



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS  
MECÁNICA



**Análisis mecánico para la obtención de la aceleración de un objeto en movimiento**

INTEGRANTES:

Murrieta Villegas Alfonso

Reza Chavarría Sergio Gabriel

Valdespino Mendieta Joaquín

GRUPO: 8

CD. UNIVERSITARIA

## Índice

INTRODUCCIÓN .....	3
OBJETIVO .....	3
CONSIDERACIONES .....	3
1. Ángulo de grabación.....	3
2. Estabilización.....	4
3. Deformación del objetivo.....	4
DESARROLLO .....	4
I. Grabación.....	4
II. Tracker.....	5
III. Análisis en Excel (Movimiento general del carrito).....	6
III.2 Análisis en Excel (Movimiento inicial del carrito- aceleración).....	7
III.3 Análisis en Excel (Movimiento inicial del carrito- desaceleración).....	8
IIII. Apartados extras (Distancias y Tiempos) .....	9
Conclusiones .....	11
Bibliografía .....	11

# ANÁLISIS MECÁNICO PARA LA OBTENCIÓN DE LA ACELERACIÓN DE UN OBJETO EN MOVIMIENTO

## INTRODUCCIÓN

La presente práctica tiene la finalidad de hacer un análisis mecánico para obtener la aceleración de un carrito de juguete en movimiento a través del uso de uno de los softwares más conocidos dentro del análisis de fenómenos físicos conocido como Tracker.

## OBJETIVO

- a. Analizar y representar el movimiento del carrito para obtener la función de desplazamiento respecto al tiempo.
- b. Determinar la aceleración del carro en movimiento y hacer un análisis mecánico de este.

## MATERIALES

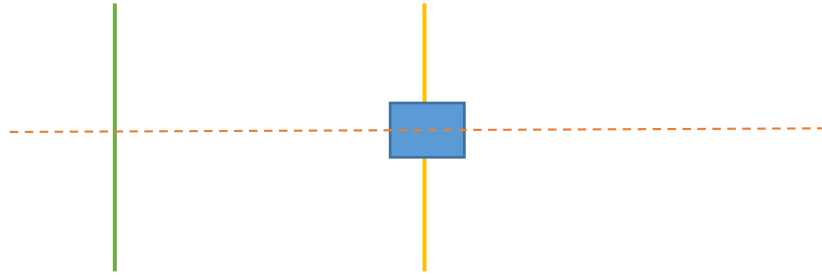
1. Carrito de juguete
2. Tripie marca Manfrotto
3. Cámara Sony Alfa 68
4. Objetivo Sony 50 mm 1.8/f
5. Nivel electrónico (Aplicación nativa de MIUI 7.1242)
6. Tracker versión 5.0.3

## CONSIDERACIONES

Con base a experimentos y análisis anteriores, para determinar la aceleración del carrito de manera más precisa se consideraron algunas variables que pudiesen afectar de manera indirecta en la determinación de la aceleración y del análisis mecánico, a continuación, se explicarán las variables y las maneras en que éstas se omitieron.

### 1. Ángulo de grabación

El ángulo de grabación del video realmente es importante debido a que en el caso de que se tengan planos que no sean paralelos lo que se producen es una mala proyección de las distancias (menos precisa) que estamos planteando con respecto al video grabado. Realmente es necesario obtener un plano totalmente paralelo al de la grabación porque de esta forma precisamos todo el desplazamiento del objeto, además de tener una mayor precisión en las tomas que se usarán para el pos-análisis en tracker (Ver esquema 1).



Esquema 1: De color verde el plano de desplazamiento del carrito, de color amarillo el plano de grabación (El cuadro azul es la representación de la cámara (Sony Alfa 68) y de color rojo (línea punteada) la línea de grabación de la cámara, justo a la mitad de ambos planos paralelos).

Para llevar a cabo este apartado fue necesario utilizar un nivel digital (Aplicación de celular) para de esa forma determinar el ángulo de grabación en  $0^\circ$ , además de que colocamos la cámara a la mitad del desplazamiento total del carrito.

## 2. Estabilización

Otro aspecto importante y que sobretodo puede beneficiar muchísimo en el análisis dentro de tracker es la estabilización de la grabación del video. El estabilizar el video otorga la ventaja de que no habrá movimientos innecesarios en el eje y durante de la grabación, además de que de esta forma lo único que se mueve es solamente el objeto.

