

Marietta Villalobos Alfonso

A. PATERNO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO TIPO A

EXAMEN: SEGUNDO EXAMEN PARCIAL 25 DE MAYO DE 2018

PROFESOR: PEDRO RAMIREZ MANNY

MATERIA: CÁLCULO INTEGRAL GRUPO: 44 SEMESTRE: 2

INSTRUCCIONES:

1) No se permite el uso de algún dispositivo electrónico. Se anulará el examen.

2) La respuesta de cada pregunta se debe escribir con pluma. No se aceptan decimales en la solución.

3) Cada ejercicio debe tener una sola solución. El ejercicio que contenga dos soluciones tendrá cero puntos.

4) Cada ejercicio deberá presentar las características de los ejemplos y ejercicios resueltos en clase. De lo anterior, la puntuación que se pondrá a la solución de cada ejercicio, se basará en la forma en que este fundamentala dicha solución, el orden en que se presente la solución, el uso correcto de los conceptos y de la notación. Siendo este un examen escrito, solo dará puntos lo que esté escrito en las hojas blancas.

5) Todas las hojas blancas para examen se deben devolver.
6) No importa el orden en que se resuelvan los problemas, pero si en el desarrollo de una solución requiere escribir en otra página, favor de indicarlo.

A. MATERNO

NOMBRE(S)

Calcular la longitud de la curva dada por $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{12}\ln x^3$

en el intervalo $[1, 2]$.

5) Calcular el volumen del sólido que se genera al hacer girar alrededor del eje X , la región limitada por los ejes coordenados, la gráfica de

$$y = e^{\frac{x}{3}}$$

y la recta dada por $x - \ln 3 = 0$.

1) Efectuar $\int e^{2x} \operatorname{senh}(e^x) dx$.

$$\begin{aligned} & \int e^x \operatorname{senh}(e^x) dx \\ & u = e^x \\ & du = e^x dx \\ & u = e^x \\ & du = e^x dx \\ & \therefore = \int \operatorname{senh}(u) du = \cos(u) \end{aligned}$$

2) Efectuar $\int \frac{1 + \ln x}{x\sqrt{(\ln x)^2 + 4}} dx$.

| PUNTUACIÓN | |
|------------|-----|
| 1)20 | 20 |
| 2)20 | 20 |
| 3)20 | 25 |
| 4)20 | 23 |
| 5)20 | 25 |
| TOTAL | 100 |

MURRIETA VILLEGRAS

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO



EXAMEN: 2º Parcial

PROFESOR: Pedro Munny

MATERIA: Cálculo Integral

NOMBRE DEL ALUMNO: Murrieta Villegas Alfonso

$$\textcircled{1} \quad \int e^{2x} \operatorname{senh}(e^x) dx =$$

$$\int e^x e^x \operatorname{senh}(e^x) dx =$$

$$\begin{aligned} u &= e^x & \int dv = \int e^x \operatorname{senh}(e^x) dx \\ du &= e^x dx & u = e^x \\ du &= e^x dx & du = e^x dx \end{aligned}$$

$$\therefore \int \operatorname{senh}(u) du = \cosh(u)$$

$$\therefore \begin{cases} u = e^x \\ du = e^x dx \end{cases} \quad dv = e^x \operatorname{senh}(e^x) \quad v = \cosh(e^x)$$

$$\therefore = e^x \cosh(e^x) - \int \cosh(e^x)(e^x) dx$$

$$\begin{aligned} u &= e^x \\ du &= e^x dx \end{aligned} \quad \therefore - \int \cosh(u) du =$$

$$- \operatorname{senh}(e^x)$$

$$\therefore = e^x \cosh(e^x) - \operatorname{senh}(e^x) + C$$

$$\textcircled{3} \quad \int \frac{x^2}{(x-1)(x+2)} dx = \int \frac{x^2}{x^2+x-2} dx$$

