

Murieta Villegas Alfonso

A. PATERNO

A. MATERNO

NOMBRE(S)

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO TIPO A

EXAMEN: SEGUNDO EXAMEN PARCIAL 25 DE MAYO DE 2018
PROFESOR: PEDRO RAMIREZ MANNY

MATERIA: CÁLCULO INTEGRAL GRUPO 14 SEMA 2018-2



INSTRUCCIONES:

- 1) No se permite el uso de algún dispositivo electrónico. Se anulará el examen.
- 2) La respuesta de cada pregunta se debe escribir con pluma. No se aceptan decimales en la solución.
- 3) Cada ejercicio debe tener una sola solución. El ejercicio que contenga dos soluciones tendrá cero puntos.
- 4) Cada ejercicio deberá presentar las características de los ejemplos y ejercicios resueltos en clase. De lo anterior, la puntuación que se pondrá a la solución de cada ejercicio, se basará en la forma en que este fundamentada dicha solución, el orden en que se presente la solución, el uso correcto de los conceptos y de la notación. Siendo este un examen escrito, solo dará puntos lo que esté escrito en las hojas blancas.
- 5) Todas las hojas blancas para examen se deben devolver.
- 6) No importa el orden en que se resuelvan los problemas, pero si en el desarrollo de una solución requiere escribir en otra página, favor de indicarlo.

1) Efectuar $\int e^{2x} \sinh(e^x) dx$. $\int e^x e^x \sinh(e^x) dx =$

$u = e^x$
 $du = e^x$
 $dv = \sinh(e^x)$
 $u = e^x$
 $du = e^x dx$
 $\therefore \int \sinh(u) du = \cosh(e^x)$

2) Efectuar $\int \frac{1 + \ln x}{x \sqrt{(\ln x)^2 + 4}} dx$.

3) Efectuar $\int \frac{x^2}{(x-1)(x+2)} dx = \int$

4) Calcular la longitud de la curva dada por $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{12}\ln x^3$ en el intervalo $[1, 2]$.

5) Calcular el volumen del sólido que se genera al hacer girar alrededor del eje X , la región limitada por los ejes coordenados, la gráfica de $y = e^{\frac{x}{2}}$ y la recta dada por $x - \ln 3 = 0$.

PUNTUACIÓN	
1) 20	25
2) 20	
3) 20	25
4) 20	23
5) 20	25
TOTAL	100

8

MURRIETA VILLEGAS

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO



EXAMEN: 2º Parcial

PROFESOR: Pedro Munny

MATERIA: Cálculo Integral

NOMBRE DEL ALUMNO: Murrieta Villegas Alfonso

$$\textcircled{1} \int e^{2x} \sinh(e^x) dx =$$

$$\int e^x e^x \sinh(e^x) dx =$$

$$u = e^x \quad dv = \int e^x \sinh(e^x) dx$$

$$du = e^x dx$$

$$u = e^x$$

$$du = e^x dx$$

$$\therefore \int \sinh(u) du = \cosh(u)$$

$$= \cosh(e^x)$$

$$\therefore \left| \begin{array}{l} u = e^x \\ du = e^x dx \end{array} \right.$$

$$dv = e^x \sinh(e^x)$$

$$v = \cosh(e^x)$$

$$\therefore = e^x \cosh(e^x) - \int \cosh(e^x) (e^x) dx$$

$$u = e^x \quad du = e^x dx \quad \therefore \int \cosh(u) du = \sinh(u)$$

$$= \sinh(e^x)$$

$$\therefore = e^x \cosh(e^x) - \sinh(e^x) + C //$$

$$\textcircled{3} \int \frac{x^2}{(x-1)(x+2)} dx = \int \frac{x^2}{x^2+x-2} dx$$

$$\frac{x^2+x-2}{x^2+x-2}$$

$$\therefore \left| \begin{array}{l} x^2+x-2 \\ \frac{1}{x^2} \end{array} \right| \frac{-x^2-x+2}{-x+2}$$

$$\therefore \int 1 dx + \int \frac{-x+2}{x^2+x-2}$$

$$\int \frac{-x+2}{(x-1)(x+2)} dx = \frac{-x+2}{(x-1)(x+2)} = \frac{A}{(x-1)} + \frac{B}{x+2}; -x+2 = A(x+2) + B(x-1)$$

