sp<sup>2</sup></i>	
4	4	0	Tetraédrica	<i>Tetraédrica</i>	<i>sp<sup>3</sup></i>	
4	3	1	Tetraédrica	<i>Piramidal trigonal</i>	<i>sp<sup>3</sup></i>	
4	2	2	Tetraédrica	<i>Angular</i>	<i>sp<sup>3</sup></i>	
5	5	0	Bipiramidal Trigonal	<i>Bipiramidal Trigonal</i>	<i>sp<sup>3</sup>d</i>	
5	4	1	Bipiramidal Trigonal	<i>Tetraedro distorsionado</i>	<i>sp<sup>3</sup>d</i>	
5	3	2	Bipiramidal Trigonal	<i>Forma de T</i>	<i>sp<sup>3</sup>d</i>	
5	2	3	Bipiramidal Trigonal	<i>Lineal</i>	<i>sp<sup>3</sup>d</i>	
6	6	0	Octaédrica	<i>Octaédrica</i>	<i>sp<sup>3</sup>d<sup>2</sup></i>	
6	5	1	Octaédrica	<i>Piramidal cuadrada</i>	<i>sp<sup>3</sup>d<sup>2</sup></i>	
6	4	2	Octaédrica	<i>Cuadrada plana</i>	<i>sp<sup>3</sup>d<sup>2</sup></i>	



Tomando como base los **Considerandos** y la **Tabla 4**, se plantea a continuación la resolución de diversos ejercicios.

**1. Para las moléculas siguientes:**

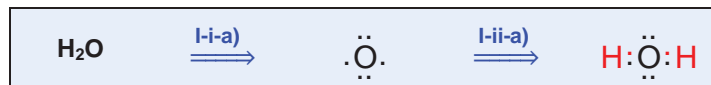


**Determine:**

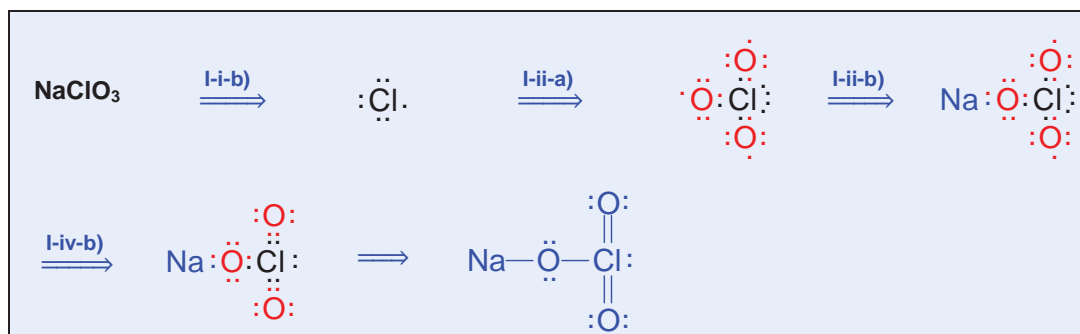
- Su estructura de Lewis.
- La geometría molecular con respecto al átomo central.
- La hibridación del átomo central.

**Resolución:**

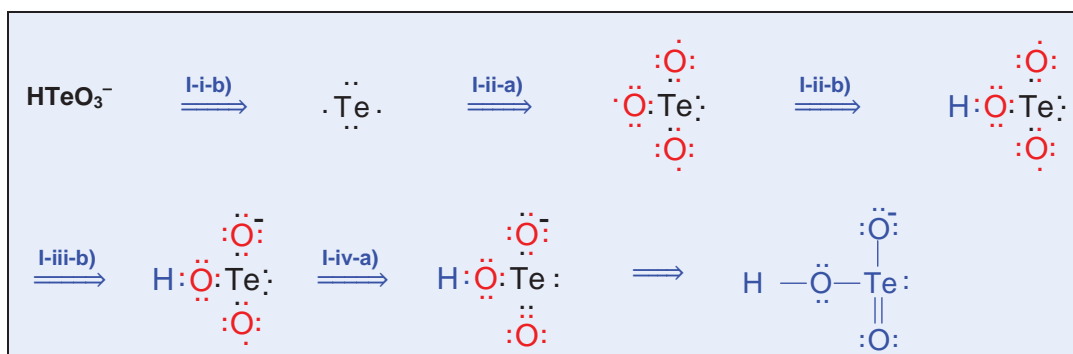
- Este ejercicio se resolverá para cada molécula por separado.
- Para la molécula de  $\text{H}_2\text{O}$  se considera **I**, para establecer su estructura de Lewis como se muestra a continuación:



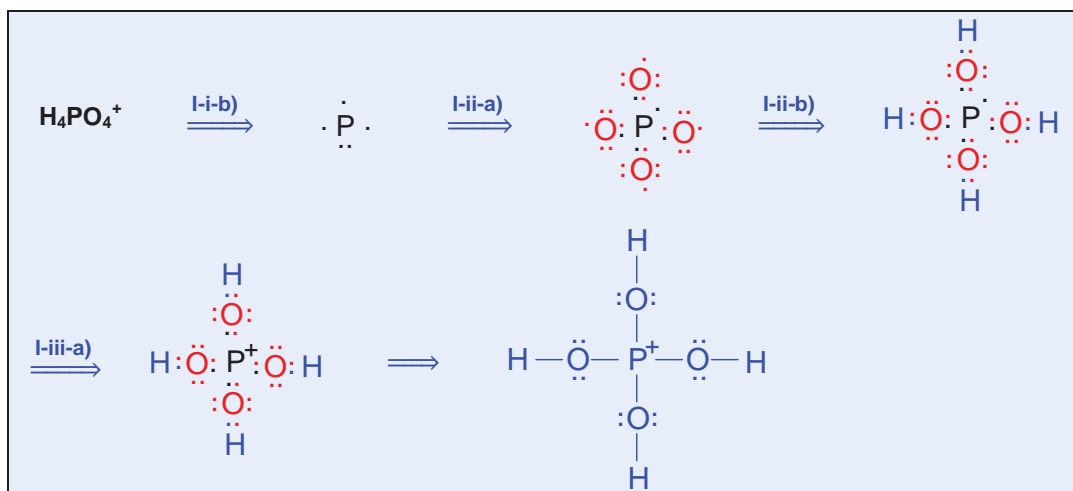
- Como se observa, no es necesario aplicar los pasos **I-iii** y **I-iv**, ya que la molécula no presenta cargas y tampoco hay electrones impares en ningún átomo.
- Con base en la estructura de Lewis anterior, se considera **II**, **III**, **IV** y **VI** para determinar su geometría molecular, que en este caso es **angular**, ya que el átomo central de oxígeno tiene 2 nubes de enlace y 2 nubes de par electrónico libre.
- Finalmente, considerando **VIII** se establece que el átomo central presenta una hibridación  $\text{sp}^3$ , ya que presenta cuatro nubes electrónicas a su alrededor.
- Para la molécula de  $\text{NaClO}_3$  se considera **I**, para establecer su estructura de Lewis como se muestra a continuación:



- Como se observa, en el paso final se sustituyen los pares electrónicos de enlace por líneas para simplificar el dibujo de la estructura, aunque esto no sea estrictamente necesario.
- Con base en la estructura de Lewis anterior, se considera **II**, **III**, **IV** y **VI** para determinar su geometría molecular, que en este caso es **piramidal trigonal**, ya que el átomo central de cloro tiene 3 nubes de enlace y una nube de par electrónico libre.
- Finalmente, considerando **VIII** se establece que el átomo central presenta una hibridación  $\text{sp}^3$ , ya que presenta cuatro nubes electrónicas a su alrededor.
- Para la molécula de  $\text{HTeO}_3^-$  se considera **I**, para establecer su estructura de Lewis como se muestra a continuación:



- Como se observa, en el paso final se sustituyen los pares electrónicos de enlace por líneas para simplificar el dibujo de la estructura, aunque esto no sea estrictamente necesario.
- Con base en la estructura de Lewis anterior, se considera **II**, **III**, **IV** y **VI** para determinar su geometría molecular, que en este caso es **piramidal trigonal**, ya que el átomo central de telurio tiene 3 nubes de enlace y una nube de par electrónico libre.
- Finalmente, considerando **VIII** se establece que el átomo central presenta una hibridación  $\text{sp}^3$ , ya que presenta cuatro nubes electrónicas a su alrededor.
- Para la molécula de  $\text{H}_4\text{PO}_4^+$  se considera **I**, para establecer su estructura de Lewis como se muestra a continuación:



- Con base en la estructura de Lewis anterior, se considera **II**, **III**, **IV** y **VI** para determinar su geometría molecular, que en este caso es **tetraédrica**, ya que el átomo central de fósforo tiene 4 nubes de enlace sin pares electrónicos libres.
- Finalmente, considerando **VIII** se establece que el átomo central presenta una hibridación  $\text{sp}^3$ , ya que presenta cuatro nubes electrónicas a su alrededor.

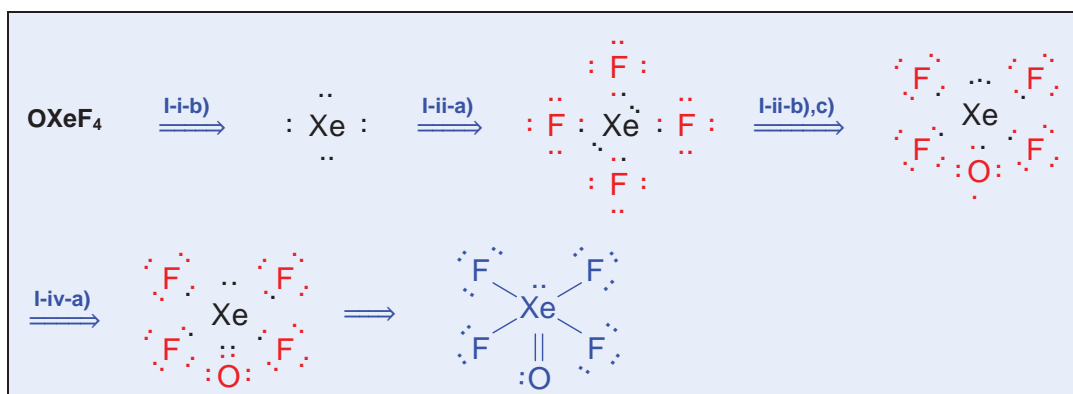
## 2. Para las moléculas siguientes:



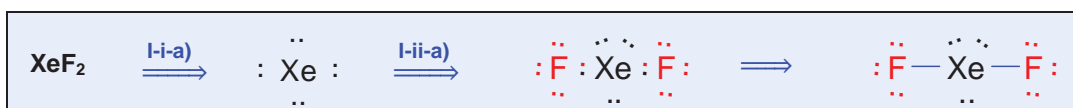
Determine, la estructura de Lewis con cargas formales, la geometría molecular y la hibridación del átomo central.

### Resolución:

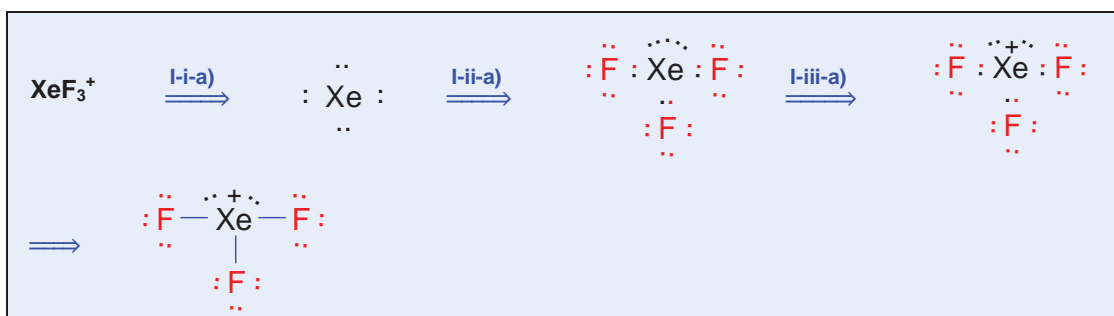
- Este ejercicio se resolverá para cada molécula por separado.
- Para la molécula de  $\text{OXeF}_4$  se considera **I**, para establecer su estructura de Lewis como se muestra a continuación:



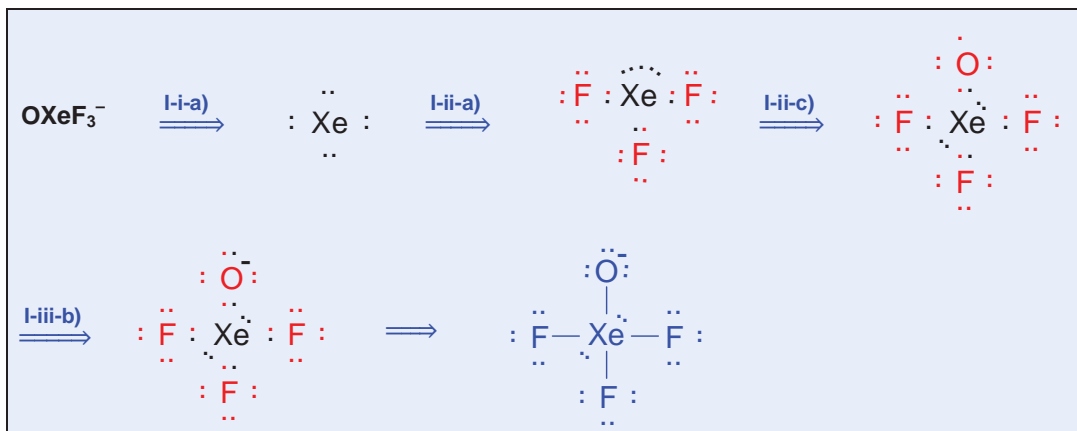
- Con base en la estructura de Lewis anterior, se considera **II**, **III**, **IV** y **VI** para determinar su geometría molecular, que en este caso es **piramidal cuadrada**, ya que el átomo central de xenón tiene 5 nubes de enlace y una nube de par electrónico libre.
- Finalmente, considerando **VIII** se establece que el átomo central presenta una hibridación  $sp^3d^2$ , ya que presenta seis nubes electrónicas a su alrededor.
- Para la molécula de  $\text{XeF}_2$  se considera **I**, para establecer su estructura de Lewis como se muestra a continuación:



- Con base en la estructura de Lewis anterior, se considera **II**, **III**, **IV** y **VI** para determinar su geometría molecular, que en este caso es **lineal**, ya que el átomo central de xenón tiene 2 nubes de enlace y 3 nubes de par electrónico libre.
- Finalmente, considerando **VIII** se establece que el átomo central presenta una hibridación  $sp^3d$ , ya que presenta cinco nubes electrónicas a su alrededor.
- Para la molécula de  $\text{XeF}_3^+$  se considera **I**, para establecer su estructura de Lewis como se muestra a continuación:



- Con base en la estructura de Lewis anterior, se considera **II**, **III**, **IV** y **VI** para determinar su geometría molecular, que en este caso es en **forma de T**, ya que el átomo central de xenón tiene 3 nubes de enlace y 2 nubes de par electrónico libre.
- Finalmente, considerando **VIII** se establece que el átomo central presenta una hibridación  $sp^3d$ , ya que presenta cinco nubes electrónicas a su alrededor.
- Para la molécula de  $\text{OXeF}_3^-$  se considera **I**, para establecer su estructura de Lewis como se muestra a continuación:



- Con base en la estructura de Lewis anterior, se considera **II**, **III**, **IV** y **VI** para determinar su geometría molecular, que en este caso es **cuadrada plana**, ya que el átomo central de xenón tiene 4 nubes de enlace y 2 nubes de par electrónico libre.
- Finalmente, considerando **VIII** se establece que el átomo central presenta una hibridación  $\text{sp}^3\text{d}^2$ , ya que presenta cinco nubes electrónicas a su alrededor.