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{x^2+x-2} \\ \frac{x^2-x}{x^2+x-2} \end{aligned}$$

$$\therefore \begin{cases} x^2+x-2 \\ 1 \\ \frac{x^2}{x^2-x+2} \\ -x+2 \end{cases}$$

$$\therefore \int 1 dx + \int \frac{-x+2}{x^2+x-2} dx$$

$$\int \frac{-x+2}{(x-1)(x+2)} dx = \frac{-x+2}{(x-1)(x+2)} = \frac{A}{(x-1)} + \frac{B}{x+2}, \quad -x+2 = A(x+2) + B(x-1)$$

continua patrón

$$-x+2 = A(x+2) + B(x-1)$$

$$x=1 \therefore 1 = 3A; \frac{1}{3} = A$$

$$x=-2; 4 = -3B; -\frac{4}{3} = B$$

$$x=0; 2 = 2A - B; 2 = 2 \cdot \frac{1}{3} - B; \frac{6}{3} - \frac{2}{3} = -B$$

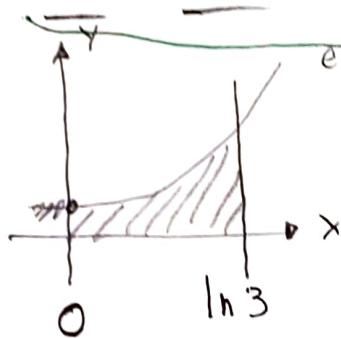
$$B = -\frac{4}{3}$$

$$\therefore \frac{1}{3} \int \frac{1}{(x-1)} dx - \frac{4}{3} \int \frac{1}{(x+2)} dx$$

$$\frac{1}{3} \ln|x-1| - \frac{4}{3} \ln|x+2|$$

Respuesta General $= x + \frac{1}{3} \ln|x-1| - \frac{4}{3} \ln|x+2| + C$

⑤



$$y = e^{\frac{x}{2}}$$

$$x = \ln 3$$

$$V = \int_a^b \pi [f(x)]^2 dx$$

$$\therefore V = \pi \int_0^{\ln 3} \left[e^{\frac{x}{2}} \right]^2 dx = \pi \int_0^{\ln 3} e^x dx =$$

$$\pi [e^x] \Big|_0^{\ln 3} = \pi [e^{\ln 3} - e^0] =$$

$$= \pi [3 - 1] = 2\pi \text{ unidades de volumen}$$

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO



EXAMEN: 2º Parcial

PROFESOR: Pedro Manny

MATERIA: Cálculo Integral

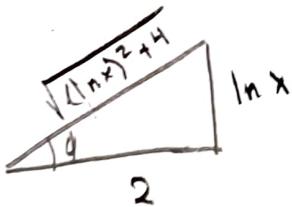
NOMBRE DEL ALUMNO: Muriel Villegas Alfonso

$$\begin{aligned} u^2 - u^2 &= \text{sen } \phi \\ u^2 + u^2 &= u = \text{atan } \phi \\ u^2 - 0^2 &= u = \text{asec } \phi \end{aligned}$$

$$② \int \frac{1 + \ln x}{x \sqrt{(\ln x)^2 + 4}} dx =$$

$$\begin{aligned} &\int \frac{1}{x \sqrt{(\ln x)^2 + 4}} dx + \int \frac{\ln x}{x \sqrt{(\ln x)^2 + 4}} dx \\ &\text{1} \quad \text{2} \quad \text{1} \quad \text{2} \\ &\text{u} = \ln x \quad \therefore \quad \int \frac{1}{\sqrt{u^2 + 4}} du = \frac{1}{2} \text{angtan} \left(\frac{\ln x}{2} \right) \\ &du = \frac{1}{x} dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ② \therefore \int \frac{\ln x}{x \sqrt{(\ln x)^2 + 4}} dx &= u = \text{atan } \phi \\ &\ln x = 2 + \text{tan } \phi ; \tan \phi = \frac{\ln x}{2} \leftarrow \begin{matrix} \text{sen} \\ \cos \end{matrix} \\ &dx \cdot \frac{1}{x} = 2 \sec^2 \phi d\phi \quad * \int \sec^2 x = \tan x \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{sen } \phi &= \frac{\ln x}{\sqrt{(\ln x)^2 + 4}} \\ \cos \phi &= \frac{2}{\sqrt{(\ln x)^2 + 4}} ; \sec \phi = \frac{\sqrt{(\ln x)^2 + 4}}{2} \\ 2 \sec \phi &= \sqrt{(\ln x)^2 + 4} \end{aligned}$$

Sustituyendo

$$\int \frac{2 + \tan \phi}{2 \sec \phi} 2 \sec^2 \phi d\phi ; \int 2 \tan \phi \sec \phi d\phi = 2 \int \sec \phi \tan \phi d\phi$$

$$\int \sec x = \ln |\sec x + \tan x| \quad \int \sec^2 x = \tan x ; \int \sec x \tan x = \sec x$$

$$\therefore 2[\sec \phi] = 2 \left[\frac{\sqrt{(\ln x)^2 + 4}}{2} \right] = \frac{\sqrt{(\ln x)^2 + 4}}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \text{angtan} \left(\frac{\ln x}{2} \right) + \sqrt{(\ln x)^2 + 4} + C //$$

