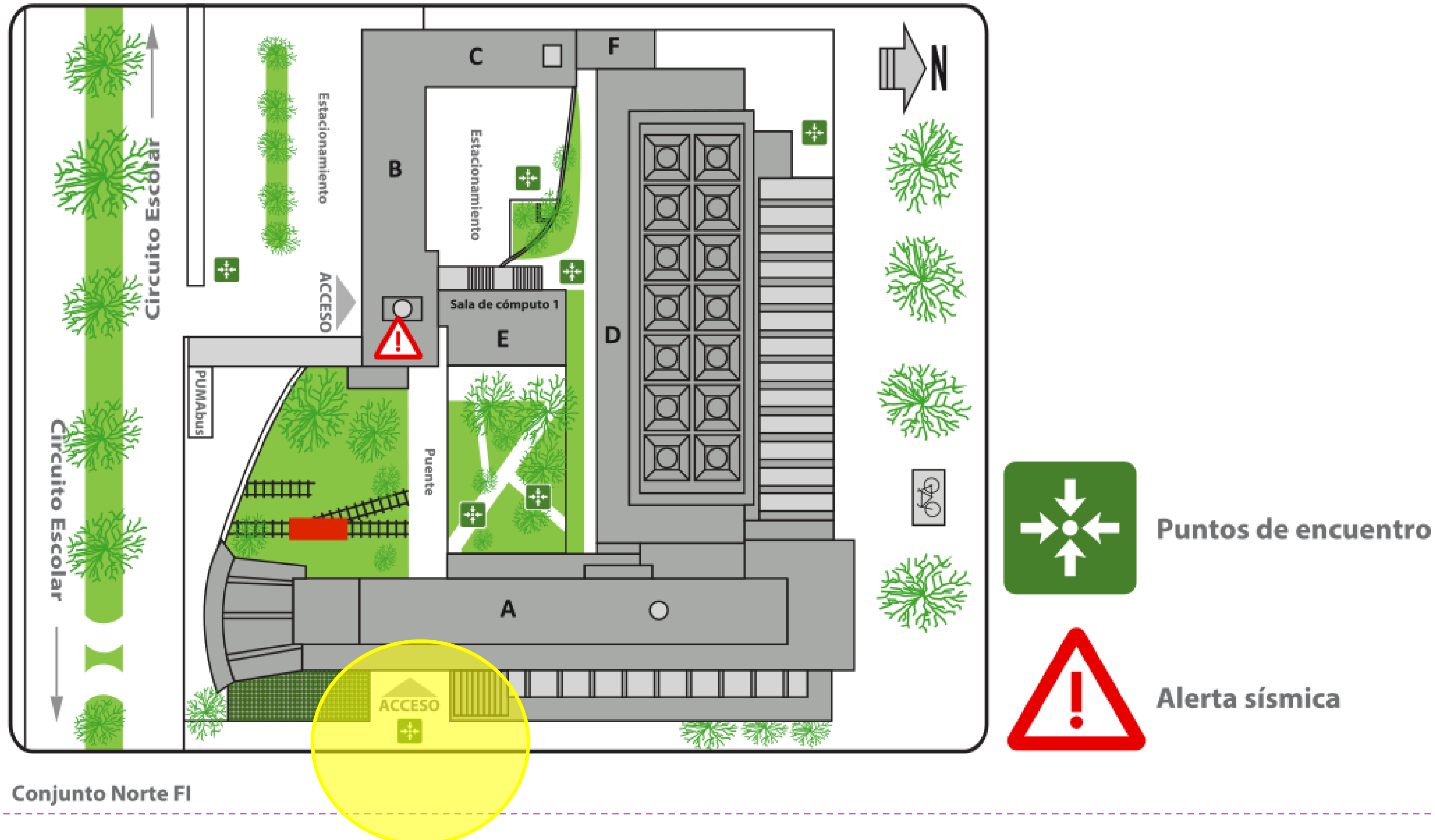
Probabilidad

M.I. Elia Inés Luna Ceballos
eli_luna33@hotmail.com

PROTOCOLO EN CASO DE SISMO O SIMULACRO

Edificio A los pisos 2-4 no desalojan hasta recibir instrucciones.