### 3. Complete los espacios en blanco.

- Un átomo con dos enlaces  $\sigma$ , un enlace  $\pi$  y un par electrónico libre presenta una geometría molecular \_\_\_\_\_ y una hibridación \_\_\_\_\_.
- Un átomo con dos enlaces sencillos y dos pares electrónicos libres presenta una geometría molecular \_\_\_\_\_ y una hibridación \_\_\_\_\_.
- Un átomo con cuatro enlaces sencillos y dos pares electrónicos libres presenta una geometría molecular \_\_\_\_\_ y una hibridación \_\_\_\_\_.
- Un átomo con dos enlaces sencillos y tres pares electrónicos libres presenta una geometría molecular \_\_\_\_\_ y una hibridación \_\_\_\_\_.
- Un átomo con dos enlaces  $\sigma$  y dos enlaces  $\pi$  presenta una geometría molecular \_\_\_\_\_ y una hibridación \_\_\_\_\_.

#### Resolución:

- Para completar **a)**, se considera **IX** y **X**; de tal forma que, la distribución electrónica alrededor del átomo queda como se muestra a continuación:



- Con base en la distribución anterior, se considera **III**, **IV** y **VI** para determinar su geometría molecular, que en este caso es **angular**, ya que el átomo central tiene 2 nubes de enlace y una nube de par electrónico libre.
- Considerando **VIII** se establece que el átomo central presenta una hibridación  $\text{sp}^2$ , ya que presenta tres nubes electrónicas a su alrededor.
- Para completar **b)**, se considera **IX** y **X**; de tal forma que, la distribución electrónica alrededor del átomo queda como se muestra a continuación:



- Con base en la distribución anterior, se considera **III**, **IV** y **VI** para determinar su geometría molecular, que en este caso es **angular**, ya que el átomo central tiene 2 nubes de enlace y dos nubes de par electrónico libre.

- Considerando **VIII** se establece que el átomo central presenta una hibridación  $sp^3$ , ya que presenta cuatro nubes electrónicas a su alrededor.
- Para completar **c)**, se considera **IX** y **X**; de tal forma que, la distribución electrónica alrededor del átomo queda como se muestra a continuación:



- Con base en la distribución anterior, se considera **III**, **IV** y **VI** para determinar su geometría molecular, que en este caso es **cuadrada plana**, ya que el átomo central tiene 4 nubes de enlace y 2 nubes de par electrónico libre.
- Considerando **VIII** se establece que el átomo central presenta una hibridación  $sp^3d^2$ , ya que presenta seis nubes electrónicas a su alrededor.
- Para completar **d)**, se considera **IX** y **X**; de tal forma que, la distribución electrónica alrededor del átomo queda como se muestra a continuación:

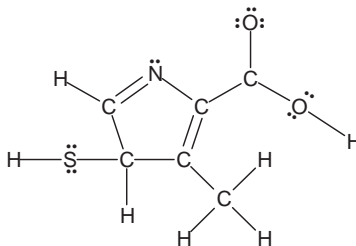


- Con base en la distribución anterior, se considera **III**, **IV** y **VI** para determinar su geometría molecular, que en este caso es **lineal**, ya que el átomo central tiene 2 nubes de enlace y 3 nubes de par electrónico libre.
- Considerando **VIII** se establece que el átomo central presenta una hibridación  $sp^3d$ , ya que presenta cinco nubes electrónicas a su alrededor.
- Para completar **e)**, se considera **IX** y **X**; de tal forma que, la distribución electrónica alrededor del átomo queda como se muestra a continuación:



- Con base en la distribución anterior, se considera **III**, **IV** y **VI** para determinar su geometría molecular, que en este caso es **lineal**, ya que el átomo central solo tiene 2 nubes de enlace.
- Considerando **VIII** se establece que el átomo central presenta una hibridación  $sp$ , ya que presenta solo dos nubes electrónicas a su alrededor.

#### 4. Con base en la estructura de Lewis siguiente:



Determine:

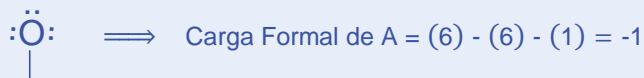
- La geometría molecular que se tiene alrededor del átomo de azufre.
- La hibridación que presenta el átomo de nitrógeno.
- Las cargas formales presentes en los átomos de oxígeno.
- La cantidad de enlaces  $\pi$  que existen en la molécula.

Resolución:

- Para responder **a)**, se considera **III**, **IV** y **VI** para determinar la geometría molecular que tiene el átomo de azufre, este caso es **angular**, ya que el átomo central tiene 2 nubes de enlace y 2 de par electrónico libre.

- Para responder **b)**, se considera **VIII** para determinar la hibridación que tiene el átomo de nitrógeno, en este caso es  $sp^2$ , ya que el átomo central tiene tres nubes electrónicas a su alrededor.
- Para responder **c)**, se considera **XII** para cada uno de los átomos de oxígeno, como se muestra a continuación:

Carga Formal de A = (# de  $e^-$  de valencia de A) - (# de  $e^-$  libres de A) - (# de enlaces)



- Para responder **d)**, se considera **IX** y **X** de tal forma que solo se tienen 2 enlaces  $\pi$  porque solo existen dos enlaces dobles.

### Ejercicios propuestos sobre estructuras de Lewis. Geometría molecular. Hibridación.

1. Determine, para la molécula siguiente:



- a) Estructura de Lewis con cargas formales.
- b) Geometría molecular.
- c) Hibridación del átomo central.

2. Un elemento **A**, cuyo electrón diferencial tiene de configuración  $6p^2$ , se combina con oxígeno para formar el ion  $\text{AO}_3^{2-}$ , identifique al elemento **A** y determine para el ión:

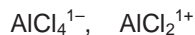
- a) La estructura de Lewis con cargas formales.
- b) La geometría molecular del átomo central.
- c) La hibridación del átomo central.

3. Para las moléculas  $\text{XeCl}_5^+$  y  $\text{XeCl}_2$ , determine:

- a) Estructuras de Lewis con cargas formales.
- b) Geometría molecular.
- c) La hibridación de los átomos centrales. Justifique su respuesta con diagrama de orbitales atómicos.

4. Indique la diferencia en la geometría molecular e hibridación de los iones siguientes:

Justifique su respuesta.



5. Para las moléculas siguientes:



Determine:

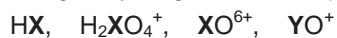
- a) El símbolo de los elementos **X**, **Y** y **Z**. Considere que los valores de los números cuánticos para el electrón diferencial de cada elemento son:

Elemento	n	l	m	s
X	2	1	-1	$-\frac{1}{2}$
Y	2	1	0	$-\frac{1}{2}$
Z	2	1	+1	$+\frac{1}{2}$

- b) La estructura de Lewis con cargas formales de cada molécula.
- c) La geometría molecular de cada molécula.

d) La hibridación de los átomos centrales de cada una de las moléculas.

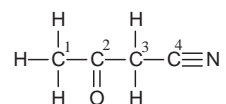
6. Los elementos **X** y **Y** forman, con hidrógeno y oxígeno, los compuestos siguientes:



Y se sabe que el ion  $\text{XO}^{6+}$  tiene 19 electrones y el ion  $\text{YO}^+$  tiene 20 electrones. Determine:

- Qué elementos son **X** y **Y**.
- La estructura de Lewis del ion  $\text{H}_2\text{XO}_4^+$  y la hibridación de su átomo central.

7. En la molécula siguiente, se presentan los átomos de carbono numerados:



Para los átomos 2 y 3 determine:

- La diferencia en la geometría molecular.
- La diferencia en la hibridación.

## Estequiometría. Fase Gaseosa. Unidades de Concentración.

### Considerandos

Para resolver los ejercicios relacionados con estequiometría, gases o unidades de concentración, se debe considerar:

- I. Que un mol contiene  $6.022 \times 10^{23}$  [unidades].
- II. Que la masa molar indica cuántos gramos pesa un mol de una sustancia.
- III. Que el porcentaje m/m indica cuántos gramos de soluto se tienen en 100 [g] de disolución.
- IV. Que el porcentaje m/V indica cuántos gramos de soluto se tienen en 100 [mL] de disolución.
- V. Que el porcentaje V/V indica cuántos mililitros de soluto se tienen en 100 [mL] de disolución.
- VI. Que la normalidad indica cuántos equivalentes de soluto se tienen en 1 [L] (1000 [mL]) de disolución.
- VII. Que la molaridad indica cuántos moles de soluto se tienen en 1 [L] (1000 [mL]) de disolución.
- VIII. Que la molalidad indica cuántos moles de soluto se tienen por cada kilogramo (1000 [g]) de disolvente.
- IX. Que la fracción molar indica cuántos moles de un soluto se tienen en un mol total de la disolución.
- X. Que el valor de la constante de los gases ideales es  $0.08205 \text{ [L} \cdot \text{atm} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$ , pero puede cambiar, dependiendo de las unidades que se empleen.
- XI. Que para realizar los cálculos estequiométricos de una reacción química, se requiere que ésta se encuentre balanceada.
- XII. Que para balancear una reacción química existen diferentes métodos descritos en la bibliografía.
- XIII. Que cuando un ejercicio de estequiometría involucra una reacción química, se resuelve con los pasos siguientes:
  - i. Se verifica que la reacción esté balanceada; en caso contrario, se balancea siguiendo alguna de las metodologías descritas en la bibliografía.
  - ii. Se convierten todas las cantidades dadas de reactivos y productos a moles, empleando los factores de conversión adecuados.
  - iii. Se identifica al reactivo limitante empleando los coeficientes estequiométricos, ya que es el que se encuentra en menor cantidad estequiométrica.
  - iv. Se realizan los cálculos estequiométricos con el reactivo limitante.
- XIV. Que el reactivo limitante se consume totalmente cuando la reacción procede con un 100 % de rendimiento.
- XV. El reactivo limitante se emplea para determinar las cantidades de reactivos y de



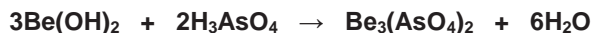
productos involucrados en una reacción que procede con un 100 % de rendimiento.

- XVI.** Que el rendimiento teórico o empírico de una reacción es la cantidad (en gramos, mol, moléculas, etc.) que se debió haber obtenido de uno de los productos, si la reacción hubiese procedido con un 100 % de rendimiento.
- XVII.** Que el rendimiento experimental o real de una reacción es la cantidad (en g, mol, moléculas, etc.) que se obtiene realmente de uno de los productos.
- XVIII.** Que el rendimiento porcentual o eficiencia de una reacción es el porcentaje de lo que se debió de haber obtenido (en g, mol, moléculas, etc.) de uno de los productos.
- XIX.** Que 1 [atm] equivale a 760 [mm] de Hg y a 101.325 [kPa].

Formulario 7		
Porcentaje masa/masa $\% \frac{m}{m} = \frac{m_s}{m_D} \times 100$	Porcentaje masa/volumen $\% \frac{m}{V} = \frac{g_s}{mL_D} \times 100$	Porcentaje volumen/volumen $\% \frac{V}{V} = \frac{V_s}{V_D} \times 100$
Normalidad $N = \frac{Eq_s}{L_D}$	Equivalentes de soluto $Eq_s = \frac{g_s}{PEq_s}$	Peso equivalente de soluto $PEq_s = \frac{MM_s}{H_{sust}}$
Molaridad $M = \frac{n_s}{L_D}$	Molalidad $m = \frac{n_s}{kg_d}$	Fracción molar $X_A = \frac{n_A}{n_T}$
Moles totales $n_T = n_A + n_B + \dots + n_d$		Ecuación de Estado del Gas Ideal $P \cdot V = n \cdot R \cdot T$
$m_s$ = Masa de soluto $m_D$ = Masa de disolución $g_s$ = Gramos de soluto $mL_D$ = Mililitros de disolución $V_s$ = Volumen de soluto $V_D$ = Volumen de disolución $Eq_s$ = Equivalentes de soluto $L_D$ = Litros de disolución $g_s$ = Gramos de soluto $PEq_s$ = Peso equivalente del soluto $MM_s$ = Masa molar del soluto $H_{sust}$ = Hidrógenos sustituibles		$n_s$ = Moles del soluto $kg_d$ = Kilogramos de disolvente $X_A$ = Fracción molar de A $n_A$ = Moles del soluto A $n_T$ = Moles totales $n_B$ = Moles del soluto B $n_d$ = Moles del disolvente $P$ = Presión del gas $V$ = Volumen del gas $n$ = Moles del gas $R$ = Constante de los gases ideales $T$ = Temperatura del gas

Tomando como base los **Considerandos** y el **Formulario 7**, se plantea a continuación la resolución de diversos ejercicios.

1. Se hicieron reaccionar 14 [g] de  $\text{H}_3\text{AsO}_4$  con 350 [mL] de una disolución 0.7 [M] de  $\text{Be}(\text{OH})_2$  con base en la reacción siguiente:



Si se obtuvieron  $28.0 \times 10^{-3}$  [mol] de  $\text{Be}_3(\text{AsO}_4)_2$ , determine:

- Cuál es el reactivo limitante.
- Cuál fue el rendimiento de la reacción.