→ continua patrón

$$-x+2 = A(x+2) + B(x-1)$$

$$x=1 \therefore 1 = 3A \therefore \frac{1}{3} = A$$

$$x=-2 \therefore 4 = -3B \therefore -\frac{4}{3} = B$$

$$x=0 \therefore 2 = 2A - B \therefore 2 = \frac{2}{3} - B \therefore \frac{6}{3} - \frac{2}{3} = -B$$

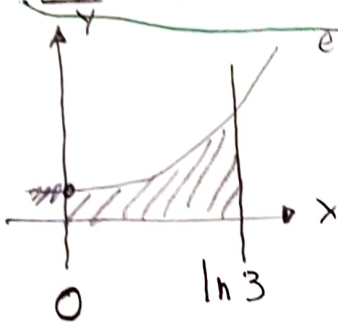
$$B = -\frac{4}{3}$$

$$\therefore \frac{1}{3} \int \frac{1}{(x-1)} dx - \frac{4}{3} \int \frac{1}{(x+2)} dx$$

$$\frac{1}{3} \ln|x-1| - \frac{4}{3} \ln|x+2|$$

Respuesta General $= x + \frac{1}{3} \ln|x-1| - \frac{4}{3} \ln|x+2| + C$

5



$$y = e^{\frac{x}{2}}$$

$$x = \ln 3$$

$$V = \int_a^b \pi [f(x)]^2 dx$$

$$\therefore V = \pi \int_0^{\ln 3} \left[e^{\frac{x}{2}} \right]^2 dx = \pi \int_0^{\ln 3} e^x dx =$$

$$\pi \left(e^x \right) \Big|_0^{\ln 3} = \pi \left[e^{\ln 3} - e^0 \right] =$$

$$= \pi [3 - 1] = 2\pi \text{ // unidades de volumen}$$

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO



EXAMEN: 2° Parcial

PROFESOR: Pedro Manny

MATERIA: Cálculo Integral

NOMBRE DEL ALUMNO: Morfieta Villegas Alfonso

$$\begin{aligned} a^2 - u^2 & \quad u = a \sin \phi \\ u^2 + a^2 & \quad u = a \tan \phi \\ u^2 - a^2 & \quad u = a \sec \phi \end{aligned}$$

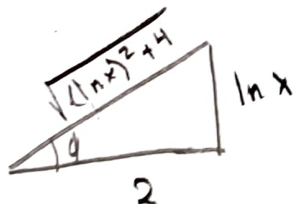
② $\int \frac{1 + \ln x}{x \sqrt{(\ln x)^2 + 4}} dx =$

$\int \frac{1}{x \sqrt{(\ln x)^2 + 4}} dx + \int \frac{\ln x}{x \sqrt{(\ln x)^2 + 4}} dx$

① $u = \ln x \quad \therefore \quad \int \frac{1}{\sqrt{u^2 + 4}} du = \frac{1}{2} \operatorname{arctan} \left(\frac{\ln x}{2} \right)$

② $\therefore \int \frac{\ln x}{x \sqrt{(\ln x)^2 + 4}} dx =$

$u = a \tan \phi$
 $\ln x = 2 \tan \phi ; \tan \phi = \frac{\ln x}{2} \leftarrow \frac{\sin}{\cos}$
 $dx \frac{1}{x} = 2 \sec^2 \phi d\phi \quad * \int \sec^2 x = \tan x$



$$\sin \phi = \frac{\ln x}{\sqrt{(\ln x)^2 + 4}}$$

$$\cos \phi = \frac{2}{\sqrt{(\ln x)^2 + 4}} ; \sec \phi = \frac{\sqrt{(\ln x)^2 + 4}}{2}$$