## 3. Deformación del objetivo

Lo que sucede dentro de esta variable es que todas las lentes independientemente de que sean de un teléfono o una cámara tienen un ángulo de visión que indirectamente distorsionan el plano que se está grabando, para poder tener la menor deformación del plano que se iba a grabar se determinó utilizar un objetivo 50 mm 1.8f de Sony el cual tiene un ángulo de visión de  $32^\circ$ , pese todavía se caracteriza por ser un gran angular es mucho mejor que cualquier objetivo mayor a  $50^\circ$  ya que estos se caracterizan por deformar las líneas rectas<sup>1</sup>.

# DESARROLLO

Para una mejor descripción de lo que se realizó a lo largo de este proyecto, se decidió dividir en distintos apartados:

## I. Grabación

Con base a todas las variables mencionadas anteriormente, se prosiguió a grabar en un lugar donde no hubiera algún factor externo que pudiera afectar al experimento, por ello se decidió grabar al lado de la entrada de la Biblioteca del Anexo de Ingeniería. Posteriormente se colocó el tripeé y cámara para empezar a encuadrar donde se iba a dar el movimiento del carrito.

<sup>1</sup> Para mayor información de la deformación por parte de los objetivos puede buscar ejemplos como son las lentes ojo de pez o también las lentes grandes angular como un 16 mm o 24 mm .



Imagen 1: Plano donde se movió todo el carrito, del lado izquierdo el carrito antes de soltarlo

## II. Tracker

Una vez que se tomaron 3 videos, se prosiguió a hacer los debidos análisis dentro del programa Tracker versión 5.0.3.

Para ello lo primero que se hizo fue recortar el video en los fotogramas donde empezaba y se detenía el movimiento del carrito, después, se estableció un sistema de referencia donde el (0,0) se encontraba en el momento inicial del movimiento del carrito. Además, se definió con mucha precisión las dimensiones del video a través de una vara de calibración donde se utilizó una regla que colocamos en la parte posterior al plano donde se movía el carrito (Ver imagen 2).

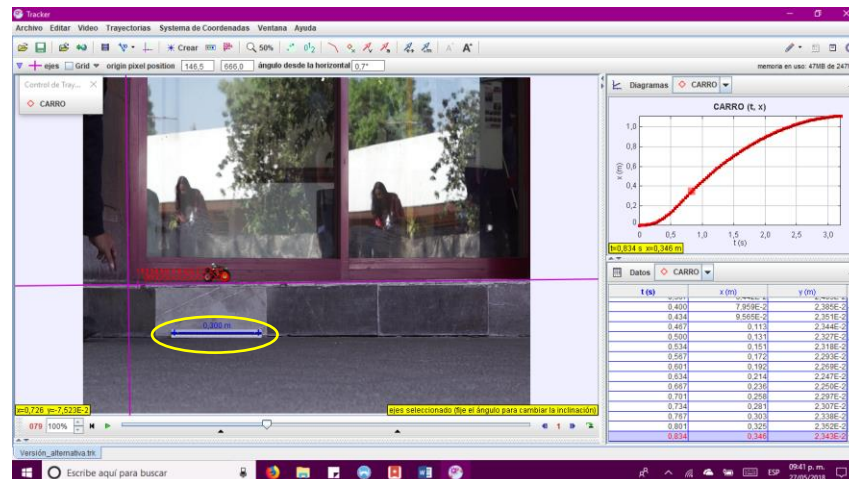


Imagen 2: Análisis del movimiento del carrito mediante Tracker, en el círculo amarillo se encuentra la regla que fue empleada para hacer la relación de distancias.

Posteriormente, se consideró una masa puntual a la región de la llanta de enfrente del carrito para de esta forma poder ejecutar el análisis de Tracker. Una vez obtenidos los datos de desplazamiento del carrito, se exportaron a un archivo de Excel donde se realizó todo el análisis pertinente.