**Resolución:**

- Considerando **XIII-i**, la reacción se encuentra balanceada.
- Considerando **XIII-ii** y **II**, se convierten en moles los 14 [g] de  $\text{H}_3\text{AsO}_4$  que se dan como dato, como se muestra a continuación:

$$14 \text{ [g] } \text{H}_3\text{AsO}_4 \left( \frac{1 \text{ [mol] } \text{H}_3\text{AsO}_4}{141.922 \text{ [g] } \text{H}_3\text{AsO}_4} \right) = 0.0986 \text{ [mol] } \text{H}_3\text{AsO}_4$$

- Considerando **XIII-ii** y **VII**, se convierten en moles los 350 [mL] de la disolución 0.7 [M] de  $\text{Be}(\text{OH})_2$  que se dan como dato, como se muestra a continuación:

$$350 \text{ [mL] disolución} \left( \frac{0.7 \text{ [mol] } \text{Be}(\text{OH})_2}{1000 \text{ [mL] disolución}} \right) = 0.245 \text{ [mol] } \text{Be}(\text{OH})_2$$

- Considerando **XIII-iii**, se determina cuántos moles de  $\text{Be}(\text{OH})_2$  se requieren para que reaccionen 0.0986 [mol] de  $\text{H}_3\text{AsO}_4$ , como se muestra a continuación:

$$0.0986 \text{ [mol] } \text{H}_3\text{AsO}_4 \left( \frac{3 \text{ [mol] } \text{Be}(\text{OH})_2}{2 \text{ [mol] } \text{H}_3\text{AsO}_4} \right) = 0.1479 \text{ [mol] } \text{Be}(\text{OH})_2$$

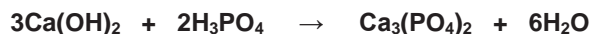
- Como se observa, se requieren 0.1479 [mol] de  $\text{Be}(\text{OH})_2$ , pero se tienen 0.245 [mol] de  $\text{Be}(\text{OH})_2$ ; por lo tanto, **el reactivo limitante es el  $\text{H}_3\text{AsO}_4$** , ya que el  $\text{Be}(\text{OH})_2$  está en exceso.
- Para obtener el rendimiento de la reacción, primero se considera **XV** para determinar cuántos moles de  $\text{Be}_3(\text{AsO}_4)_2$  se debieron obtener y posteriormente compararlos con los moles obtenidos, como se muestra a continuación:

$$0.0986 \text{ [mol] } \text{H}_3\text{AsO}_4 \left( \frac{1 \text{ [mol] } \text{Be}_3(\text{AsO}_4)_2}{2 \text{ [mol] } \text{H}_3\text{AsO}_4} \right) = 0.04932 \text{ [mol] } \text{Be}_3(\text{AsO}_4)_2$$

$$0.028 \text{ [mol] } \text{Be}_3(\text{AsO}_4)_2 \left( \frac{100 \%}{0.04932 \text{ [mol] } \text{Be}_3(\text{AsO}_4)_2} \right) = 56.7688 \% \text{ de rendimiento}$$

2. Se hacen reaccionar 1400 [mL] de una disolución 0.7 [M] de  $\text{Ca}(\text{OH})_2$  con 350 [mL] de una disolución al 7 [%], masa en volumen de  $\text{H}_3\text{PO}_4$ . Suponga que la reacción procede con un 91 [%] de rendimiento y determine:

- Los moles que no reaccionaron del reactivo en exceso.
- La concentración molar de la sal formada.



**Resolución:**

- Considerando **XIII-i**, la reacción se encuentra balanceada.
- Considerando **XIII-ii** y **VII**, se convierten en moles los 1400 [mL] de la disolución 0.7 [M] de  $\text{Ca}(\text{OH})_2$  que se dan como dato, como se muestra a continuación:

$$1400 \text{ [mL]} \text{ disolución} \left( \frac{0.7 \text{ [mol]} \text{Ca(OH)}_2}{1000 \text{ [mL]} \text{ disolución}} \right) = 0.98 \text{ [mol]} \text{Ca(OH)}_2$$

- Considerando **XIII-ii** y **IV**, se convierten en moles los 350 [mL] de la disolución al 7 % m/V de  $\text{H}_3\text{PO}_4$  que se dan como dato, como se muestra a continuación:

$$350 \text{ [mL]} \text{ disolución} \left( \frac{7 \text{ [g]} \text{H}_3\text{PO}_4}{100 \text{ [mL]} \text{ disolución}} \right) \left( \frac{1 \text{ [mol]} \text{H}_3\text{PO}_4}{97.9738 \text{ [g]} \text{H}_3\text{PO}_4} \right) = 0.250 \text{ [mol]} \text{H}_3\text{PO}_4$$

- Considerando **XIII-iii**, se determina cuántos moles de  $\text{H}_3\text{PO}_4$  se requieren para que reaccionen 0.98 [mol] de  $\text{Ca(OH)}_2$ , como se muestra a continuación:

$$0.98 \text{ [mol]} \text{Ca(OH)}_2 \left( \frac{2 \text{ [mol]} \text{H}_3\text{PO}_4}{3 \text{ [mol]} \text{Ca(OH)}_2} \right) = 0.6533 \text{ [mol]} \text{H}_3\text{PO}_4$$

- Como se observa, se requieren 0.6533 [mol] de  $\text{H}_3\text{PO}_4$ , pero se tienen 0.25 [mol] de  $\text{H}_3\text{PO}_4$ ; por lo tanto, **el reactivo limitante es el  $\text{H}_3\text{PO}_4$** , ya que está en menor cantidad de la que se necesita.
- Considerando **XV** y **XVIII** se determinan los moles que reaccionaron del reactivo en exceso, como se muestra a continuación:

$$0.250 \text{ [mol]} \text{H}_3\text{PO}_4 \left( \frac{3 \text{ [mol]} \text{Ca(OH)}_2}{2 \text{ [mol]} \text{H}_3\text{PO}_4} \right) \left( \frac{91}{100} \right) = 0.34125 \text{ [mol]} \text{Ca(OH)}_2$$

- Los moles de  $\text{Ca(OH)}_2$  que reaccionaron, se restan de los moles que se tenían para obtener los que no reaccionaron, como se muestra a continuación:

$$0.98 \text{ [mol]} \text{Ca(OH)}_2 - 0.34125 \text{ [mol]} \text{Ca(OH)}_2 = 0.63875 \text{ [mol]} \text{Ca(OH)}_2$$

- Para calcular la concentración molar de la sal formada, se considera **XV** y **XVIII** con lo que se determinan los moles de sal que se producen, como se muestra a continuación:

$$0.250 \text{ [mol]} \text{H}_3\text{PO}_4 \left( \frac{1 \text{ [mol]} \text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2}{2 \text{ [mol]} \text{H}_3\text{PO}_4} \right) \left( \frac{91}{100} \right) = 0.11375 \text{ [mol]} \text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$$

- Los moles de  $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$  que se obtienen están en la mezcla de reacción, cuyo volumen es la suma de los volúmenes de los reactivos; de tal forma que, la concentración molar de la sal formada se calcula con la expresión de molaridad del formulario **Formulario 7**, como se muestra a continuación:

$$1400 \text{ [mL]} + 350 \text{ [mL]} = 1750 \text{ [mL]} = 1.75 \text{ [L]} \text{ de la disolución final}$$

$$M = \frac{0.11375 \text{ [mol]} \text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2}{1.75 \text{ [mL]} \text{ Disolución}} = 0.065 \text{ [M]} \text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$$

3. La densidad de una disolución acuosa de carbonato de sodio al 7 [%] m/m es 1.07 [g/mL] y la densidad de una disolución acuosa de ácido nítrico al 16 [%] m/m es 1.09 [g/mL]. Cuando se ponen a reaccionar 140 [mL] de la primera disolución con 70 [mL] de la segunda, se producen 2.8 [L] de dióxido de carbono medidos a 77 [kPa] y 35 [°C]. Calcule:

- El rendimiento porcentual de la reacción.
- La masa del reactivo limitante que queda sin reaccionar.



#### Resolución:

- Considerando **XIII-i**, la reacción se encuentra balanceada.
- Considerando **XIII-ii** y **III**, se convierten en moles los 140 [mL] de la disolución al 7 % m/m de  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  cuya densidad es de 1.07 [g·mL<sup>-1</sup>], como se muestra a continuación:

$$140 [\text{mL}] \text{ disolución} \left( \frac{1.07 [\text{g}] \text{ disolución}}{1 [\text{mL}] \text{ disolución}} \right) \left( \frac{7 [\text{g}] \text{ Na}_2\text{CO}_3}{100 [\text{g}] \text{ disolución}} \right) \left( \frac{1 [\text{mol}] \text{ Na}_2\text{CO}_3}{106 [\text{g}] \text{ Na}_2\text{CO}_3} \right) = 0.09892 [\text{mol}] \text{ Na}_2\text{CO}_3$$

- Considerando **XIII-ii** y **III**, se convierten en moles los 70 [mL] de la disolución al 16 % m/m de  $\text{HNO}_3$  cuya densidad es de 1.09 [g·mL<sup>-1</sup>], como se muestra a continuación:

$$70 [\text{mL}] \text{ disolución} \left( \frac{1.09 [\text{g}] \text{ disolución}}{1 [\text{mL}] \text{ disolución}} \right) \left( \frac{16 [\text{g}] \text{ HNO}_3}{100 [\text{g}] \text{ disolución}} \right) \left( \frac{1 [\text{mol}] \text{ HNO}_3}{63 [\text{g}] \text{ HNO}_3} \right) = 0.19377 [\text{mol}] \text{ HNO}_3$$

- Considerando **XIII-ii** y **X**, se emplea la ecuación de estado del gas ideal del **Formulario 7**, para obtener los moles de  $\text{CO}_2$  a partir de los datos, como se muestra a continuación:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow n = \frac{P \cdot V}{R \cdot T} = \frac{77 [\text{kPa}] \cdot \left( \frac{1 [\text{atm}]}{101.325 [\text{kPa}]} \right) \cdot 2.8 [\text{L}]}{0.08205 \left[ \frac{\text{L} \cdot \text{atm}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \right] \cdot (35 + 273.15) [\text{K}]} = 0.08415 [\text{mol}] \text{ CO}_2$$

- Considerando **XIII-iii**, se determina cuántos moles de  $\text{HNO}_3$  se requieren para que reaccionen 0.09892 [mol] de  $\text{Na}_2\text{CO}_3$ , como se muestra a continuación:

$$0.09892 [\text{mol}] \text{ Na}_2\text{CO}_3 \left( \frac{2 [\text{mol}] \text{ HNO}_3}{1 [\text{mol}] \text{ Na}_2\text{CO}_3} \right) = 0.1978 [\text{mol}] \text{ HNO}_3$$

- Como se observa, se requieren 0.1978 [mol] de  $\text{HNO}_3$ , pero se tienen 0.19377 [mol] de  $\text{HNO}_3$ ; por lo tanto, **el reactivo limitante es el  $\text{HNO}_3$** , ya que está en menor cantidad estequiométrica.
- Para obtener el rendimiento de la reacción, primero se considera **XV** para determinar cuántos moles de  $\text{CO}_2$  se debieron obtener y posteriormente compararlos con los moles obtenidos, como se muestra a continuación:

$$0.19377 [\text{mol}] \text{ HNO}_3 \left( \frac{1 [\text{mol}] \text{ CO}_2}{2 [\text{mol}] \text{ HNO}_3} \right) = 0.09688 [\text{mol}] \text{ CO}_2$$

$$0.08415 [\text{mol}] \text{ CO}_2 \left( \frac{100 \%}{0.09688 [\text{mol}] \text{ CO}_2} \right) = 86.8520 \% \text{ de rendimiento}$$

- Considerando **XIV** y **XVIII** se determinan los moles que reaccionaron del reactivo limitante, como se muestra a continuación:

$$0.19377 [\text{mol}] \text{ HNO}_3 \left( \frac{86.8520}{100} \right) = 0.16829 [\text{mol}] \text{ HNO}_3$$

- Los moles de  $\text{HNO}_3$  que reaccionaron, se restan de los moles que se tenían para obtener los que no reaccionaron, como se muestra a continuación:

$$0.19377 \text{ [mol] } HNO_3 - 0.16829 \text{ [mol] } HNO_3 = 0.02548 \text{ [mol] } HNO_3$$

$$0.02548 \text{ [mol] } HNO_3 \left( \frac{63 \text{ [g] } HNO_3}{1 \text{ [mol] } HNO_3} \right) = 1.60524 \text{ [g] } HNO_3$$

4. Cuando se hacen reaccionar 350 [mL] de una disolución acuosa al 7 [%] masa en volumen (m/v) de ácido sulfúrico con  $316.2075 \times 10^{21}$  [moléculas] de bicarbonato de sodio ( $NaHCO_3$ ), se obtienen 7.7 [dm<sup>3</sup>] de  $CO_2$  medidos a 1.097 [atm] y 21 [°C]. Con base en la reacción siguiente:



Determine el rendimiento de la reacción.

**Resolución:**

- Considerando **XIII-i**, la reacción se encuentra balanceada.
- Considerando **XIII-ii** y **IV**, se convierten en moles los 350 [mL] de la disolución al 7 % m/V de  $H_2SO_4$ , como se muestra a continuación:

$$350 \text{ [mL] disolución} \left( \frac{7 \text{ [g] } H_2SO_4}{100 \text{ [mL] disolución}} \right) \left( \frac{1 \text{ [mol] } H_2SO_4}{98 \text{ [g] } H_2SO_4} \right) = 0.250 \text{ [mol] } H_2SO_4$$

- Considerando **XIII-ii** y **I**, se convierten en moles las  $316.2075 \times 10^{21}$  [moléculas] de  $NaHCO_3$ , como se muestra a continuación:

$$316.2075 \times 10^{21} \text{ [moléculas] } NaHCO_3 \left( \frac{1 \text{ [mol] } NaHCO_3}{6.022 \times 10^{23} \text{ [moléculas] } NaHCO_3} \right) = 0.5250 \text{ [mol] } NaHCO_3$$

- Considerando **XIII-ii** y **X**, se emplea la ecuación de estado del gas ideal del **Formulario 7**, para obtener los moles de  $CO_2$  a partir de los datos, como se muestra a continuación:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow n = \frac{P \cdot V}{R \cdot T} = \frac{1.097 \text{ [atm]} \cdot 7.7 \text{ [dm}^3\text{]} \cdot \left( \frac{1 \text{ [L]}}{1 \text{ [dm}^3\text{]}} \right)}{0.08205 \frac{\text{[L} \cdot \text{atm]}}{\text{[mol] \cdot K}} \cdot (21 + 273.15) \text{ [K]}} = 0.35 \text{ [mol] } CO_2$$

- Considerando **XIII-iii**, se determina cuántos moles de  $NaHCO_3$  se requieren para que reaccionen 0.25 [mol] de  $H_2SO_4$ , como se muestra a continuación:

$$0.25 \text{ [mol] } H_2SO_4 \left( \frac{2 \text{ [mol] } NaHCO_3}{1 \text{ [mol] } H_2SO_4} \right) = 0.5 \text{ [mol] } NaHCO_3$$

- Como se observa, se requieren 0.5 [mol] de  $NaHCO_3$ , pero se tienen 0.5250 [mol] de  $NaHCO_3$ ; por lo tanto, el reactivo limitante es el  $H_2SO_4$ , ya que el  $NaHCO_3$  está en exceso.
- Para obtener el rendimiento de la reacción, primero se considera **XV** para determinar cuántos moles de  $CO_2$  se debieron obtener y posteriormente compararlos con los moles obtenidos, como se muestra a continuación:

$$0.250 \text{ [mol] } H_2SO_4 \left( \frac{2 \text{ [mol] } CO_2}{1 \text{ [mol] } H_2SO_4} \right) = 0.5 \text{ [mol] } CO_2$$

$$0.35 \text{ [mol] } CO_2 \left( \frac{100 \%}{0.5 \text{ [mol] } CO_2} \right) = 70 \% \text{ de rendimiento}$$

**Ejercicios propuestos sobre estequiometría, la fase gaseosa y unidades de concentración.**

1. Se ponen a reaccionar  $7.7 \times 10^{23}$  [iones] de  $\text{XeO}_6^{4-}$  con 1.4 [mol] de Xe y oxígeno gaseoso en exceso.