Conjunto Norte FI

Probabilidad

M.I. Elia Inés Luna Ceballos
eli_luna33@hotmail.com

Reglas

- Prohibido fumar
- Prohibido comer en el salón de clases
- Celular en modo silencioso
- Entrar sin hacer ruido

Recomendaciones

- Entregar tareas en papel de reúso
- No fumar
- Comer sanamente
- No estorbar
- Mantener pasillos despejados

Objetivo

- El alumno aplicará los conceptos y la metodología básica de la teoría de la probabilidad para analizar algunos fenómenos aleatorios que ocurren en la naturaleza y la sociedad.

Temario

- 1. Teoría de la probabilidad
- 2. Variables aleatorias
- 3. Variables aleatorias conjuntas
- 4. Modelos probabilísticos de fenómenos aleatorios discretos
- 5. Modelos probabilísticos de fenómenos aleatorios continuos

Diagrama de Gantt de Probabilidad 2019-1

	TEMAS	AGOSTO								Septiembre								Octubre									Noviembre						
		Semana 1		Semana 2		Semana 3		Semana 4		Semana 5		Semana 6		Semana 7		Semana 8		Semana 9		Semana 10		Semana 11		Semana 12		Semana 13		Semana 14		Semana 15		Semana 16	
		7	9	14	16	21	23	28	30	4	6	11	13	18	20	24	27	2	4	9	11	16	18	23	25	30	1	6	8	13	15	20	22
1	Teoría de la probabilidad								EP1																								
2	Variables aleatorias																																
3	Variables aleatorias conjuntas																				EP2												
4	Modelos prob. de fenóm. al. discretos																															EP3	
5	Modelos prob. de fenóm. al. Continuos																																

Examen

Día inhábil

Temas no vistos y entrega de calificaciones

Exámenes finales

30 de noviembre primer examen final

7 de diciembre segundo examen final

Evaluación

Tareas y ejercicios de clase	25%
Series	15%
Exámenes	60%
Evaluación 1	15%
Evaluación 2	25%
Evaluación 3	20%

Para aprobar la materia es obligatoria la entrega **mínima** del 50% de las tareas y ejercicios de clase

TAREA 1 y 2

Tarea 1: Enviarme solicitud de Facebook al grupo:
Elia_G7_Prob2019_1

Elia_G10_Prob2019_1

Tarea 2: Contestar la evaluación diagnóstica en

http://perseo.fi-c.unam.mx/Examen_enlinea/

Bibliografía Recomendada

- DEVORE, Jay L. *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*, 8a edición, México Cengage Learning, 2011
- WACKERLY, Dennis, MENDENHALL, William, SCHEAFFER, Richard *Estadística matemática con aplicaciones*, 7a edición, México, Cengage Learning Editores, 2010
- Notas de Leonardo Bañuelos Saucedo y Nayelli Manzanarez Gómez http://www.dcb.unam.mx/users/angellbs/

- Murray R. Spiegel , Probabilidad y Estadística, Serie de Comprendios Schaum, McGraw-Hill

TEMA I
Teoría de la Probabilidad

- **Objetivo:** El alumno evaluará probabilidades utilizando axiomas y teoremas de la probabilidad, técnicas de conteo y diagramas de árbol.

TEMA I
Teoría de la Probabilidad

1.1 Concepto de probabilidad.

1.2 Principio fundamental de conteo, análisis combinatorio, teoría de conjuntos.

1.3 Experimento aleatorio y determinista.

1.4 Espacio muestral.

1.5 Eventos y su clasificación.

1.6 Enfoques, interpretaciones, escuelas de la probabilidad.

1.7 Axiomas y teoremas básicos.

1.8 Probabilidad condicional.

1.9 Probabilidad de eventos independientes.

1.10 Probabilidad total.

1.11 Teorema de Bayes.

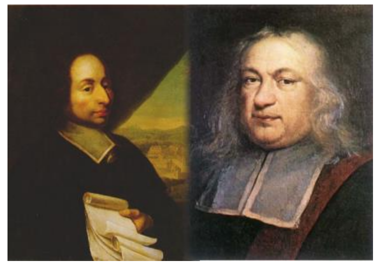
TEMA I

1.1 Concepto de Probabilidad

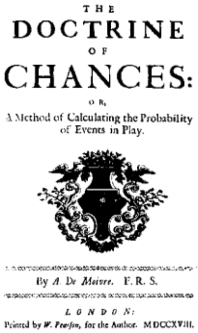
Un poco de historia...

Antes de Cristo
- Sumerios
- Egipcios
- Romanos
- Griegos

Siglo XVI
Gerolamo Cardano con su libro de los juegos de azar



Siglo XVII
Fetmat y Pascal



THE
DOCTRINE
OF
CHANCES:
OR,
A Method of Calculating the Probability of Events in Play.