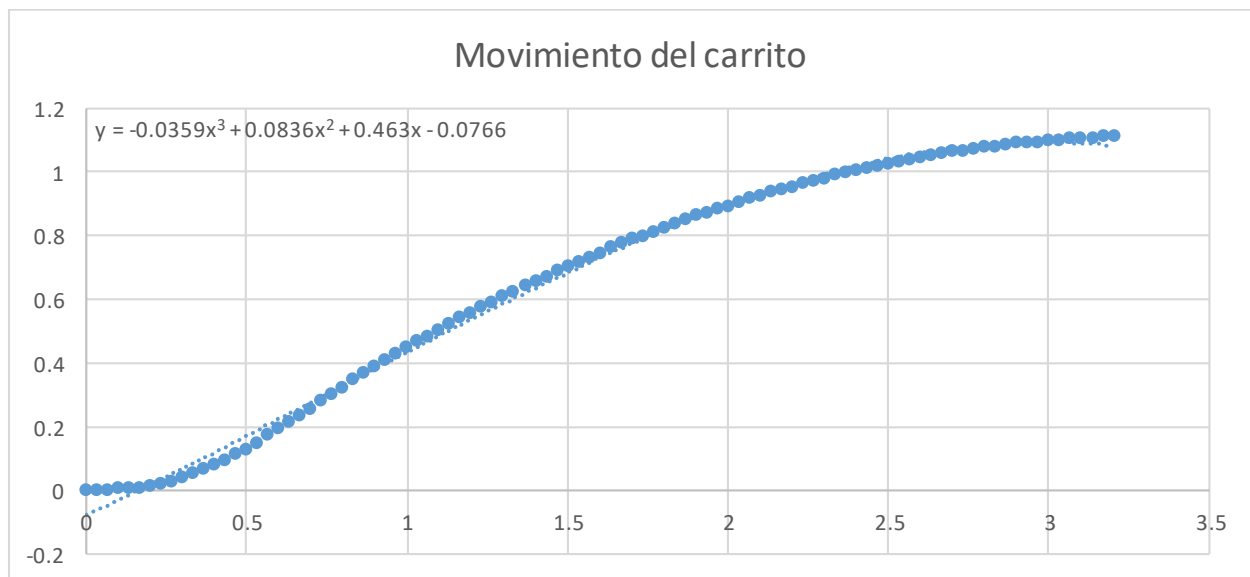
NOTA: Es importante mencionar y justificar que el eje de las X en tracker fue movido “0.7” esto debido a la ligera inclinación que tenía el piso donde se movía el carrito con respecto al plano de grabación de la cámara.

### III. Análisis en Excel (Movimiento general del carrito)

Una vez obtenidos los datos de Tracker se pasaron a un archivo en Excel para una mayor comodidad y manejo de estos. Pero antes, debido a una pequeña incompatibilidad en el formato de escritura español y latinoamericano (Tracker emplea coma en vez de punto), se tuvo que hacer una pequeña conversión a los datos para que de esta forma directamente se pudiera trabajar en metros para el desplazamiento y en segundo para el tiempo.

Una vez que se realizó el ajuste, se graficaron los datos (Ver gráfica 1) y se prosiguió a agregar una línea de tendencia que en este caso fue polinómica de tercer grado.

Justificación: Fue conveniente hacer un ajuste de este tipo debido a varias razones que serán mencionadas a lo largo de esta práctica, pero de manera general, este ajuste nos ofrecía la descomposición del movimiento del carrito de manera que el punto de inflexión de la función nos pudiera determinar donde se daba la velocidad máxima del movimiento del carrito que a su vez este estaba directamente relacionada con el punto donde el carrito dejaba de acelerar para empezar a desacelerarse.



Gráfica 1: Movimiento general del carrito

Dicho lo anterior, se prosiguió a hacer el ajuste de tercer grado para de esta forma obtener la función relacionada al movimiento general.

$$y = -0.0359x^3 + 0.0836x^2 + 0.463x - 0.0766$$

Posteriormente, se prosiguió a obtener el punto de inflexión de la función el cual se obtuvo a través de la segunda derivada de la función.

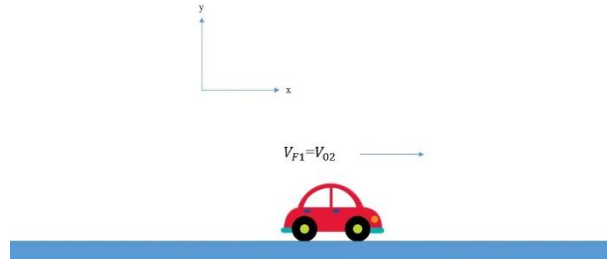
$$y' = -0.1077x^2 + 0.1672x + 0.463$$
$$y'' = -0.2154x + 0.1672$$

$$-0.2154x + 0.1672 = 0$$

$$-0.2154x = -0.1672$$

$$x = \frac{-0.1672}{-0.2154} = 0.7762[m]$$

El punto de inflexión de la función estaba en donde el carrito se había desplazado 0.7762 metros, lo cual significaba que una vez que el carrito había llegado a ese momento el movimiento que sufría había cambiado (Ver imagen 2).