Si la reacción se lleva a cabo en medio básico con un 91 [%] de rendimiento. Determine:

- Los moles del producto que se obtienen.
- Los moles del reactivo limitante que quedan sin reaccionar.

2. Se prepara una disolución empleando 700 [mL] de agua ( $r = 1$  [g/mL]) y 70 [g] de  $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ . Si la densidad de la disolución resultante es de 1.035 [g/mL], calcule:

- La molaridad.
- El porcentaje masa en volumen.

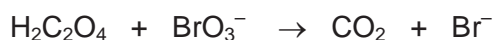
3. Se hacen reaccionar 70 [g] de  $\text{NF}_3$  con 140 [g] de  $\text{AlCl}_3$ , de acuerdo a la reacción siguiente:



Si se producen 0.8972 [mol] de  $\text{AlF}_3$ , determine:

- El rendimiento porcentual de la reacción.
- El volumen de la mezcla gaseosa, medido a 0.7 [atm] y 21 [°C].

4. Se ponen a reaccionar en medio básico, 140 [g] de  $\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4$  y 0.7 [mol] del ion  $\text{BrO}_3^-$ . Se obtienen 70 [L] de  $\text{CO}_2$  gaseoso medidos a 770 [mm Hg] y 28 [°C]. Determine el rendimiento porcentual de la reacción.



5. Se hacen reaccionar 91 [g] de  $\text{NaHCO}_3$  con 140 [g] de  $\text{H}_3\text{PO}_4$ , produciéndose 21 [dm<sup>3</sup>] de  $\text{CO}_2$  medidos a 49 [°C] y 777 [mm] de Hg. Determine con base en la reacción siguiente:



- El rendimiento de la reacción.
- Los gramos de  $\text{H}_3\text{PO}_4$  gastados.
- Los moles de  $\text{Na}_3\text{PO}_4$  producidos.

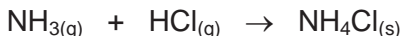
6. Se hacen reaccionar 840 [cm<sup>3</sup>] de una disolución 0.7 [M] de  $\text{H}_2\text{S}$  con 1400 [cm<sup>3</sup>] de una disolución al 7 [%] m/v de  $\text{NaHCO}_3$ . Si se obtienen 30.68 [dm<sup>3</sup>] de  $\text{CO}_2$  medidos a 77 [kPa] y 21 [°C], y la reacción efectuada es:



Determine:

- El rendimiento de la reacción.
- El número de moléculas de  $\text{Na}_2\text{S}$  formadas.

7. Al hacer reaccionar 7 [L] de  $\text{NH}_{3(g)}$  medido a 700 [mm] de Hg y 28 [°C] con 21 [g] de  $\text{HCl}_{(g)}$ , se llevó a cabo, con un 77 [%] de rendimiento, la reacción:



Si el  $\text{NH}_4\text{Cl}_{(s)}$  obtenido, se disolvió en agua hasta completar un volumen de 420 [mL], determine:

- La normalidad de la disolución obtenida.
- El [%] m/m de la disolución, si su densidad es 1.021 [g·mL<sup>-1</sup>].

# Termoquímica

## Considerandos

Para resolver los ejercicios relacionados con la termoquímica, se debe considerar:

- I. Que la entalpía\* de una reacción ( $\Delta H_r$ ) indica la cantidad de calor involucrado en una reacción química. Si el valor de la entalpía es negativo se trata de un proceso exotérmico, si el valor de la entalpía es positivo se trata de un proceso endotérmico.
- II. Que la entalpía de reacción a condiciones estándar ( $\Delta H_r^\circ$ ) indica la cantidad de calor involucrado en una reacción que se lleva a cabo a condiciones estándar (1 [atm] y 25 [°C]).
- III. Que la entalpía de formación en condiciones estándar ( $\Delta H_f^\circ$ ) indica la cantidad de calor involucrado en la formación de 1 [mol] de un producto único, a partir de sus elementos en su forma más estable a condiciones estándar.
- IV. Que para determinar teóricamente la entalpía de una reacción, se pueden emplear:
  - i. Las entalpías de formación a condiciones estándar de los reactivos y de los productos, como se muestra en el **Esquema 1**.
  - ii. Las entalpías de otras reacciones que se dan como datos.
- V. Que de acuerdo con la ley de Hess, la cantidad de calor involucrado en un proceso (reacción química) es siempre la misma, independientemente de que el proceso se lleve a cabo en una, dos o más etapas.
- VI. Que si la reacción consta de dos o más etapas, se suman los calores involucrados en cada etapa para obtener la cantidad de calor involucrado en la reacción total.
- VII. Que cuando se invierte una reacción, su entalpía cambia de signo, pero su magnitud se conserva.
- VIII. Que cuando una reacción se multiplica por un escalar, su entalpía también se multiplica por dicho escalar.

\* Con base en lo aceptado por el *Diccionario de la Lengua Española* (22ª Edición), en este cuaderno, se empleará el término **entalpía** con acento; sin embargo, cabe mencionar que algunos profesores del Departamento de Química de la DCB, no acentúan dicho término por considerar que debido a sus raíces no debería de ser acentuado.



## Esquema 1



$$\Delta H_r^o = \Sigma \Delta H_{f_{\text{productos}}}^o - \Sigma \Delta H_{f_{\text{reactivos}}}^o$$

$$\Delta H_r^o = \left( \textcolor{red}{c}\Delta H_{f_{\text{C}_{\text{y}}}}^o + \textcolor{red}{d}\Delta H_{f_{\text{D}_{\text{z}}}}^o \right) - \left( \textcolor{red}{a}\Delta H_{f_{\text{A}_{\text{w}}}}^o + \textcolor{red}{b}\Delta H_{f_{\text{B}_{\text{x}}}}^o \right)$$

**A, B = Reactivos**

**C, D = Productos**

**a, b, c, d = Coeficientes estequiométricos**

**w, x, y, z = Fases de las sustancias**

**$\Delta H_r^o$  = Entalpía de reacción a condiciones estándar**

**$\Delta H_{f_{\text{productos}}}^o$  = Entalpía de formación de los productos a condiciones estándar**

**$\Delta H_{f_{\text{reactivos}}}^o$  = Entalpía de formación de los reactivos a condiciones estándar**

Tomando como base los **Considerandos** y el **Esquema 1**, se plantea a continuación la resolución de diversos ejercicios.

**1. Calcule la cantidad de calor involucrado en la producción de 49 [g] de  $\text{HgCl}_{2(s)}$ , con base en la reacción siguiente:**



**Resolución:**

- Para resolver este ejercicio, primero se debe balancear la reacción con alguno de los métodos descritos en la bibliografía, para posteriormente determinar la entalpía de la reacción considerando **IV-i**, como se muestra a continuación:

Reacción balanceada:



Aplicando la expresión del esquema 1, se obtiene:

$$\Delta H_r^o = 1\Delta H_{f\text{HgCl}_{2(s)}}^o + 1\Delta H_{f\text{H}_{2(g)}}^o - 1\Delta H_{f\text{Hg}_{(l)}}^o - 2\Delta H_{f\text{HCl}_{(g)}}^o$$

Consultando en tablas los valores de las entalpías de formación, se obtiene:

$$\begin{aligned}\Delta H_r^o &= 1 [\text{mol}](-230.1 [\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}]) + 1 [\text{mol}](0.0 [\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}]) \\ &\quad - 1 [\text{mol}](0.0 [\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}]) - 2 [\text{mol}](-92.3 [\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}]) \\ \Delta H_r^o &= -45.5 [\text{kJ}]\end{aligned}$$

- Considerando **I** y **II**, se deduce que en esta reacción se liberan 45.5 [kJ] por cada 1 [mol] de  $\text{HgCl}_2$  que se produce; por lo tanto, para obtener la cantidad de calor involucrado en la producción de 49 [g] de  $\text{HgCl}_2$  se emplean los factores de conversión adecuados, como se muestra a continuación:

$$49 [\text{g}] \text{HgCl}_2 \left( \frac{1 [\text{mol}] \text{HgCl}_2}{271.496 [\text{g}] \text{HgCl}_2} \right) \left( \frac{-45.5 [\text{kJ}]}{1 [\text{mol}] \text{HgCl}_2} \right) = -8.2119 [\text{kJ}]$$

**2. El acetileno es un combustible ampliamente utilizado para soldadura y corte de metales. El proceso de combustión que se lleva al cabo es:**



**Calcule el calor involucrado en la producción de 70 [L] de  $\text{CO}_{2(g)}$  medido a 77 [kPa] y 28 [°C].**

**Resolución:**

- Para resolver este ejercicio, primero se debe balancear la reacción con alguno de los métodos descritos en la bibliografía, para posteriormente determinar la entalpía de la reacción considerando **IV-i**, como se muestra a continuación:

Reacción balanceada:



Aplicando la expresión del esquema 1, se obtiene:

$$\Delta H_r^o = 4\Delta H_{f\text{CO}_{2(g)}}^o + 2\Delta H_{f\text{H}_2\text{O}_{(l)}}^o - 2\Delta H_{f\text{C}_2\text{H}_{2(g)}}^o - 5\Delta H_{f\text{O}_{2(g)}}^o$$

Consultando en tablas los valores de las entalpías de formación, se obtiene:

$$\begin{aligned}\Delta H_r^\circ &= 4 [\text{mol}](-393.5 [\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}]) + 2 [\text{mol}](-241.82 [\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}]) \\ &\quad - 2 [\text{mol}](226.7 [\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}]) - 5 [\text{mol}](0.0 [\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}]) \\ \Delta H_r^\circ &= -2\,511.04 [\text{kJ}]\end{aligned}$$

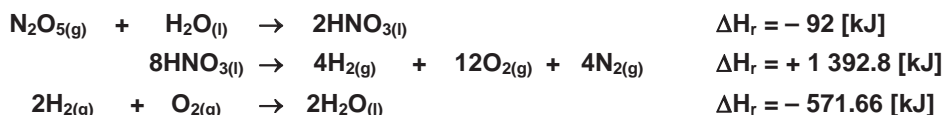
- Considerando **I** y **II**, se deduce que en esta reacción se liberan 2 511.04 [kJ] por cada 4 [mol] de CO<sub>2</sub> que se producen; por lo tanto, primero se determina cuántos moles de CO<sub>2</sub> se tienen en 70 [L] medidos a las condiciones descritas, para ello se emplea la ecuación de estado del gas ideal, como se muestra a continuación:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow n = \frac{P \cdot V}{R \cdot T} = \frac{77 [\text{kPa}] \cdot \left(\frac{1 [\text{atm}]}{101.325 [\text{kPa}]}\right) \cdot 70 [\text{L}]}{0.08205 \left[\frac{\text{L} \cdot \text{atm}}{\text{mol} \cdot \text{K}}\right] \cdot (28 + 273.15) [\text{K}]} = 2.1538 [\text{mol}] \text{CO}_2$$

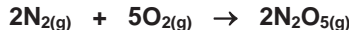
- Conociendo los moles de CO<sub>2</sub> que se producen, se determina la cantidad de calor que se libera, como se muestra a continuación:

$$2.1538 [\text{mol}] \text{CO}_2 \left( \frac{-2\,511.04 [\text{kJ}]}{4 [\text{mol}] \text{CO}_2} \right) = -1\,352.0694 [\text{kJ}]$$

### 3. A partir de las entalpías de las reacciones siguientes:

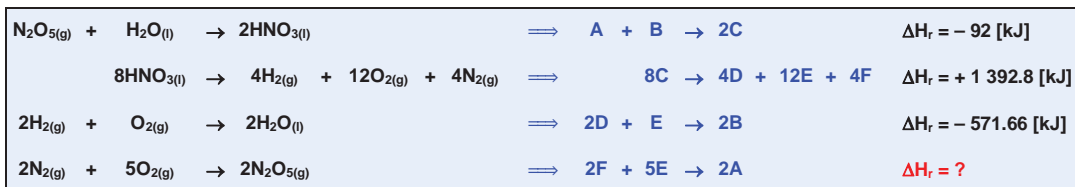


Calcule la entalpía de la reacción:

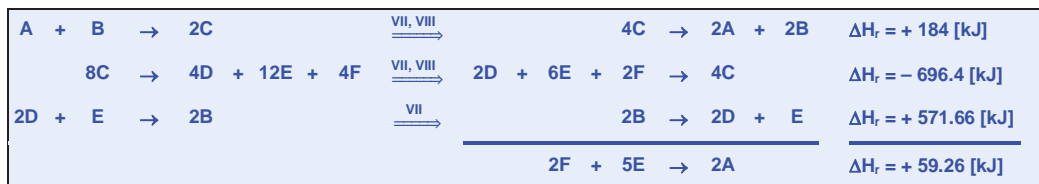


#### Resolución:

- Considerando **IV-ii**, primero se asigna una literal a cada compuesto, como se muestra a continuación:



- A continuación, considerando **VII** y **VIII**, se modifican las primeras tres reacciones para que al sumarlas se obtenga la cuarta reacción, como se muestra a continuación:



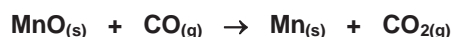
- La segunda reacción se invirtió y se multiplicó por  $\frac{1}{2}$ , ya que en la reacción deseada el compuesto **F**, tiene que estar como reactivo y con coeficiente de 2.
- La tercera reacción solo se invierte para que el compuesto **E** quede como producto y con coeficiente de **1**; de tal forma que, cuando se suma la segunda y tercera reacción, se obtiene el compuesto **E**, como reactivo y con coeficiente de 2; tal como está en la reacción deseada.

- La primera reacción se invirtió y se multiplicó por 2, ya que en la reacción deseada, el compuesto **A** tiene que estar como producto y con coeficiente de 2.

#### 4. Con base en los datos de las reacciones siguientes:

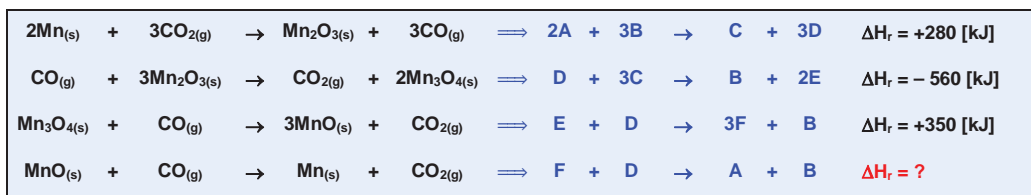


Para la reacción siguiente, determine la cantidad de calor involucrado en la producción de 7.0 [L] de  $\text{CO}_{2(g)}$  medido a 77 [kPa] y 280 [K].