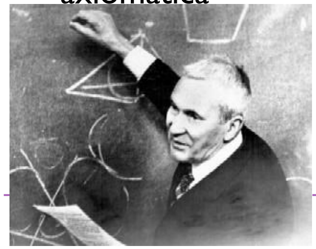
By A. De Moivre. F. R. S.

LONDON:
Printed by W. Pearson, for the Author. MDCCXVIII.

Siglo XVII
Bernoulli con la distribución binomial
De Moivre con el TLC

Siglo XIX
Gauss con la teoría de errores
Laplace con el TLC
Mendel con la genética

Siglo XX
Kolmogorov con la definición axiomática



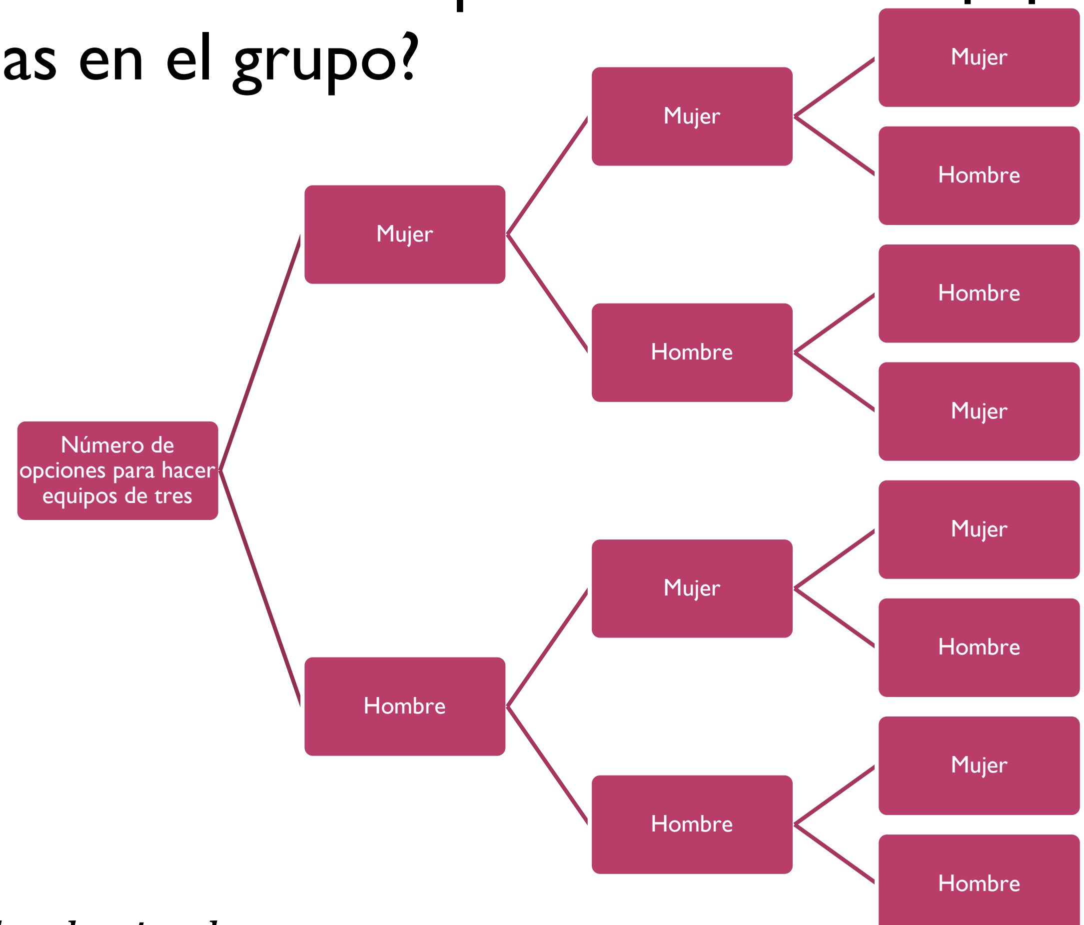
TEMA I
1.1 Concepto de Probabilidad

- *Probabilitas*
- *Probare* “comprobar”
- *–bilis* “posibilidad”
- *–tat–* “cualidad”

- La probabilidad es la posibilidad que existe entre varias opciones, que un hecho o condición se produzcan.
- La Probabilidad es la mayor o menor posibilidad de que ocurra un determinado suceso.
- Medición de la ocurrencia de un evento

TEMA I
1.2 Principio Fundamental del conteo

- ¿De cuántas formas se puede hacer un equipo de 3 personas en el grupo?



$$Maneras\ de\ elegir\ elementos\colon n_1 * n_2 * \cdots * n_n$$

TEMA I
1.2 Principio Fundamental del conteo

EJEMPLO 1

¿De cuántas formas se puede pedir un helado de dos bolas cuando se tienen 8 posibles sabores?