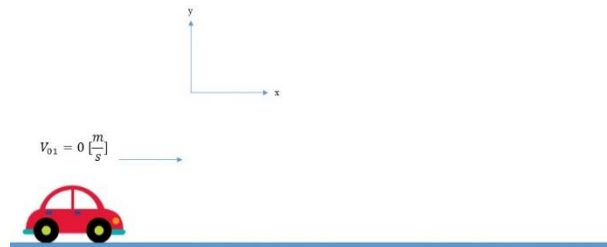
Esquema 2: Momento en el que alcanza su velocidad máxima y empieza a desacelerar

De esta forma, una vez que se obtuvo el punto de inflexión se planteó separar la función de movimiento en 2 partes, la primera parte la cual estaba directamente relacionada donde el carrito poco a poco incrementaba su velocidad y la segunda parte donde poco a poco iba perdiendo velocidad.

### III.2 Análisis en Excel (Movimiento inicial del carrito- aceleración)

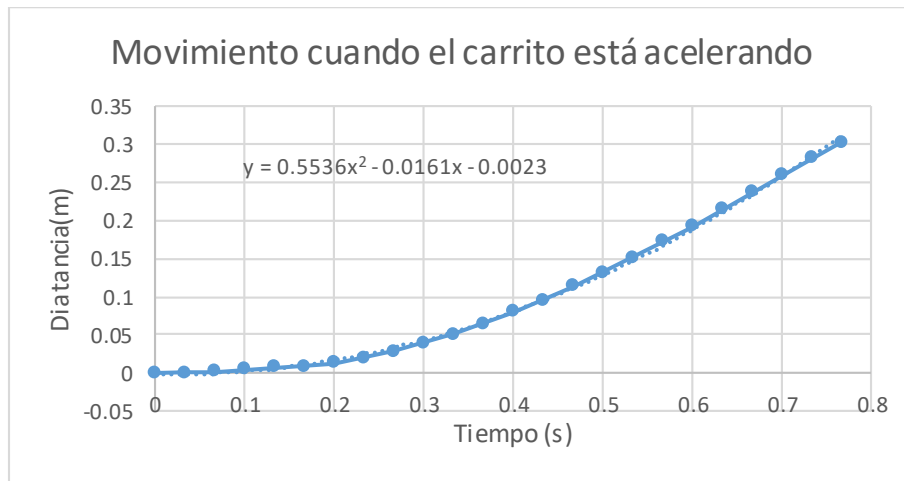
Una vez que se dividió la función en las 2 funciones asociadas a los fenómenos de aceleración y desaceleración, se hizo el debido análisis a cada una de las funciones, en este caso al ser el movimiento inicial, partimos de un desplazamiento 0 y una velocidad inicial 0.

Sin embargo, para poder hacer un análisis del movimiento del carrito, se decidió utilizar una línea de tendencia polinómica de segundo grado esto debido a varias razones, la primera porque desde el punto de vista matemático la descomposición de una función polinómica de grado 3 se puede dar en cierta forma en 2 funciones de grado 2 donde cada una tiene una concavidad diferente o dicho de otra forma en el coeficiente del término cuadrático el signo es contrario.



Esquema 3: Momento en el que empieza a acelerar el carrito

Por otra parte, y como segunda razón fue la facilidad de poder asociar el movimiento directamente a las ecuaciones de segundo grado del movimiento rectilíneo uniforme a las del movimiento del carrito.