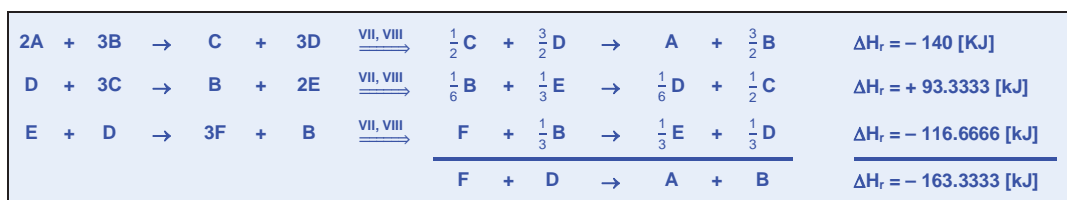


#### Resolución:

- Para determinar el calor involucrado en la última reacción, se requiere conocer su entalpía; por lo tanto, considerando **IV-ii**, se deben modificar las reacciones que se dan como datos y para ello, se asigna una literal a cada compuesto, como se muestra a continuación:



- A continuación, considerando **VII** y **VIII**, se modifican las primeras tres reacciones para que al sumarlas se obtenga la cuarta reacción, como se muestra a continuación:



- La primera reacción se invirtió y se multiplicó por  $\frac{1}{2}$ , ya que en la reacción deseada el compuesto **A**, tiene que estar como producto y con coeficiente de 1.
- La tercera reacción se invirtió y se multiplicó por  $\frac{1}{3}$ , ya que en la reacción deseada, el compuesto **F** tiene que estar como reactivo y con coeficiente de 1.
- La segunda reacción se invirtió y se multiplicó por  $\frac{1}{6}$ , para que los compuestos **D** y **B** quedaran con los coeficientes adecuados para que al sumar las tres reacciones se obtenga la reacción deseada.
- Considerando **I** y **II**, se deduce que en la cuarta reacción se liberan 163.3333 [kJ] por cada 1 [mol] de  $\text{CO}_2$  que se producen; por lo tanto, primero se determina cuántos moles de  $\text{CO}_2$  se tienen en 7 [L] medidos a las condiciones descritas, para ello se emplea la ecuación de estado del gas ideal, como se muestra a continuación:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow n = \frac{P \cdot V}{R \cdot T} = \frac{77 \text{ [kPa]} \cdot \left( \frac{1 \text{ [atm]}}{101.325 \text{ [kPa]}} \right) \cdot 7 \text{ [L]}}{0.08205 \left[ \frac{\text{L} \cdot \text{atm}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \right] \cdot 280 \text{ [K]}} = 0.2315 \text{ [mol]} \text{CO}_2$$

- Conociendo los moles de  $\text{CO}_2$  que se producen, se determina la cantidad de calor que se libera, como se muestra a continuación:

$$0.2315[\text{mol}] \text{CO}_2 \left( \frac{-163.3333 [\text{kJ}]}{1 [\text{mol}] \text{CO}_2} \right) = -37.8190 [\text{kJ}]$$

### Ejercicios propuestos sobre termoquímica

1. La reacción siguiente:



Libera 700 [kJ] a partir de 14 [g] de  $\text{C}_2\text{H}_2$  y 77 [g] de NO en condiciones normales. Determine:

- El rendimiento porcentual de la reacción.
- La cantidad de calor que se liberaría para un 100 % de rendimiento.

2. Con las entalpías de reacción siguientes:



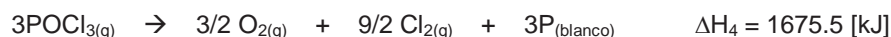
Calcule el calor involucrado en la producción de 210 [L] de cloro gaseoso, medido a 25 [°C] y 0.76 [atm], para la reacción siguiente. Considere una 70 [%] de rendimiento.



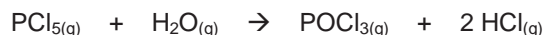
3. Cuando se queman 70 [g] de propano,  $\text{C}_3\text{H}_{8(\text{g})}$ , en presencia de 14 [g] de oxígeno,  $\text{O}_{2(\text{g})}$ , se producen experimentalmente 6 [L] de  $\text{CO}_{2(\text{g})}$  medidos a 25[°C] y 101 325 [Pa]. Determine:

- El rendimiento porcentual de la reacción.
- La cantidad de calor que se liberó. La  $\Delta H_f^\circ$  del propano es -103.8 [kJ·mol<sup>-1</sup>].

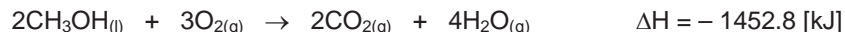
4. A partir de las reacciones siguientes:



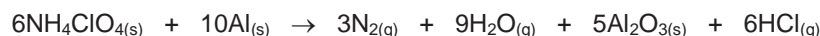
Calcule el calor involucrado en la producción de 200 [L] de  $\text{HCl}_{(\text{g})}$  medido a 20 [°C] y 77 000 [Pa], con base en la reacción siguiente:



5. El metanol,  $\text{CH}_3\text{OH}_{(\text{l})}$ , es un disolvente orgánico que se utiliza como combustible en algunos motores de automóviles. Calcule la entalpía estándar de formación del metanol y el calor involucrado cuando se forman 450 [g] de dióxido de carbono, a partir de los datos siguientes:



6. Una reacción que se emplea para el lanzamiento de cohetes en el espacio es:



Si al obtenerse  $1.0839 \times 10^{25}$  [moléculas] de  $\text{H}_2\text{O}_{(\text{g})}$  se liberaron 18.6142 [MJ], determine el valor de la  $\Delta H_f^\circ$  del clorato de amonio ( $\text{NH}_4\text{ClO}_{4(\text{s})}$ ) a 25 [°C] y 1 [atm].

7. Se ponen a reaccionar 60 [g] de  $\text{C}_2\text{H}_2$  con 300 [g] de NO a 1 [atm] y 25 [°C]. Si el rendimiento porcentual es del 90 [%], determine el calor involucrado en el proceso:



# Equilibrio Químico

## Considerandos

Para resolver los ejercicios relacionados con el equilibrio químico, se debe considerar:

- I. Que para establecer las expresiones de equilibrio (cocientes o constantes), se debe trabajar con la reacción balanceada.
- II. Que en las expresiones de equilibrio, no se toman en cuenta las concentraciones o presiones parciales de los compuestos que estén en fase líquida o sólida, ya que son valores constantes.
- III. Que en las expresiones de equilibrio, solo se incluyen compuestos en una sola fase, ya sea acuosa o gaseosa.
- IV. Que el cociente de reacción ( $Q_c$  o  $Q_p$ ), se puede calcular para cualquier tiempo, empleando las concentraciones o presiones parciales de los compuestos en dicho tiempo (expresiones 1 y 2).
- V. Que la constante de equilibrio ( $K_c$  o  $K_p$ ), se calcula con las concentraciones o presiones de los compuestos en el tiempo de equilibrio (expresiones 3 y 4).
- VI. En las expresiones de equilibrio, se emplean las concentraciones y presiones sin unidades; por lo tanto los cocientes de reacción y las constantes de equilibrio son adimensionales.
- VII. En la expresión 5, no se emplean las unidades de la constante de los gases ideales ni de la temperatura.
- VIII. Que si el cociente de reacción es menor que el valor de la constante, se tiene que generar más producto para alcanzar el equilibrio.
- IX. Que si el cociente de reacción es mayor que el valor de la constante, se tiene que generar más reactivo para alcanzar el equilibrio.
- X. Que si el cociente de reacción es igual que el valor de la constante, la reacción ya alcanzó el equilibrio.
- XI. Que de acuerdo con el principio de Le Chatelier:
  - i. Un incremento en la cantidad de alguno de los reactivos, desplaza el equilibrio hacia los productos.
  - ii. Un incremento en la cantidad de alguno de los productos, desplaza el equilibrio hacia los reactivos.
  - iii. Una disminución en la cantidad de alguno de los reactivos, desplaza el equilibrio hacia los reactivos.
  - iv. Una disminución en la cantidad de alguno de los productos, desplaza el equilibrio hacia los productos.
  - v. Un incremento en la presión del sistema (en fase gaseosa), desplaza el equilibrio hacia donde la suma de los coeficientes estequiométricos sea menor.
  - vi. Una disminución en la presión del sistema (en fase gaseosa), desplaza el equilibrio hacia donde la suma de los coeficientes estequiométricos sea mayor.
  - vii. Un incremento en la temperatura del sistema, desplaza el equilibrio hacia los productos en una reacción endotérmica y hacia los reactivos en una reacción exotérmica.
  - viii. Una disminución en la temperatura del sistema, desplaza el equilibrio hacia los productos en una reacción exotérmica y hacia los reactivos en una reacción endotérmica.

## Esquema 2

	$aA_w$	+	$bB_x$	$\rightarrow$	$cC_y$	+	$dD_z$
$t_0$	$A_0$		$B_0$		$C_0$		$D_0$
Variación	$\mp ax$		$\mp bx$		$\pm cx$		$\pm dx$
$t_{eq}$	$(A_0 \mp ax)$		$(B_0 \mp bx)$		$(C_0 \pm cx)$		$(D_0 \pm dx)$

**A, B = Reactivos**  
**C, D = Productos**  
**a, b, c, d = Coeficientes estequiométricos de la reacción balanceada**  
**w, x, y, z = Estados de agregación**  
**A<sub>0</sub>, B<sub>0</sub>, C<sub>0</sub>, D<sub>0</sub> = Molaridad o presión de reactivos y productos al tiempo inicial**  
**t<sub>0</sub> = Tiempo inicial**  
**t<sub>eq</sub> = Tiempo de equilibrio**  
**x = Variable**

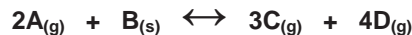
## Formulario 8

1	$Q_C = \frac{[C_y]^c \cdot [D_z]^d}{[A_w]^a \cdot [B_x]^b}$	2	$Q_P = \frac{P_C^c \cdot P_D^d}{P_A^a \cdot P_B^b}$	3	$K_C = \frac{[C_y]^c \cdot [D_z]^d}{[A_w]^a \cdot [B_x]^b}$
4	$K_P = \frac{P_C^c \cdot P_D^d}{P_A^a \cdot P_B^b}$	5	$K_P = K_C \cdot (RT)^{\Delta n}$	6	$\Delta n = (c+d) - (a+b)$

**Q = Cociente de reacción en términos de concentración molar (Q<sub>C</sub>) o presiones (Q<sub>P</sub>)**  
**K<sub>C</sub> = Constante de equilibrio en términos de concentraciones molares**  
**K<sub>P</sub> = Constante de equilibrio en términos de las presiones parciales**  
**P = Presión parcial de cada gas**  
**R = Constante de los gases ideales**  
**T = Temperatura a la cual se establece el equilibrio en [K]**  
**Δn = Diferencia entre los coeficientes estequiométricos de los productos y de los reactivos**

Tomando como base los **Considerandos**, el **Esquema 2** y el **Formulario 8**, se plantea a continuación la resolución de diversos ejercicios.

1. Se tienen en equilibrio 0.07 [mol] de A, 0.14 [mol] de B, 0.7 [mol] de C y 0.28 [mol] de D en un recipiente cerrado de 28 [L] a 25 [°C]. Calcule  $K_C$  y  $K_P$ .



#### Resolución:

- Para esta reacción, la expresión de la constante de equilibrio en términos de concentraciones, se obtiene considerando **I**, **II** y **III**, quedando la expresión siguiente:

$$K_C = \frac{[C_{(g)}]^3 \cdot [D_{(g)}]^4}{[A_{(g)}]^2}$$

- Para calcular el valor de la constante de equilibrio, se considera **V**; por lo tanto, se determinan primero las concentraciones molares de los compuestos presentes en la expresión anterior, como se muestra a continuación:

$$M = \frac{\text{Moles de soluto}}{\text{Litros de disolución}}$$

$$M_A = \frac{0.07 \text{ [mol] A}}{28 \text{ [L] disolución}} = 0.0025 \text{ [M] A}$$

$$M_C = \frac{0.7 \text{ [mol] C}}{28 \text{ [L] disolución}} = 0.025 \text{ [M] C}$$

$$M_D = \frac{0.28 \text{ [mol] D}}{28 \text{ [L] disolución}} = 0.010 \text{ [M] D}$$

- Considerando **V** y **VI**, se determina el valor de la constante de equilibrio, como se muestra a continuación:

$$K_C = \frac{[0.025]^3 \cdot [0.01]^4}{[0.0025]^2} \Rightarrow K_C = 2.5 \times 10^{-8}$$

- Aplicando las expresiones **5** y **6** del **Formulario 8**, se determina la  $K_P$  de la forma siguiente:

$$K_P = K_C (R \cdot T)^{\Delta n}$$

$$K_P = (2.5 \times 10^{-8}) ((0.08205) \cdot (298.15))^{(3+4)-(2)}$$

$$K_P = 0.2190$$

2. Para el siguiente sistema en equilibrio:



Se tienen inicialmente 7 [mol] de cada compuesto en un recipiente cerrado herméticamente con una capacidad de 700 [L], determine la concentración de cada compuesto en el equilibrio.

#### Resolución:

- Para resolver este ejercicio, primero se determinan las concentraciones molares de reactivos y productos en el tiempo inicial, como se muestra a continuación:



$$M_{\text{COCl}_2} = \frac{7 \text{ [mol] COCl}_2}{700 \text{ [L] disolución}} = 0.01 \text{ [M] COCl}_2$$

$$M_{\text{CO}} = \frac{7 \text{ [mol] CO}}{700 \text{ [L] disolución}} = 0.01 \text{ [M] CO}$$

$$M_{\text{Cl}_2} = \frac{7 \text{ [mol] Cl}_2}{700 \text{ [L] disolución}} = 0.01 \text{ [M] Cl}_2$$

- Considerando **IV** y **VI**, se determina el valor del cociente de reacción, como se muestra a continuación:

$$Q_C = \frac{[0.01]}{[0.01] \cdot [0.01]} \Rightarrow Q_C = 100$$

- Teniendo el cociente de reacción se compara con el valor de la constante que se tiene como dato y considerando **IX**, el equilibrio se debe desplazar hacia los reactivos. Esto quiere decir que conforme avance la reacción, va a aumentar la cantidad de los reactivos y disminuir la cantidad del producto.
- Por lo anterior, con base en el **Esquema 2**, se puede establecer el esquema de avance de la reacción, como se muestra a continuación:

	<b>CO<sub>(g)</sub></b>	<b>+</b>	<b>Cl<sub>2(g)</sub></b>	<b>→</b>	<b>COCl<sub>2(g)</sub></b>
<i>t</i> <sub>0</sub>	0.01		0.01		0.01
Variación	+ <i>x</i>		+ <i>x</i>		- <i>x</i>
<i>t</i> <sub>eq</sub>	(0.01 + <i>x</i> )		(0.01 + <i>x</i> )		(0.01 - <i>x</i> )

- Por otro lado, considerando para esta reacción **I**, **II** y **III**, se obtiene la expresión de la constante de equilibrio **K<sub>C</sub>**, quedando lo siguiente:

$$K_C = \frac{[\text{COCl}_{2(g)}]}{[\text{CO}_{(g)}] \cdot [\text{Cl}_{2(g)}]}$$

- En esta expresión, se sustituye el valor de la constante de equilibrio que se da como dato y las expresiones de las concentraciones en el equilibrio que se obtuvieron del esquema de avance de la reacción, quedando la expresión que se muestra a continuación:

$$0.1421 = \frac{(0.01 - x)}{(0.01 + x) \cdot (0.01 + x)}$$

- Se resuelve esta última expresión para encontrar los valores de *x*, obteniéndose:

$$x_1 = 9.94348 \times 10^{-3} ; \quad x_2 = -7.06724$$

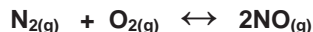
- Se descarta el valor negativo, y con el valor positivo se obtienen las concentraciones de las sustancias en el equilibrio, como se muestra a continuación:

$$M_{\text{COCl}_2} = (0.01 - x) = (0.01 - 9.94348 \times 10^{-3}) = 5.652 \times 10^{-5} \text{ [M] COCl}_2$$

$$M_{\text{CO}} = (0.01 + x) = (0.01 + 9.94348 \times 10^{-3}) = 19.94348 \times 10^{-3} \text{ [M] CO}$$

$$M_{\text{Cl}_2} = (0.01 + x) = (0.01 + 9.94348 \times 10^{-3}) = 19.94348 \times 10^{-3} \text{ [M] Cl}_2$$

### 3. Al llevar a cabo la reacción endotérmica siguiente:



Se obtuvieron en el equilibrio: 0.05 [mol] de  $\text{N}_{2(g)}$ , 0.045 [mol] de  $\text{O}_{2(g)}$  y  $8.6 \times 10^{-7}$  [mol] de  $\text{NO}_{(g)}$  en un recipiente de 500 [mL] a 600 [°C].

a) Calcule la constante de equilibrio,  $K_C$ .

b) Indique hacia donde se desplaza el equilibrio si:

- Se inyecta al tanque de reacción una cantidad adicional de  $\text{N}_{2(g)}$ .
- Se aumenta la presión.
- Se aumenta la temperatura.