④ Longitud de curva $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{12}\ln x^3$ intervalo $[1, 2]$

$$S = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$$

$$\therefore S = \int_1^2 \sqrt{1 + \left[x - \frac{1}{4x}\right]^2} dx$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{12}\ln x^3 \quad \ln v = \frac{1}{v} \cdot v'$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{12}\left[\left(\frac{1}{x^3}\right)(3x^2)\right] \quad \frac{x^2}{x^3} = \frac{1}{x}$$

$$\therefore f'(x) = x - \frac{3}{12} \cdot \frac{1}{x} = x - \frac{1}{4x}$$

$$\begin{aligned} & \left[x - \frac{1}{4x} \right] \\ & \left[x - \frac{1}{4x} \right] \\ & -\frac{1}{4} + \frac{1}{16x^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & x^2 - \frac{1}{4} \\ & \overline{x^2 + \frac{1}{16x^2} - \frac{1}{2}} \end{aligned}$$

$$\therefore 1 + x^2 + \frac{1}{16x^2} - \frac{1}{2} = x^2 + \frac{1}{16x^2} + \frac{1}{2}$$

$$S = \int_1^2 \sqrt{(x + \frac{1}{4x})^2}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} \frac{1}{16x^2} \\ & x^2 \frac{1}{4} \\ & \overline{x^2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{16x^2}} \end{aligned}$$

$$\therefore S = \int_1^2 x + \frac{1}{4x} dx =$$

$$S = \int_1^2 x dx + \frac{1}{4} \int_1^2 \frac{1}{x} dx = \frac{x^2}{2} \Big|_1^2 + \frac{1}{4} \ln|x| \Big|_1^2 =$$

$$= \left[\frac{(2)^2}{2} - \frac{(1)^2}{2} \right] + \frac{1}{4} [\ln(2) - \ln(1)] = \frac{3}{2} + \frac{1}{4} [\ln(2) - \ln(1)]$$

$$= \frac{3}{2} + \frac{1}{4} [\ln(2) - \ln(1)] \quad \text{unidades de longitud}$$

Murieta Villegas Alfonso

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO TIPO A

EXAMEN PRIMER EXAMEN PARCIAL 14 DE MAYO DE 2018

PROFESOR: PEDRO RAMIREZ MANN

MATERIA: CÁLCULO INTEGRAL GRUPO 14 SEM 2018-2

NOMBRE DEL ALUMNO: Murieta Villegas Alfonso

INSTRUCCIONES:

- 1) No se permite el uso de algún dispositivo electrónico. Se anulará el examen.
- 2) La respuesta de cada pregunta se debe escribir con pluma. No se aceptan decimales en la solución.
- 3) Cada ejercicio debe tener una sola solución. El ejercicio que contenga dos soluciones tendrá cero puntos.
- 4) Cada ejercicio deberá presentar las características de los ejemplos y ejercicios resueltos en clase. De lo anterior, la puntuación que se pondrá a la solución de cada ejercicio, se basará en la forma en que este anterior. Siendo este un examen escrito, solo dará puntos lo que esté escrito en las hojas blancas.
- 5) Todas las hojas blancas para examen se deben devolver.
- 6) No importa el orden en que se resuelvan los problemas, pero si en el desarrollo de una solución requiere escribir en otra página, favor de indicarlo.

③ Sea la función $f(x) = |x+1|$. Calcular el valor medio de la función f para el intervalo $[-3, 2]$.

$$\text{Efectuar a)} \int e^x + 2 dx \quad b) \int x \sqrt{x-4}$$

$$\text{④} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3}\right)^n \quad r = \frac{1}{3} \\ \therefore \text{converge}$$

$$\text{⑤-6)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$$

$\rho > 1$ converge

② Utilizando el criterio de cociente absoluto determinar si la serie es convergente o divergente.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3^n}{n!}$$

| PUNTUACIÓN | 1) 20 | 2) 20 | 3) 20 | 4) 20 | 5) 20 | TOTAL |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 20 | 18 | 20 | 20 | 20 | 100 |