$$2 \sec \phi = \sqrt{(\ln x)^2 + 4}$$

Sustituyendo

$$\int \frac{2 \tan \phi \cdot 2 \sec^2 \phi d\phi}{2 \sec \phi} ; \int 2 \tan \phi \sec \phi d\phi = 2 \int \sec \phi \tan \phi d\phi =$$

$$\int \sec x = \ln |\sec x + \tan x| ; \int \sec^2 x = \tan x ; \int \sec x \tan x = \sec x$$

$$\therefore = 2 [\sec \phi] = 2 \left[\frac{\sqrt{(\ln x)^2 + 4}}{2} \right] = \sqrt{(\ln x)^2 + 4}$$

$$= \frac{1}{2} \operatorname{arctan} \left(\frac{\ln x}{2} \right) + \sqrt{(\ln x)^2 + 4} + C //$$

④ Longitud de curva $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{12}\ln x^3$ intervalo $[1, 2]$

$$S = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{12}\ln x^3 \quad \ln v = \frac{1}{v} \cdot v'$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot 2x - \frac{1}{12} \left[\left(\frac{1}{x^3} \right) (3x^2) \right]$$

$$\therefore f'(x) = x - \frac{3}{12} \frac{1}{x} = x - \frac{1}{4x}$$

$$\therefore S = \int_1^2 \sqrt{1 + \left[x - \frac{1}{4x} \right]^2} dx$$

$$\therefore 1 + x^2 + \frac{1}{16x^2} - \frac{1}{2} = x^2 + \frac{1}{16x^2} + \frac{1}{2}$$

$$S = \int_1^2 \sqrt{\left(x + \frac{1}{4x} \right)^2} dx$$

$$\left(x + \frac{1}{4x} \right) \left(x + \frac{1}{4x} \right)^2$$

$$\frac{1}{4} \frac{1}{16x^2}$$

$$x^2 \frac{1}{4}$$

$$x^2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{16x^2}$$

$$\therefore S = \int_1^2 x + \frac{1}{4x} dx =$$

$$S = \int_1^2 x dx + \frac{1}{4} \int_1^2 \frac{1}{x} dx = \frac{x^2}{2} \Big|_1^2 + \frac{1}{4} \ln|x| \Big|_1^2 =$$

$$= \left[\frac{(2)^2}{2} - \frac{(1)^2}{2} \right] + \frac{1}{4} [\ln|2| - \ln|1|] = \frac{3}{2} + \frac{1}{4} [\ln(2) - \ln(1)]$$

$$= \frac{3}{2} + \frac{1}{4} [\ln(2) - \ln(1)] \quad \text{unidades de longitud}$$

Murieta Villegas Alfonso



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO TIPO A
EXAMEN: PRIMER EXAMEN PARCIAL 14 DE MAYO DE 2018
PROFESOR: PEDRO RAMÍREZ MANNY
MATERIA: CÁLCULO INTEGRAL GRUPO 14 SEM 2018-2
NOMBRE DEL ALUMNO: Murieta Villegas Alfonso

INSTRUCCIONES:

- 1) No se permite el uso de algún dispositivo electrónico. Se anulará el examen.
- 2) La respuesta de cada pregunta se debe escribir con pluma. No se aceptan decimales en la solución.
- 3) Cada ejercicio debe tener una sola solución. El ejercicio que contenga dos soluciones tendrá cero puntos.
- 4) Cada ejercicio deberá presentar las características de los ejemplos y ejercicios resueltos en clase. De lo anterior, la puntuación que se pondrá a la solución de cada ejercicio, se basará en la forma en que este fundamentada dicha solución, el orden en que se presente la solución, el uso correcto de los conceptos y de la notación. Siendo este un examen escrito, solo dará puntos lo que esté escrito en las hojas blancas.
- 5) Todas las hojas blancas para examen se deben devolver.
- 6) No importa el orden en que se resuelvan los problemas, pero si en el desarrollo de una solución requiere escribir en otra página, favor de indicarlo.

1) Determine si las siguientes series convergen o divergen

1a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n \cdot \frac{1}{3}$
 $r = \frac{1}{3}$
 \therefore converge

1b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$

$p > 1$ converge

2) Utilizando el criterio de cociente absoluto determinar si la serie es convergente o divergente.