#### Resolución:

- Para responder **a)**, la expresión de la constante de equilibrio, en términos de concentraciones, se obtiene considerando **I**, **II** y **III**, quedando la expresión siguiente:

$$K_C = \frac{[\text{NO}_{(g)}]^2}{[\text{N}_{2(g)}] \cdot [\text{O}_{2(g)}]}$$

- Para calcular el valor de la constante de equilibrio, se considera **V**; por lo tanto, se determinan primero las concentraciones molares de las sustancias presentes en la expresión anterior, como se muestra a continuación:

$$M_{\text{N}_2} = \frac{0.05 \text{ [mol] } \text{N}_2}{0.5 \text{ [L] disolución}} = 0.1 \text{ [M] } \text{N}_2$$

$$M_{\text{O}_2} = \frac{0.045 \text{ [mol] } \text{O}_2}{0.5 \text{ [L] disolución}} = 0.09 \text{ [M] } \text{O}_2$$

$$M_{\text{NO}} = \frac{8.6 \times 10^{-7} \text{ [mol] } \text{NO}}{0.5 \text{ [L] disolución}} = 1.72 \times 10^{-6} \text{ [M] } \text{NO}$$

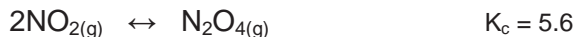
- Considerando **V** y **VI**, se determina el valor de la constante de equilibrio, como se muestra a continuación:

$$K_C = \frac{[1.72 \times 10^{-6}]^2}{[0.1] \cdot [0.09]} \Rightarrow K_C = 3.2871 \times 10^{-10}$$

- Para responder **b)**, se aplica el principio de Le Chatelier.
- Considerando **XI-i**, el equilibrio se desplaza hacia los productos cuando se inyecta al tanque de reacción una cantidad adicional de  $\text{N}_{2(g)}$ .
- Considerando **XI-v**, el equilibrio no se desplaza cuando aumenta la presión, ya que la suma de los coeficientes de los productos es igual a la suma de los coeficientes de los reactivos.
- Considerando **XI-vii**, el equilibrio se desplaza hacia los productos al aumentar la temperatura, ya que la reacción es endotérmica de acuerdo con lo que se menciona en el enunciado.

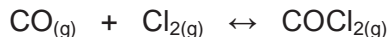
**Ejercicios propuestos sobre equilibrio químico**

1. Determine la concentración del  $\text{NO}_{2(g)}$  y del  $\text{N}_2\text{O}_{4(g)}$  en el equilibrio siguiente:



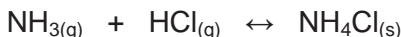
Considere que inicialmente se tenían 0.7 [mol] de  $\text{NO}_{2(g)}$  y 0.42 [mol] de  $\text{N}_2\text{O}_{4(g)}$  en un recipiente sellado de 7 [L].

2. Para el equilibrio:



El valor de  $K_c$  es de  $1.5 \times 10^4$  a 300 [°C]. Si se inicia con 70 [g] de  $\text{Cl}_2$  y 70 [g] de CO en un recipiente cerrado de 140 [dm<sup>3</sup>], determine la concentración de cada reactivo en el equilibrio.

3. Para el siguiente sistema en equilibrio:



La formación de  $\text{NH}_4\text{Cl}_{(s)}$  es un proceso exotérmico. Si se tenían inicialmente 0.7 [mol] de  $\text{NH}_{3(g)}$ , 0.77 [mol] de  $\text{HCl}_{(g)}$  y 0.84 [mol] de  $\text{NH}_4\text{Cl}_{(s)}$  en un volumen de 14 [L]. Determine:

a) La concentración de cada componente en el equilibrio, si  $K_c = 700$ .

Hacia dónde se desplaza el equilibrio si:

b) Se sustrae un poco de  $\text{NH}_{3(g)}$ .

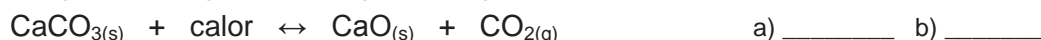
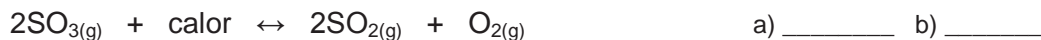
c) Se comprime el sistema.

d) Se calienta el sistema.

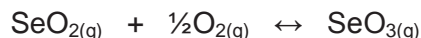
4. Para cada una de las reacciones siguientes, indique si el equilibrio se desplaza hacia los reactivos, hacia los productos o si no se desplaza, cuando:

a) Aumenta la presión total.

b) Disminuye la temperatura.



5. Una mezcla de 0.71 [mol] de  $\text{O}_2$  y 1.2 [mol] de  $\text{SeO}_2$  se coloca en un recipiente de 2.35 [L] de capacidad. Posteriormente, se sella el recipiente y se calienta a 545 [K], llevándose a cabo la siguiente reacción:

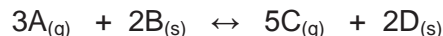


Cuando la reacción alcanza el equilibrio, la presión parcial del oxígeno es 8.25 [atm]. Determine:

a) ¿Cuál es la presión total en el equilibrio?

b) ¿Cuál es el valor de la constante  $K_p$  en el equilibrio?

6. Se tienen en el equilibrio 0.5 [mol] de A; 0.18 [mol] de B; 0.2 [mol] de C y 0.3 [mol] de D en un recipiente cerrado de 300 [mL] a 25 [°C].



a) Calcule  $K_c$ .

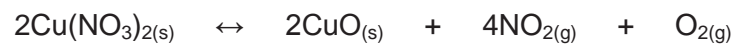
b) Calcule  $K_p$ .

c) Indique hacia dónde se desplaza el equilibrio si:

i) Se aumenta la presión.

ii) Se extrae del recipiente cierta cantidad de  $\text{C}_{(g)}$ .

7. En el equilibrio siguiente, la presión total del sistema es de 5.5 [atm] a 250 [°C]:



Calcule:

a)  $K_p$ .

b) La presión parcial de cada gas en el equilibrio.

Indique hacia dónde se desplaza el equilibrio si:

c) Se sustraen los gases.

d) Se aumenta la presión.

e) Se aumenta la temperatura. Considere que la reacción es endotérmica.

# Electroquímica

## Considerandos

Para resolver los ejercicios relacionados con electroquímica, se debe considerar:

- I. Que en una celda voltaica (celda galvánica o pila), se produce electricidad a partir de una reacción de óxido-reducción espontánea.
- II. Que una celda voltaica está constituida por dos semiceldas, una de oxidación y otra de reducción.
- III. Que en una celda voltaica la oxidación se lleva a cabo en el ánodo y la reducción en el cátodo.
- IV. Que una sustancia se oxida si su número de oxidación aumenta. Esto sucede si la sustancia pierde electrones.
- V. Que una sustancia se reduce si su número de oxidación disminuye. Esto sucede si la sustancia gana electrones.
- VI. Que en la literatura se pueden encontrar tablas con los potenciales de reducción de diferentes sustancias a condiciones estándar (1 [M], 1 [atm] y 25 [°C]).
- VII. Que al invertir una reacción de reducción, se convierte en una reacción de oxidación y viceversa; en tal caso, cambia el signo de su correspondiente potencial.
- VIII. Que cuando una reacción de oxidación o de reducción se multiplica por un escalar, su correspondiente potencial no se altera.
- IX. Que el potencial de una celda voltaica o fuerza electromotriz, es siempre positivo y se obtiene sumando el potencial de oxidación y el potencial de reducción.
- X. Que cuando se tienen dos reacciones de reducción y se desea obtener una celda voltaica, se debe invertir aquella reacción que tenga el menor potencial de reducción, para que se convierta en una reacción de oxidación.
- XI. Que la reacción iónica total de una celda voltaica, se obtiene sumando la reacción de oxidación con la reacción de reducción, de tal forma que se cancelen los electrones involucrados; es decir, en la reacción iónica total no se deben tener electrones.
- XII. Que en el diagrama de una celda voltaica, primero se escribe la oxidación y posteriormente la reducción, separadas por el puente salino.
- XIII. Que en una celda electrolítica, se requiere de electricidad para llevar a cabo una reacción de óxido-reducción no espontánea.
- XIV. Que en una celda electrolítica la oxidación se lleva a cabo en el ánodo y la reducción en el cátodo.
- XV. Que  $96\,500\text{ [C]}$  es la carga eléctrica de  $1\text{ [mol]}$  de electrones.
- XVI. Que para determinar la carga eléctrica  $Q$  involucrada en un proceso electrolítico, se multiplica la intensidad de corriente  $I$  que circula en el sistema, por el tiempo  $t$  que dura el proceso.

### Esquema 3 (Electrólisis)

$$\underbrace{I [A] \cdot t [s]}_{\substack{Q [A \cdot s] \\ Q [C]}} \underbrace{\left( \frac{1 [mol] e^-}{96\,484 [A \cdot s]} \right)}_{\substack{\text{Constante} \\ \text{de Faraday}}} \underbrace{\left( \frac{X [mol] M}{Y [mol] e^-} \right)}_{\substack{\text{Relación molar}}} \underbrace{\left( \frac{Z [g] M}{1 [mol] M} \right)}_{\substack{\text{Masa molar}}} \underbrace{\left( \frac{1 [mL] M}{W [g] M} \right)}_{\substack{\text{Densidad}}} = [mL] M$$

***I*** = Intensidad de la corriente que circula por la celda electrolítica

***t*** = Tiempo que dura el proceso

**Q** = Carga eléctrica involucrada en el proceso

***M*** = Compuesto de interés

***X*** = Coeficiente del compuesto ***M*** en la reacción iónica balanceada

***Y*** = Coeficiente de los electrones en la reacción iónica balanceada

***Z*** = Masa en gramos de una mol del compuesto ***M***

***W*** = Masa en gramos de un mililitro del compuesto ***M***

Tomando como base los **Considerandos** y el **Esquema 3**, se plantea a continuación la resolución de diversos ejercicios.

**1. Determine el potencial de una celda voltaica constituida por las semiceldas  $\text{Al}/\text{Al}^{3+}$  y  $\text{Pb}/\text{Pb}^{2+}$  y determine también:**

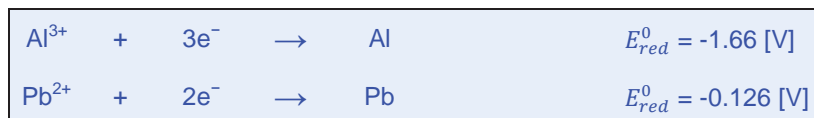
- Qué reacción se lleva a cabo en cada electrodo.
- Cuál es la reacción iónica total.
- Cuál es el diagrama de la celda.

**Resolución:**

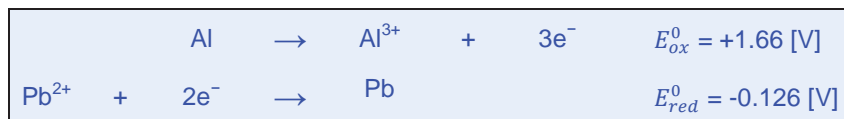
- En este ejercicio, se determinan primero los números de oxidación de las especies de cada semicelda, quedando lo siguiente:

Número de oxidación:	0	+3	0	+2
Especie:	Al	$\text{Al}^{3+}$	Pb	$\text{Pb}^{2+}$

- Considerando **V** y **VI**, se escriben las reacciones de reducción y se buscan en tablas sus correspondientes potenciales, quedando las reacciones siguientes:



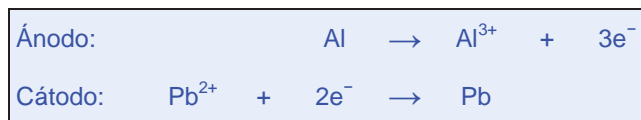
- Considerando **X**, se invierte la primera reacción, quedando:



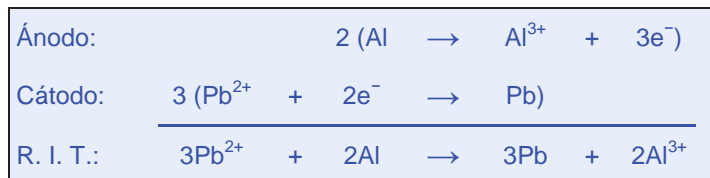
- Considerando **IX**, se obtiene el potencial de la celda, obteniéndose:

$$E_{\text{celda}}^0 = E_{\text{ox}}^0 + E_{\text{red}}^0 \Rightarrow E_{\text{celda}}^0 = 1.534 \text{ [V]}$$

- Considerando **III** y **IV**, se determina qué reacción se lleva a cabo en cada electrodo, como se muestra a continuación:



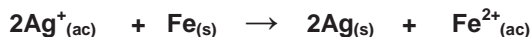
- Considerando **IX**, se obtiene la reacción iónica total, como se muestra a continuación:



- Considerando **XII**, se obtiene el diagrama de la celda, como se muestra a continuación:



2. De acuerdo a la reacción siguiente:



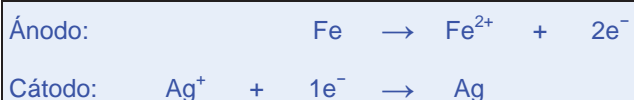
- Proponga las reacciones del ánodo y del cátodo.
- Calcule la fuerza electromotriz de la celda a 25 [°C] y 1 [atm].
- Proponga el diagrama de la celda.