Gráfica 2: Movimiento inicial del carrito

De esta forma, se pudo asociar una línea de tendencia de segundo grado, dándonos como resultado que la función inicial del movimiento del carrito era:

$$y = 0.5536x^2 - 0.0161x - 0.0023$$

A partir de esta función se pudo obtener algunos datos relevantes del movimiento del carrito como son:

La aceleración:  $a_1 = 1.1072 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$

A través del uso de la ecuación de movimiento:  $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

Además que a través de la derivada de la función es y cómo  $v_0 = 0$  [m] debido a que inicia del reposo, la velocidad final alcanzada en la primera parte es

$$v_{f1} = (1.1072)(0.76743333) = 0.8497 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

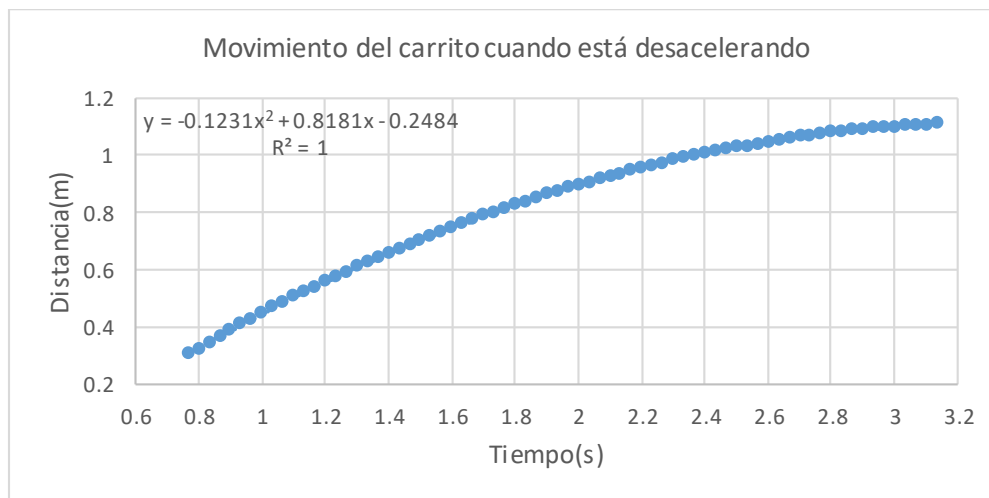
### III.3 Análisis en Excel (Movimiento inicial del carrito- desaceleración)

Como se mencionó en el apartado anterior, la función general del movimiento del carrito una vez que fue dividida en 2 partes, se le asoció un fenómeno físico a cada una.

En el caso de la segunda función se asoció cuando el carrito poco a poco empezó a desacelerar, al igual que en la función inicial se realizó un ajuste polinómico de segundo grado de esta forma se obtuvo la siguiente función:

$$y = -0.1231x^2 + 0.8181x - 0.2484$$





Gráfica 3: Movimiento final del carrito (Parte donde desacelera)

A partir de la función se pudo obtener algunos datos relevantes del movimiento del carrito como son:

Recordemos que la función de movimiento rectilíneo uniforme se da a través de la siguiente expresión:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

De esta forma, la aceleración de la segunda función con respecto a la fórmula es  $a_2 = -0.2462 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$

Algo que se debe destacar es que la velocidad final de la primera parte del experimento, en teoría debe ser igual a la velocidad inicial cuando empieza a desacelerar. Es de esta forma y a través de la descomposición de la fórmula del movimiento rectilíneo uniforme que se pudo llegar a encontrar la velocidad inicial de la segunda función:

$$v_{f1} = v_{02}$$

$$v_{02} = 0.8181 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

Sin embargo, podemos notar que hay una pequeña diferencia con respecto a la velocidad final de la primera función por ello fue necesario encontrar el porcentaje de error de nuestras tomas:

Porcentaje de error entre las 2 velocidades sacadas

$$D = \frac{|0.8181 - 0.8497|}{0.8181} * 100\% = 3.86\%$$

### III. Apartados extras (Distancias y Tiempos)

Con el dato de la velocidad se pudo determinar el tiempo transcurrido para que llegara a la velocidad máxima. Tomando en cuenta la primera parte del recorrido

Debido a que  $V_f = 0$ , a partir de la fórmula  $V_f = V_0 + at$  (derivada de la función cuadrática)

Y partiendo de:  $a = 1.1072 \text{ [m/s}^2\text{]}$  y  $V_f = .8497 \text{ [m/s]}$

Se obtiene que el tiempo es:

$$t = 0.7674 \text{ [s]}$$

El cual concuerda con el dato registrado por tracker, lo cual garantiza la fiabilidad de nuestros datos.