¿Y sin repetir el sabor?

EJEMPLO 2

En una clínica médica se tienen tres especialistas en medicina interna y tres médicos generales, ¿cuántas formas existen de seleccionar un doctor de cada tipo para un turno en específico?

TEMA I
1.2 Análisis combinatorio

EJEMPLO 3

Una firma de transporte tiene un contrato para enviar una carga de mercancías de la ciudad W a la ciudad Z. No hay rutas directas que enlacen W con Z, pero hay 6 carreteras de W a X y 5 de X a Z. ¿Cuántas rutas en total se deben considerar?

EJEMPLO 4

Considérese que se desea obtener el número de placas de identificación que se pueden generar si las placas tienen 4 dígitos y no se permite repetición. ¿De cuántas formas se puede hacer este arreglo?

TEMA I
1.2 Análisis combinatorio

- Permutaciones: subconjunto ordenado

- El número de permutaciones de ***r*** objetos tomados de un conjunto de ***n*** objetos distintos es

$$ {}_nP_r = P_n^r = \frac{n!}{(n-r)!} $$

TEMA I
1.2 Análisis combinatorio

EJEMPLO 5

De las 16 bolas de billar, ¿de cuántas formas podemos elegir 4 bolas?

EJEMPLO 6

Si hay nueve autos en una carrera, ¿en cuántas formas diferentes pueden ocupar el primero, segundo y tercer lugar?

TEMA I
1.2 Análisis combinatorio

EJEMPLO 7

En forma casual, un químico combinó dos sustancias de laboratorio que produjeron un producto conveniente. Desafortunadamente, su asistente no registró los nombres de los ingredientes. Hay cuarenta sustancias disponibles en el laboratorio, y puesto que se empleó un catalizador conocido, el orden en el que se mezclan los ingredientes es importante. ¿Cuál es el número máximo de pruebas que podrían efectuarse?

TEMA I
1.2 Análisis combinatorio

- Permutaciones con repetición

Si se seleccionan ***k*** objetos de un conjunto de ***n*** elementos que se pueden repetir, las formas distintas de efectuar la selección son:

$$_{n}PR_{k} = n^{k}$$

TEMA I
1.2 Análisis combinatorio

EJEMPLO 8

¿Cuántas placas para automóviles se pueden generar si se requieren 3 números y 3 letras?

TEMA I
1.2 Análisis combinatorio

EJEMPLO 9

Beethoven escribió 9 sinfonías y Mozart 27 conciertos para piano. Si el locutor de una estación de radio desea tocar dos sinfonías de Beethoven y dos conciertos de Mozart. ¿De cuántas maneras puede hacerlo?

El Gerente de la radiodifusora determina que en cada noche sucesiva (7 días por semana), se transmitirá una sinfonía de Beethoven, seguida de un concierto para piano de Mozart y después un cuarteto para cuerdas de Schubert (de los cuáles hay 15), ¿Durante cuántos años podría continuar este sistema antes de que tenga que repetirse el mismo programa?

TEMA I
1.2 Análisis combinatorio

- Combinaciones

Cuando el orden de los elementos no importa, el número de combinaciones posibles de ***k*** elementos a elegir de un conjunto de ***n*** elementos se calcula:

$$ {}_{n}C_{k} = {C_{k}}^{n} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!} $$

TEMA I
1.2 Análisis combinatorio

- EJEMPLO 10

Se hará una rifa de 5 regalos sorpresa en una fiesta de 20 invitados. ¿De cuántas maneras se pueden elegir a los 5 ganadores?

a) Considere que los 5 regalos son iguales
b) Considere que los 5 regalos son diferentes

TEMA I
1.2 Análisis combinatorio

EJEMPLO 11

Se inspecciona un lote de 140 chips mediante la selección de una muestra de cinco de ellos. Suponga que 10 chips no cumplen con los requerimientos del cliente.

a) ¿Cuál es el número de muestras distintas posibles?
b) ¿Cuántas muestras de cinco contienen exactamente un chip que no cumple con los requerimientos?
c) ¿Cuántas muestras de cinco contienen al menos un chip que no cumple con los requerimientos?