**Resolución:**

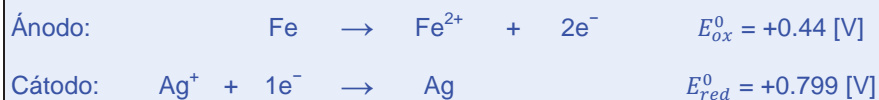
- En este ejercicio, se determinan primero los números de oxidación de las especies involucradas en la reacción, quedando lo siguiente:



- Considerando **IV** y **V**, el hierro se oxida y la plata se reduce; por lo tanto, considerando **III**, se escriben las reacciones que ocurren en cada electrodo, quedando:



- Considerando **VI**, se buscan en tablas sus correspondientes potenciales, teniendo en cuenta que la reacción de oxidación se debe invertir y buscar como reducción para cambiarle el signo, quedando:



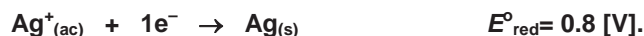
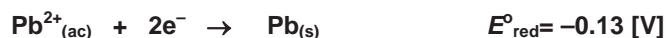
- Considerando **IX**, se obtiene el potencial de la celda, obteniéndose:

$$E_{celda}^0 = E_{ox}^0 + E_{red}^0 \Rightarrow E_{celda}^0 = 1.239 \text{ [V]}$$

- Considerando **XII**, se obtiene el diagrama de la celda, como se muestra a continuación:

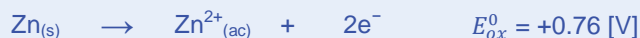


3. Con los pares óxido–reducción siguientes, arme la pila que producirá mayor cantidad de energía eléctrica y calcule su Fem en condiciones estándar.



**Resolución:**

- En este ejercicio, como ya se conocen las reacciones de reducción y sus potenciales, se considera **II**, **IX** y **X**, para invertir la primera reacción de tal forma que se convierta en una oxidación y se deja como reacción de reducción a la tercera reacción, ya que es la que presenta un mayor potencial de reducción, quedando las reacciones siguientes:







- Sumando los potenciales de oxidación y de reducción, se obtiene el potencial de la celda:

$$E_{\text{celda}}^0 = E_{\text{ox}}^0 + E_{\text{red}}^0 \Rightarrow E_{\text{celda}}^0 = 1.56 \text{ [V]}$$

**4. Si se electroliza una disolución de  $\text{Fe}_2(\text{SO}_4)_3$  durante 7 [h] con 14.4 [A], ¿cuál será el volumen (en [mL]) de hierro metálico que se obtiene?**

**Resolución:**

- Para resolver este ejercicio, primero se determina el cambio de número de oxidación del elemento de interés; en este caso, el hierro en el  $\text{Fe}_2(\text{SO}_4)_3$  presenta un número de oxidación de **+3** y en el hierro metálico presenta un número de oxidación de **0**; por lo tanto, se establece la reacción iónica para el hierro, como se muestra a continuación:



- Con los datos del enunciado y con base en el **Esquema 3**, se determinan los gramos de hierro producidos, como se muestra a continuación:

$$14.4 \text{ [A]} \cdot 25\,200 \text{ [s]} \left( \frac{1 \text{ [mol]} \text{e}^-}{96\,500 \text{ [A} \cdot \text{s}]} \right) \left( \frac{1 \text{ [mol]} \text{Fe}}{3 \text{ [mol]} \text{e}^-} \right) \left( \frac{55.847 \text{ [g]} \text{Fe}}{1 \text{ [mol]} \text{Fe}} \right) = 70 \text{ [g]} \text{Fe}$$

- Conociendo los gramos de hierro, se pueden obtener los mililitros si se emplea la densidad del hierro que se encuentra en la literatura, como se muestra a continuación:

$$70 \text{ [g]} \text{Fe} \left( \frac{1 \text{ [mL]} \text{Fe}}{7.86 \text{ [g]} \text{Fe}} \right) = 8.9058 \text{ [mL]} \text{Fe}$$

**5. Para obtener 7.14 [g] de cromo metálico, se electrolizó una disolución que contiene la sal  $\text{Cr}_m\text{Br}_n$ . Si el proceso duró 350 [min] con 1.893 [A], determine los posibles valores de **m** y **n****

**Resolución:**

- Para resolver este ejercicio, primero se determina el cambio de número de oxidación del elemento de interés; en este caso, el cromo en el  $\text{Cr}_m\text{Br}_n$  presenta un número de oxidación de **+n** y en el cromo metálico presenta un número de oxidación de **0**; por lo tanto, se establece la reacción iónica para el cromo, como se muestra a continuación:



- Con los datos del enunciado y con base en el **Esquema 3**, se establece la expresión siguiente:

$$1.893 \text{ [A]} \cdot 21\,000 \text{ [s]} \left( \frac{1 \text{ [mol]} \text{e}^-}{96\,500 \text{ [A} \cdot \text{s}]} \right) \left( \frac{1 \text{ [mol]} \text{Cr}}{n \text{ [mol]} \text{e}^-} \right) \left( \frac{51.996 \text{ [g]} \text{Cr}}{1 \text{ [mol]} \text{Cr}} \right) = 7.14 \text{ [g]} \text{Cr}$$

- De la expresión anterior se obtiene que **n = 3**; por lo tanto, si en la fórmula de la sal, **n** es el subíndice del Br, se tendrían 3 átomos de bromo, pero si el bromo tiene como números de oxidación -1, +1 y +5,

el único valor posible para **m** sería **1**; ya que de esta forma, los números de oxidación para el cromo y para el bromo serían +3 y -1, respectivamente.

**6. Para obtener aluminio de forma industrial, se electroliza el óxido de aluminio ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) disuelto en criolita fundida. Después de 7 [h] a 420 [A], se obtiene un lingote rectangular de aluminio cuya base es de 7 [cm] por 14 [cm]. Considere que el proceso tuvo una eficiencia del 93.88 [%] y determine la altura del lingote.**



#### Resolución:

- Para resolver este ejercicio, primero se determina el cambio de número de oxidación del elemento de interés; en este caso, el aluminio en el  $\text{Al}_2\text{O}_3$  presenta un número de oxidación de **+3** y en el aluminio metálico presenta un número de oxidación de **0**; por lo tanto, se establece la reacción iónica para el aluminio, como se muestra a continuación:



- Con los datos del enunciado y con base en el **Esquema 3**, se determinan los gramos de aluminio producidos para un 100 % de eficiencia (rendimiento), como se muestra a continuación:

$$420 [\text{A}] \cdot 25\,200 [\text{s}] \left( \frac{1 [\text{mol}] \text{e}^-}{96\,500 [\text{A} \cdot \text{s}]} \right) \left( \frac{1 [\text{mol}] \text{Al}}{3 [\text{mol}] \text{e}^-} \right) \left( \frac{26.9815 [\text{g}] \text{Al}}{1 [\text{mol}] \text{Al}} \right) = 986.4324 [\text{g}] \text{Al}$$

- Tomando en cuenta que la reacción tuvo un 93.88 % de eficiencia y que la densidad del aluminio se encuentra en la literatura, se puede determinar el volumen de aluminio obtenido, como se muestra a continuación:

$$986.4324 [\text{g}] \text{Al} \left( \frac{93.88}{100} \right) \left( \frac{1 [\text{cm}^3] \text{Al}}{2.7 [\text{g}] \text{Al}} \right) = 324.9861 [\text{cm}^3] \text{Al}$$

- Conociendo el volumen de aluminio, se puede obtener la altura del lingote, ya que se conocen las dimensiones de su base, como se muestra a continuación:

$$\text{Volumen} = \text{Base} \times \text{Altura}$$

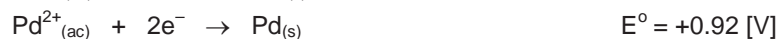
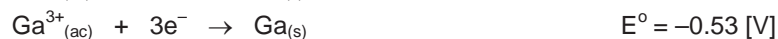
$$\text{Base} = 7 [\text{cm}] \times 14 [\text{cm}] = 98 [\text{cm}^2]$$

$$\text{Altura} = \frac{\text{Volumen}}{\text{Base}} \Rightarrow \text{Altura} = \frac{324.9861 [\text{cm}^3]}{98 [\text{cm}^2]}$$

$$\text{Altura} = 3.5 [\text{cm}]$$

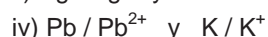
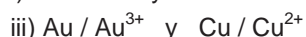
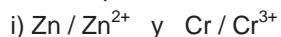
#### Ejercicios propuestos sobre electroquímica

- Dados los potenciales estándar de reducción para las semirreacciones:



Escriba las ecuaciones iónicas netas para todas las combinaciones espontáneas y calcule  $E^\circ$  para cada una.

2. Con los pares oxido–reducción siguientes:



Elija el par que constituye a la pila que generará el mayor voltaje en condiciones estándar y:

- Escriba la reacción que ocurrirá en cada electrodo, además de la reacción global.
- Calcule el potencial de la pila.
- Escriba el diagrama de la pila.

3. El diagrama de una pila en condiciones de estado estándar es:



Escriba las semirreacciones que se efectúan en cada electrodo y calcule la fuerza electromotriz de la pila.

4. En un proceso de electrólisis se obtiene oro metálico a partir de  $\text{HAuCl}_4$ . Determine la carga eléctrica (en [C]) que se requiere para obtener 7.14 [mol] de oro.

5. Para obtener 70 [g] de hierro metálico, se electroliza una disolución que contiene iones  $\text{Fe}^{X+}$ . Si el proceso duró 7.0 [h] con 14.4 [A], determine el valor de X.

6. Una esfera de hierro, de 7 [cm] de radio, se platea en un proceso electrolítico en el cual se emplea una disolución de  $\text{AgNO}_3$  0.1[M] y un electrodo de plata. Si el proceso duró 70 [min] con una intensidad de corriente de 7 [A], determine:

- ¿Quién constituye el ánodo y quién el cátodo?.
- La reacción iónica para la producción de la plata metálica.
- El grosor (en [mm]) de la capa de plata depositada.

7. En la electrólisis del cloruro de magnesio fundido ( $\text{MgCl}_2$ ), se depositan en un electrodo 5 [g] de magnesio metálico. ¿Qué volumen de cloro gaseoso a 78 [kPa] y 25 [°C] resultan?

## Apéndice

### “BALANCEO POR INSPECCIÓN (TANTEO)”

Para realizar cualquier cálculo estequiométrico, es necesario que la reacción química se encuentre balanceada; por ello, se pueden emplear diferentes metodologías como el método algebraico, el método del cambio de número de oxidación y el método del ion-electrón (en medio ácido o básico); sin embargo, cuando la reacción es relativamente sencilla, se puede intentar el balanceo por inspección, el cual no es estrictamente una metodología, ya que el procedimiento a emplear, depende del tipo de reacción y de la complejidad de la misma e inclusive en algunos casos se hace uso de la mera intuición para empezar a asignar los coeficientes estequiométricos adecuados. A continuación, se describen algunos consejos para balancear por inspección algunas reacciones químicas características.

#### Caso A

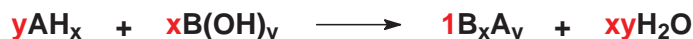
Cuando un ácido y una base de Arrhenius reaccionan para producir una sal y agua, como se muestra a continuación:



donde, **A** es el anión del ácido, **B** es el catión de la base, **x** es la cantidad de **H** sustituibles y **y** es la cantidad de **OH** sustituibles; el procedimiento para balancear dicha reacción es sencillo:

- A la sal se le asigna el coeficiente **1**.
- Al ácido el coeficiente **y**.
- A la base el coeficiente **x**.
- Al agua el coeficiente **xy**.

quedando:



*Ejemplo:*

Para balancear la reacción siguiente:



- A la sal,  $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ , se le asigna el coeficiente **1**.
- Al ácido,  $\text{H}_3\text{PO}_4$ , el coeficiente **2**, porque la base tienen dos OH sustituibles.
- A la base,  $\text{Ca(OH)}_2$ , el coeficiente **3**, porque el ácido tiene tres H sustituibles.
- Al agua el coeficiente **6** porque es el producto (2·3).



#### Caso B

Si en una reacción ácido-base, además de sal y agua se producen otros compuestos, de manera semejante al caso anterior, se le asigna el coeficiente 1 a la sal y con base en ello se establecen los coeficientes de los reactivos; por ejemplo, para la reacción siguiente:



- A la sal,  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ , se le asigna el coeficiente **1**.

- A la base el coeficiente **2**, porque en la sal se tienen 2 átomos de sodio.
- Al ácido el coeficiente **1**, porque en la sal se tiene solo un ion sulfato.
- Al agua el coeficiente **2** porque es el producto (2·1), quedando:

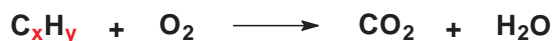


- Finalmente, como se observa, del lado de los reactivos existen dos átomos de carbono; por lo tanto, el dióxido de carbono debe tener un coeficiente **2**.



### Caso C

Otro tipo de reacciones fáciles de balancear por inspección, son las reacciones de combustión de hidrocarburos, ya que los productos son únicamente dióxido de carbono y agua, como se muestra a continuación:



donde, **x** es la cantidad de átomos de carbono y **y** es la cantidad de átomos de hidrógeno que posee el hidrocarburo; para balancear tales reacciones:

- Al hidrocarburo se le asigna el coeficiente **2**.
- Al oxígeno el coeficiente **2x+y**.
- Al dióxido de carbono el coeficiente **2x**.
- Al agua el coeficiente **y**.



- Si es necesario se simplifican los coeficientes para que sean los enteros más pequeños.

*Ejemplo:*

Para balancear la reacción siguiente:



- Al hidrocarburo se le asigna el coeficiente **2**.
- Al oxígeno el coeficiente **2x+y = 22**.
- Al dióxido de carbono el coeficiente **2x = 10**.
- Al agua el coeficiente **y = 12**.



- Los coeficientes se pueden simplificar dividiéndolos entre 2, para que sean los enteros más pequeños, quedando:



### Caso D

En algunas reacciones químicas que no presentan cargas formales, ciertos átomos aparecen únicamente en un reactivo y en un producto; tal situación, se aprovecha como sigue:

- Se balancean los átomos que están únicamente en un reactivo y en un producto.
- Se balancea el resto de los átomos empleando, si es necesario, coeficientes fraccionarios.
- Se eliminan los coeficientes fraccionarios multiplicando toda la reacción por el factor adecuado.

*Ejemplo:*

En la reacción siguiente el hidrógeno solo se encuentra en uno de los reactivos (NaOH) y en uno de los productos (H<sub>2</sub>O):



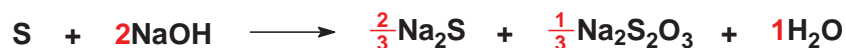
- Por ello, se inicia el balanceo asignando un coeficiente **2** al NaOH y **1** al H<sub>2</sub>, para igualar la cantidad de hidrógenos en ambos lados de la reacción.