Por otro lado, en el caso de tomar como dato la  $V_0$  del segundo tramo como  $V_f$ , entonces se obtiene que el tiempo fue:

$$t = 0.7388 \text{ [s]}$$

$$\%D = \frac{|0.7388 - 0.7674|}{.7674} * 100\% = 3.76\%$$

En el segundo tramo tomando el dato de la velocidad dada por la ecuación ( $V_0 = 0.8181$ ), se calculó el tiempo que tarda en volver al reposo el carrito, debido a los datos registrados en la tabla de Excel hay una diferencia de tiempos en la desaceleración, entonces se puede considerar que el tiempo obtenido es el tiempo total del movimiento:

$$(t_2 + t_1) = -\frac{V_0}{a}$$
$$t(\text{total}) = -\frac{V_0}{a} = 3.32 \text{ [s]}$$

Según los datos de tracker el tiempo total del recorrido del móvil es de  $t = 3.2 \text{ [s]}$ , de esta forma obtenemos un error de:

$$\%D = \frac{|3.32 - 3.2|}{3.2} * 100\% = 3.75\%$$

Al tomar el primer dato obtenido del tiempo, también se determinó la posición en la que se encuentra el carrito cuando alcanza dicha velocidad máxima, Para ello se evaluó la función con el tiempo obtenido de los cálculos anteriores. En este caso el tiempo fue:

$$t = 0.7674 \text{ [s]}$$

Sustituyendo en la ecuación de movimiento:

$$x = (0.5536) (0.7674)^2 - (0.0161) (0.7674) - 0.0023 = 0.3113 \text{ [m]}$$

Y comparándolo con el valor teórico obtenido con tracker (0.3030[m]) obtuvimos que el porcentaje de error en la distancia o punto de inflexión fue de:

$$\%D = \frac{|0.3113 - 0.3030|}{0.3030} * 100 = 2.75\%$$

Posteriormente, proseguimos consideramos los valores previamente obtenidos para poder determinar la distancia total recorrida por el carrito:

$$x = (-0.1231)(3.32)^2 + (0.8181)(3.32) - 0.2484 = 1.1108 \text{ [m]}$$

De esta forma, y comparando con el valor obtenido con Tracker, obtuvimos el siguiente porcentaje de error en la distancia recorrida total:

$$\%D = \frac{|1.1128 - 1.1108|}{1.1128} * 100\% = 0.1797\%$$

## Conclusiones

A lo largo de este trabajo hemos aprendido que la llegada de la era digital nos proporcionó un sinnúmero de oportunidades y softwares que están destinados principalmente a la resolución de problemas o al análisis de fenómenos que sin estos sería realmente más complejo de resolver. Tracker es uno de los programas más conocidos de análisis de fenómenos físicos y para esta práctica se utilizó para obtener datos de tiempo contra distancia a lo largo del desplazamiento del carrito.

Con base a todo lo que hemos aprendido en cálculo y en mecánica pudimos en primera instancia interpretar los datos obtenidos de tracker para asociarlos a una función que nos permitió descomponer en los 2 fenómenos principales que afectaron el carrito que fueron la aceleración y la desaceleración y esto fue posible a través de la obtención del punto de inflexión de la función asociado a la velocidad máxima alcanzada por el carrito a lo largo de su desplazamiento. Posteriormente, una vez que obtuvimos tanto la función donde el carrito aceleraba y donde el carrito desaceleraba obtuvimos las aceleraciones y velocidades de ambos movimientos, cabe destacar que además y con fin de comprobar la veracidad de nuestros datos obtuvimos desplazamientos y tiempos de ambas funciones para de esta forma compararlos con los datos de tracker y así determinar nuestros porcentajes de error, los cuales realmente resultaron bastante pequeños.

Sin duda, este programa y muchos otros abren no solamente la posibilidad de optimizar y reducir tiempos al momento de realizar análisis físicos, sino que facilitan a su vez la comprensión de estos a los estudiantes, además el poder comprender el fenómeno físico facilita la asociación de este con respecto a la parte de cálculo y matemáticas.

## Bibliografía

- Frederick J. Bueche. Fundamentos de Física 1. México. McGraw Hill
- Paul E. Thippens. Física conceptos y aplicaciones, 7° edición. México, McGrawHill 2010.
- ESAD. Física. Práctica 1. Tracker tutorial Caída libre de balón. Recuperado el 25 de abril de 2018 a las 13:59 de <http://www.youtube.com/watch?v=xcvy0yUrPE>