TEMA I
1.2 Análisis combinatorio

EJEMPLO 12

El gerente de una pequeña planta desea determinar el número de maneras en que puede asignar trabajadores al primer turno. Cuenta con 15 hombres que pueden servir como operadores del equipo de producción, 8 que pueden desempeñarse como personal de mantenimiento y 4 que pueden ser supervisores. Si el turno requiere de 6 operadores, 2 trabajadores de mantenimiento y 1 supervisor, ¿de cuántas maneras puede integrarse el primer turno?

TEMA I
1.2 Análisis combinatorio

EJEMPLO 13

Una compañía tiene 10 programadores, ocho analistas de sistemas, cuatro ingenieros en sistemas y tres estadísticos. Se elegirá un "equipo" para un nuevo proyecto de largo plazo. El equipo consistirá en tres programadores, dos analistas de sistemas, dos ingenieros en sistemas y un estadístico.

a) ¿En cuántas formas puede seleccionarse el equipo?
b) Si el cliente insiste en que se incluya en el proyecto a un ingeniero con el que ha trabajado anteriormente, ¿de cuántas maneras puede seleccionarse al equipo?

TEMA I
Teoría de la Probabilidad

TAREA 3

1. Un señor hará una fiesta en la que ofrecerá vino tinto. Él cuenta con 8 botellas de Merlot, 10 de Cabernet y 12 de Syrah, todos de diferentes fábricas vinícolas.

a) Si se desea servir 3 botellas de Merlot y el orden del servicio es importante. ¿De cuántas formas se puede hacer?
b) Si 6 botellas de vino de las 30 tienen que ser seleccionadas al azar, ¿cuántas formas existen de hacerlo?

2. En una pastelería hay 6 tipos distintos de pasteles. ¿De cuántas formas se pueden elegir 4 pasteles?

3. En una caja se tiene cinco tickets de $100 cada uno, tres tickets de $300 cada uno y dos tickets de $500 cada uno. Se escogen aleatoriamente tres tickets, ¿en cuántas de estas muestras la suma de los precios de los tres tickets es de $700?

TEMA I
1.2 Teoría de conjuntos

- Complemento
- Unión
- Intersección
- Eventos mutuamente excluyentes
- Eventos colectivamente exhaustivos

TEMA I
1.2 Teoría de conjuntos

EJEMPLO 14

Suponga que un vehículo que toma una salida particular de una autopista puede virar a la derecha (D), virar a la izquierda (I) o continuar de frente (F). Analice las direcciones posibles que pueden tomar tres autos sucesivos.

A) Elabore una lista de todos los resultados en el evento A en el que los vehículos van en la misma dirección.

B) Elabore una lista de todos los resultados en el evento B en el que los vehículos van en direcciones diferentes.

C) Elabore una lista de todos los resultados en el evento C en el que exactamente dos vehículos dan vuelta a la derecha.

EJEMPLO 15

Use Diagramas de Venn para las dos siguientes relaciones para los eventos A y B. (Estas se conocen como Leyes de De Morgan).

a) $(\overline{A \cup B}) = \bar{A} \cap \bar{B}$

b) $(\overline{A \cap B}) = \bar{A} \cup \bar{B}$

TEMA I
1.2 Teoría de conjuntos

EJEMPLO 16

Un experimento consiste en lanzar un par de dados, uno verde y uno rojo y registrar los números que resultan. Sea el resultado del dado verde y del dado rojo, listar los elementos que corresponden a los siguientes eventos.

a) A, en el que la suma sea mayor que 8.
b) b) B, en el que ocurra un dos en cualquiera de los dados.
c) C, en el que se obtiene un número mayor de 4 en el dado verde.
d) $A \cap B$
e) $\mathrm{B} \cap C$
f) $\mathrm{A} \cap C$