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3^n}{n!}$

PUNTUACIÓN					
1) 20	20	20	20	20	
2) 20	20	20	20	20	
3) 20	20	20	20	20	
4) 20	20	20	20	20	
5) 20	20	20	20	20	
TOTAL					100

3) Sea la función $f(x) = |x+1|$. Calcular el valor medio de la función f para el intervalo $[-3, 2]$.

4) Efectuar a) $\int \frac{2}{e^x + 2} dx$ b) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x-4}}$

5) Calcular, de ser posible, $\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx$

$\frac{1}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \frac{1}{a} \operatorname{arcsen} \left(\frac{u}{a} \right)$
 $\frac{1}{u^2 + a^2} = \frac{1}{a^2} \operatorname{arctan} \left(\frac{u}{a} \right)$
 $\frac{1}{u\sqrt{u^2 - a^2}} = \frac{1}{a} \operatorname{arcsec} \left(\frac{u}{a} \right)$



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

EXAMEN: Parcial 1

PROFESOR: Pedro Ramirez Manny

MATERIA: Cálculo Integral I

NOMBRE DEL ALUMNO: Marrieta Villegas Alfonso

①

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

$$\therefore r = \frac{1}{3} \therefore r < 1 \text{ convergente}$$

$$\frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$$

p-série

$\therefore p > 1$ converge

$p=3 \therefore p > 1 \therefore$ convergente

②

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3^n}{n!}$$

$$r = \lim_{n \rightarrow \infty}$$

$$\frac{(-1)^{n+1} 3^{n+1}}{(-1)^{n+1} (n+1)!}$$

$$\frac{3^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{3^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{(-1)^{n+1} 3^{n+1} n!}{3^n (n+1) n!} \right|$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{(-1)(3)}{n+1} \right|$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n+1} = 0$$

$$r = 0 \quad r < 1 \therefore \text{converge}$$

La serie es absolutamente convergente y por lo tanto converge.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO



EXAMEN: Parcial 1

PROFESOR: Pedro Ramirez Marín

MATERIA: Cálculo Integral I

NOMBRE DEL ALUMNO: Murieta Villegas Alfonso

$$(4) \int \frac{2}{e^x + 2} dx = \int \frac{(e^x - e^x) + 2}{e^x + 2} dx =$$

$$\int \frac{e^x + 2}{e^x + 2} dx - \int \frac{e^x}{e^x + 2} dx \quad \begin{matrix} du \\ u = e^x + 2 \\ du = e^x dx \end{matrix}$$

$$\int \frac{1}{u} du \rightarrow \ln|u|$$

$$\therefore = \cancel{x} - \ln|e^x + 2| + C$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x-4}} = \int \frac{1}{x\sqrt{x-4}} dx = \int \frac{1}{(\sqrt{x})^2(\sqrt{x})^2-4} dx =$$

$$u = \sqrt{x} \quad a^2 = 4; a = 2 \quad \therefore = \frac{1}{2} \operatorname{arcssec}\left(\frac{\sqrt{x}}{2}\right)$$

NOPE

$$\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx = \lim_{b \rightarrow 1^+} \int_b^2 \frac{1}{\sqrt{x-1}} =$$

► obtenemos primero la antiderivada general

$$\int \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx = \begin{matrix} u = x-1 \\ du = 1 dx \end{matrix}$$

$$\therefore \int \frac{1}{\sqrt{u}} du = \int \frac{1}{u^{1/2}} du = \int u^{-1/2} du = \frac{u^{1/2}}{1/2} = 2\sqrt{u}$$

$$\therefore = 2\sqrt{x-1}$$

► Evaluando con los límites

$$\lim_{b \rightarrow 1^+} \left[2\sqrt{x-1} \right]_b^2$$

$$= \lim_{b \rightarrow 1^+} \left(2\sqrt{2-1} - 2\sqrt{b-1} \right)$$

$$= 2 - \lim_{b \rightarrow 1^+} 2\sqrt{b-1} = 2 - 0 = 2$$

$$= \underline{\underline{2 \text{ unidades}}}$$