- Como solo uno de los compuestos sin coeficiente asignado contiene oxígeno, se balancean dichos átomos; para ello, se le asigna un coeficiente  $\frac{1}{3}$  al Na<sub>2</sub>S<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.



- Ahora, como solo uno de los compuestos sin coeficiente asignado contiene sodio, se balancean dichos átomos; para ello, se le asigna un coeficiente  $\frac{2}{3}$  al Na<sub>2</sub>S.



- Posteriormente, se balancean los átomos de azufre; para ello, se le asigna un coeficiente  $\frac{4}{3}$  al S.



- Finalmente, se multiplica toda la reacción por 3 para eliminar los coeficientes fraccionarios, quedando:



Existen muchas reacciones químicas que se pueden balancear por tanteo, sin embargo, la forma de hacerlo, depende de los reactivos y productos involucrados para cada caso; por lo cual, resultaría poco práctico describir cada uno. Para un curso básico de Química, los procedimientos descritos en este artículo resultan más que suficientes para abarcar una gran cantidad de reacciones.

## Soluciones de los ejercicios propuestos

### Experimento de J. J. Thomson

1.  $a_c = 1.0581 \times 10^{19} \text{ [m} \cdot \text{s}^{-2}]$
2. a)  $E_c = 31.85 \times 10^{-18} \text{ [J]}$ , b)  $V = 198.7891 \text{ [V]}$
3.  $m \cdot v \cdot r = 9.2991 \times 10^{-23} \text{ [J} \cdot \text{s]}$
4.  $r = 9.4 \text{ [cm]}$
5.  $m = 9.1144 \times 10^{-31} \text{ [kg]}$
6.  $q/m = 1.77 \times 10^{11} \text{ [C} \cdot \text{kg}^{-1}]$
7.  $B = 9.0401 \times 10^{-4} \text{ [T]}$ .

### Experimento de R. A. Millikan

1.  $V = 350 \text{ [V]}$
2. La gota sigue cayendo con una velocidad,  $v = 3.2438 \times 10^{-5} \text{ [m} \cdot \text{s}^{-1}]$
3.  $r = 1.4739 \times 10^{-6} \text{ [m]}$
4. Gota con  $7e^-$   $v_c = 175.0747 \times 10^{-6} \text{ [m} \cdot \text{s}^{-1}]$ ; gota con  $28e^-$   $v_a = 350.1718 \times 10^{-6} \text{ [m} \cdot \text{s}^{-1}]$
5.  $F_g = 157.0156 \times 10^{-15} \text{ [N]}$
6.  $e = 1.6409 \times 10^{-19} \text{ [C]}$
7.  $Q = 3e^-$ .

### Teoría Cuántica de Planck

1. 42000 [fotones]
2. Luz ultravioleta
3.  $5.5486 \times 10^{23}$  [fotones]
4.  $\lambda = 241.6651 \text{ [nm]}$
5. a) # de fotones =  $20.2682 \times 10^{27}$  [fotones], b)  $t = 71.8186 \text{ [s]}$
6.  $\Delta E = 110391.9519 \text{ [J]}$
7. La llama es de color azul.

### Efecto Fotoeléctrico

1.  $\tau = 5.2758 \times 10^{-16} \text{ [s]}$
2.  $v = 1.9224 \times 10^6 \text{ [m} \cdot \text{s}^{-1}]$
3.  $f_o = 1.2 \times 10^{15} \text{ [Hz]}$
4. a)  $h = 6.7975 \times 10^{-34} \text{ [J} \cdot \text{s]}$ , b)  $f_o = 4.6338 \times 10^{14} \text{ [Hz]}$
5.  $h = 5.9682 \times 10^{-34} \text{ [J} \cdot \text{s]}$ ,  $W_o = 2.4722 \times 10^{-19} \text{ [J]}$
6.  $v = 1.0586 \times 10^6 \text{ [m} \cdot \text{s}^{-1}]$
7.  $573.4836 \times 10^{12}$  [electrones]

### Teoría Atómica de Bohr, Teoría de De Broglie y Series de Emisión

1.  $\lambda_e = 332.26 \times 10^{-12} \text{ [m]}$
2.  $O^{7+}$
3.  $v = 12.5052 \times 10^5 \text{ [m} \cdot \text{s}^{-1}]$
4.  $\lambda_e = 1.42 \times 10^{-10} \text{ [m]}$
5. Órbita 7
6. a)  $Z = 7$ ; b)  $n = 7$
7. Escandio.

### Números Cuánticos

1. a) Tecnecio; b) 2  $e^-$  con  $m = -2$

2. a) Osmio; b) 16 electrones
3. a) 14 electrones; b) 14 electrones; c) 8 electrones, d) 10 electrones
4. a) Son isoelectrónicos:  $\text{Nb}^{2+}$ ,  $\text{Rh}^{2+}$  y  $\text{Ag}^{4+}$ ; b)  $9 e^-$  con  $m = -1$
5. a) 18 electrones; b) 18 electrones; c) 8 electrones; d) 4 electrones; e) 1 electrón
6. a) Si,  $\text{Al}^-$ ; b)  $\text{P}^{3-}$ ; c)  $\text{S}^+$
7. b) 8; c) 9; d) 9; e) 6.

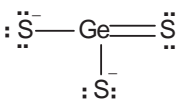
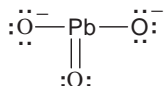
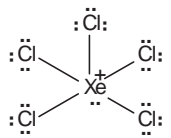
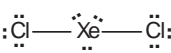
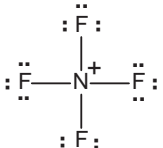
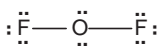
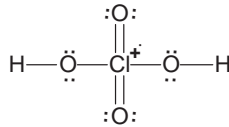
### Isótopos. Experimento de Moseley

1. 24.7125 [uma]
2.  $A = 92.1684 \%$ ;  $B = 4.7416 \%$
3.  $M_A = 85.5566$  [uma]
4. 862.1364 [g]
5. Ni, Cr y Mo
6. R = aluminio y Q = silicio
7.  $f = 1.4654 \times 10^{19} [\text{s}^{-1}]$ .

### Enlaces Químicos

1. a) Covalente polar, iónico y covalente puro respectivamente; b) NaCl
2.  $\text{OF}^- < \text{OF} < \text{OF}^+$
3. a) paramagnético; b) diamagnética
4. a) X = boro, Y = flúor, Z = nitrógeno; b)  $\text{YO}^+ < \text{ZO}^- < \text{XO}^{3-}$
5. a)  $\text{NF}^-$ ,  $\text{CO}^{3-}$ ,  $\text{NO}^{2-}$ ; b)  $\text{NF}^- < \text{NO}^{2-} < \text{CO}^{3-}$
6.  $\text{OF}^{3+} < \text{NO}^+ < \text{CO} < \text{CN}^-$
7. b)  $\text{O}_2$ ,  $\text{FN} < \text{NO} < \text{CN} < \text{CO}$ ; c)  $\text{CO}$ ; d)  $\text{O}_2$ ,  $\text{FN}$ ,  $\text{NO}$ ,  $\text{CN}$ ; e)  $\text{O}_2$ ,  $\text{FN}$ .

### Estructuras de Lewis. Geometría Molecular. Hibridación

1. a)  ; b) Geometría plana trigonal, c) Hibridación  $\text{sp}^2$
2. El elemento es plomo, a)  ; b) Trigonal plana; c) Hibridación  $\text{sp}^2$
3. a)  ,  ; b) Piramidal cuadrada, Lineal; c)  $\text{sp}^3\text{d}^2$ ,  $\text{sp}^3\text{d}$
4. a) El ion  $\text{AlCl}_4^{1-}$  tiene geometría piramidal cuadrada e hibridación  $\text{sp}^3\text{d}^2$ , el ion  $\text{AlCl}_2^{1+}$  tiene geometría lineal e hibridación  $\text{sp}^3\text{d}$
5. a) X = O, Y = F, Z = N; b)  ,  ; c) tetraédrica, angular, d)  $\text{sp}^3$ ,  $\text{sp}^3$
6. a) X = cloro, Y = aluminio; b)  , hibridación  $\text{sp}^3\text{d}^2$
7.  $\text{C}^2$  : Trigonal plana ( $\text{sp}^2$ );  $\text{C}^3$  : Tetraédrica ( $\text{sp}^3$ ).



**Estequiometría. Fase Gaseosa. Unidades de Concentración.**

1. a) 2.3267 [mol]  $\text{HXeO}_4^-$ ; b) 0.1150 [mol]  $\text{XeO}_6^{4-}$
2. a) 0.382 [M]  $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ ; b) 9.4090 [%] m/V  $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$
3. a) 91.0 [%] de rendimiento; b)  $V_T = 61.8672$  [L]
4. 92.25 [%] de rendimiento
5. a) 74.9770 [%]; b) 26.5264 [g]  $\text{H}_3\text{PO}_4$ ; c) 0.2707 [mol]  $\text{Na}_3\text{PO}_4$
6. a) 82.87 [%]; b)  $291.1 \times 10^{21}$
7. a) 0.4783 [N]; b) 2.5044 [%] m/m.

**Termoquímica**

1. a) 79.86 %; b)  $Q = -876.453$  [kJ]
2.  $Q = 4\,513.8826$  [kJ]
3. a) 93.4347 % de rendimiento; b)  $Q = -181.4455$  [kJ]
4.  $Q = -399.3481$  [kJ]
5.  $Q = -7\,427.0909$  [kJ]
6.  $\Delta H^\circ_{f(\text{NH}_4\text{ClO}_4)} = 295.2308$  [kJ·mol<sup>-1</sup>]
7.  $Q = -3\,073.32$  [kJ].

**Equilibrio Químico**

1.  $[\text{NO}_{2(g)}] = 0.1024$  [M];  $[\text{N}_2\text{O}_{4(g)}] = 0.05877$  [M]
2.  $[\text{CO}_{(g)}] = 10.8061 \times 10^{-3}$  [M];  $[\text{Cl}_{2(g)}] = 4 \times 10^{-7}$  [M]
3. a)  $35.3786 \times 10^{-3}$  [M]  $\text{NH}_3$ ,  $40.3786 \times 10^{-3}$  [M]  $\text{HCl}$ ; b) Hacia la izquierda; c) Hacia la derecha; d) Hacia la izquierda.
4. 1ª reacción: a) reactivos; b) reactivos.  
2ª reacción: a) no se desplaza; b) productos.  
3ª reacción: a) productos; b) productos.  
4ª reacción: a) no se desplaza; b) productos.  
5ª reacción: a) reactivos; b) reactivos.
5. a)  $P_T = 31.0842$  [atm]; b)  $K_p = 297.4599 \times 10^{-3}$
6. a)  $K_C = 0.02844$ ; b)  $K_P = 16.9991$ , i) Hacia los reactivos, ii) hacia los productos.
7. a)  $K_p = 412.29056$ ; b)  $P_{\text{O}_2} = 1.1$  [atm],  $P_{\text{NO}_2} = 4.4$  [atm]; c) hacia los productos; d) hacia los reactivos; e) hacia los productos.

**Electroquímica**

1.  $2\text{Ga} + 3\text{Cu}^{2+} \rightarrow 2\text{Ga}^{3+} + 3\text{Cu}$   $E^\circ = 0.87$  [V]  
 $\text{Cu} + \text{Pd}^{2+} \rightarrow \text{Cu}^{2+} + \text{Pd}$   $E^\circ = 0.58$  [V]  
 $2\text{Ga} + 3\text{Pd}^{2+} \rightarrow 2\text{Ga}^{3+} + 3\text{Pd}$   $E^\circ = 1.45$  [V]
2. a) Cátodo:  $\text{Pb}^{2+} + 2e^- \rightarrow \text{Pb}$   
 Anodo:  $2\text{K} \rightarrow 2\text{K}^+ + 2e^-$   
 Reacción global:  $\text{Pb}^{2+} + 2\text{K} \rightarrow \text{Pb} + 2\text{K}^+$ ;  
 b)  $E_{\text{em}} = +2.8$  [V]  
 c)  $K_{(s)} | K^+_{(1\text{ [M]})} || \text{Pb}^{2+}_{(1\text{ [M]})} | \text{Pb}_{(s)}$
3. Cátodo:  $\text{Pb}_{(\text{ac})}^{2+} + 2e^- \rightarrow \text{Pb}_{(s)}$   
 Anodo:  $\text{Cr}_{(s)} \rightarrow \text{Cr}_{(\text{ac})}^{3+} + 3e^-$   
 $E_{\text{em}} = 0.61$  [V]
4.  $Q = 2.067 \times 10^6$  [C]
5.  $X = 3$
6. a) El ánodo es el electrodo de plata y el cátodo es la esfera de hierro; b)  $\text{Ag}^+ + e^- \rightarrow \text{Ag}$ , c) Grosor: 0.5 [mm]
7. 6.5374 [L]  $\text{Cl}_2$ .

## Bibliografía

- Brady, James E. *Química Básica. Principios y Estructura*, 2ª edición; Limusa Wiley: México, 2001.
- Brown, Theodore L.; LeMay, H. Eugene, Jr.; Bursten, Bruce E. *Química. La Ciencia Central*, 11ª edición; Pearson Prentice-Hall: México, 2009.
- Chang, Raymond *Química*, 9ª edición; McGraw-Hill: México, 2007.
- Cruz-Garritz, Diana; Chamizo, José A.; Garritz, Andoni *Estructura Atómica. Un Enfoque Químico*, 1ª edición; Addison-Wesley Iberoamericana: USA, 1991.
- Garritz R., Andoni; Gasque S., Laura; Martínez V., Ana *Química Universitaria*, 1ª edición; Pearson Prentice-Hall: México, 2005.
- Hein, Morris; Arena, Susan *Fundamentos de Química*, 10ª edición; Thomson Learning; México, 2001.
- Hill, John W.; Kolb, Doris K. *Química para el Nuevo Milenio*, 8ª edición; Pearson Prentice-Hall: México, 1999.
- Keenan, Charles W.; Kleinfelter, Donald C.; Wood, Jesse H. *Química General Universitaria*, 3ª edición; CECSA: México, 1994.
- Kotz, John C.; Treichel, Paul M. *Química y Reactividad Química*, 5ª edición; Thomson: México, 2003.
- Moore, John W.; Stanitski, Conrad L.; Wood, James L.; Kotz, John C.; Joesten, Melvin D. *El Mundo de la Química. Conceptos y Aplicaciones*, 2ª edición; Pearson Educación: México, 2000.
- Mortimer, Charles E. *Química*, 5ª edición; Grupo Editorial Iberoamérica: México, 1983.
- Spencer, James N.; Bodner, George M.; Rickard, Lyman H. *Química. Estructura y Dinámica*, 1ª edición; CECSA: México 2000.
- Umland, Jean B.; Bellama, Jon M. *Química General*, 3ª edición; International Thomson Editores: México, 2000.