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

EXAMEN: Parcial 1

PROFESOR: Pedro Ramírez Manny

MATERIA: Cálculo Integral I

NOMBRE DEL ALUMNO: Marrieta Villegas Alfonso

①

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

$$\therefore r = \frac{1}{3} \quad \because r < 1 \text{ convergente} //$$

$$\frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} //$$

$$b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$$

$\therefore p\text{-serie}$
 $\therefore p > 1 \text{ converge}$

$p=3$ $p>1 \therefore \text{convergente} //$

②

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3^n}{n!} (-1)$$

$$r = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n}$$

$$\begin{aligned} & \left| \frac{(-1)^{(n+1)+1}}{(-1)^{(n+1)}} \cdot \frac{3^{n+1}}{(n+1)!} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1) 3^{n+1}}{3^n (n+1) n!} \\ & = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)(3)}{n+1} = 0 \end{aligned}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{(-1)(3)}{n+1} \right|$$

$r = 0 \quad r < 1 \therefore \text{converge}$

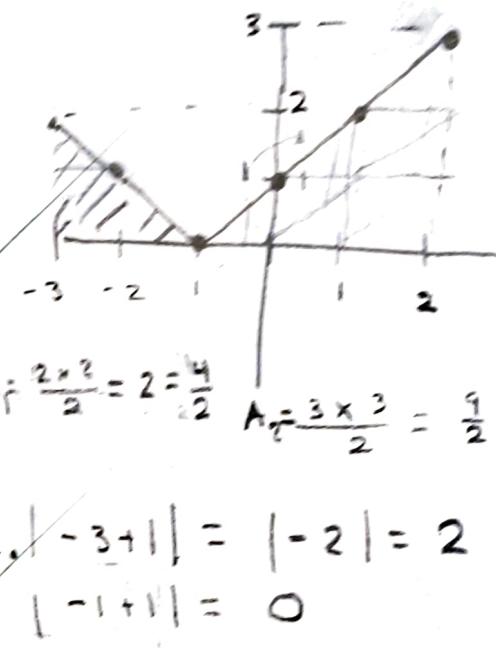
La serie es absolutamente convergente
y por lo tanto converge.

$$\textcircled{3} \quad f(x) = |x+1|$$

Valor medio | $F(c) = \frac{\int_a^b f(t) dt}{b-a}$

$$f(c) = \frac{\frac{13}{2}}{2 - (-3)} = \frac{\frac{13}{2}}{5} = \frac{13}{10}$$

$$\therefore \int_{-3}^2 |x+1| dx = \frac{13}{2}$$



$$\therefore \text{Valor medio} = F(c) = \frac{13}{10}$$

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO



EXAMEN: Parcial 1

PROFESOR: Pedro Ramírez Martínez

MATERIA: Cálculo Integral I

NOMBRE DEL ALUMNO: Murrieta Villegas Alfonso

$$④ \int \frac{2}{e^x + 2} dx = \int \frac{(e^x - e^x) + 2}{e^x + 2} dx =$$

$$\int \frac{e^x + 2}{e^x + 2} dx - \int \frac{e^x}{e^x + 2} dx \quad \begin{aligned} du &= e^x + 2 \\ du &= e^x dx \end{aligned}$$

$$\cancel{\int dx} - \quad \therefore \int \frac{1}{u} du \rightarrow \ln|u|$$

$$a) \therefore = \cancel{x} - \ln|e^x + 2| + C$$

~~$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x-4}} = \int \frac{1}{x\sqrt{x-4}} dx = \int \frac{1}{(\sqrt{x})^2 \sqrt{(\sqrt{x})^2 - 4}} dx =$$~~

$$u = \sqrt{x} \quad \therefore = \frac{1}{2} \operatorname{ang sec}\left(\frac{\sqrt{x}}{2}\right)$$

$du^2 = \frac{1}{4} dx ; a = 2$

NOPE //

$$\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx = \lim_{b \rightarrow 1^+} \int_b^2 \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx =$$

► obtenemos primero la antiderivada general

$$\int \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx = u = x-1 \quad du = 1 dx$$

$$\therefore \int \frac{1}{\sqrt{u}} du = \int \frac{1}{u^{1/2}} du = \int u^{-1/2} du = \frac{u^{1/2}}{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{u}$$

$$\therefore = 2\sqrt{x-1}$$

► Evaluando con los límites

$$\lim_{b \rightarrow 1^+} [2\sqrt{x-1}]_b^2 = \left[2\sqrt{2-1} - 2\sqrt{1-1} \right] = \lim_{b \rightarrow 1^+} 2\sqrt{b-1} = 2\sqrt{0} = 0$$

~~2 unidades~~