EJERCICIO DE CLASE 1

- Sea $S = \{1,2,3,5,8,9,15,22,21\}$, $A = \{1,2,3,9,22\}$, $B = \{3,5,8,9,21\}$. Hallar:

a) $A \cup B$

b) $A \cup \bar{B}$

c) $\overline{A \cup B}$

d) $\bar{A} \cap B$

e) $\bar{A} \cap \bar{B}$

f) $\overline{A \cap B}$

TEMA I
1.2 Teoría de conjuntos

EJEMPLO EXTRA-CONJUNTOS

Dado el evento muestral $S = \{1,2,3,\dots,20\}$, los eventos $A = \{2,4,5,6,7,8,9,11,13,15\}$, $B = \{0,2,4,6,8,\dots,20\}$ y $C = \{2,3,5,7,11\}$, encontrar:

a) $\bar{A} \cap \bar{B}$

b) $\overline{\bar{A} \cap \bar{B}} \cup C$

c) $A - (B \cap C)$

d) $(\overline{A \cap C}) \cap B$

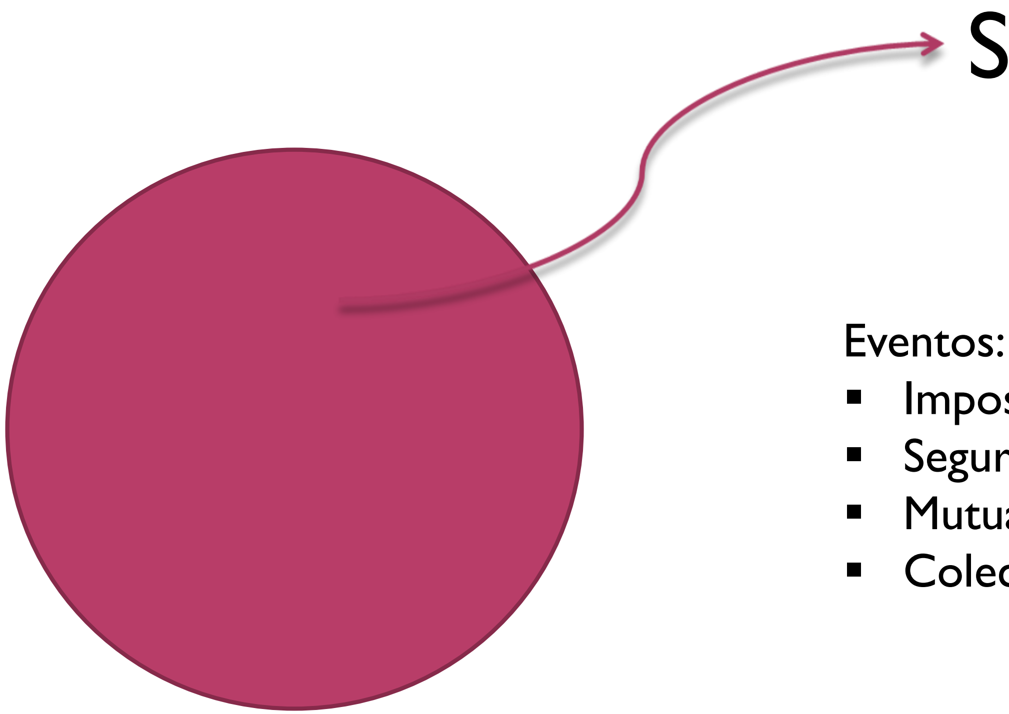
TEMA I

1.3 Experimento

Experimento

- Determinístico
- Aleatorio

TEMA I
1.4-1.5 Espacio muestral y eventos



Eventos:

- Imposibles
- Seguros
- Mutuamente excluyentes
- Colectivamente exhaustivos

TEMA I
1.4-1.5 Espacio muestral y eventos

EJEMPLO 17

Describir el espacio muestra de cada uno de los siguientes experimentos.

a) Se lanzan dos monedas para observar el número de veces que ambas caen en águila.
b) Se lanzan dos dados para observar cuántas veces la suma de los resultados es mayor a 7.

TEMA I
1.4-1.5 Espacio muestral y eventos

EJEMPLO 18

Describir el espacio muestra de cada uno de los siguientes experimentos.

a) Un lote de 120 tapas de baterías para celdas de marca pasos contiene varias defectuosas debido a un problema con el material de barrera que se aplica en el sistema de alimentación. Se seleccionan tres tapas al azar (sin reemplazo) y se inspeccionan con cuidado.
b) Una paleta de 10 piezas fundidas contiene una unidad defectuosa y nueve en buen estado. Se seleccionan cuatro piezas al azar (sin reemplazo) y se inspeccionan.

TEMA I
1.6 Enfoques, interpretaciones, escuelas de la probabilidad.

- Enfoques de la Probabilidad

Enfoques de la Probabilidad

- **Clásico**
  - A Priori
    $$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$
- **Frecuentista relativista**
  - A Posteriori
    $$P(A) = \lim_{n \to \infty} \frac{n(A)}{n}$$
- **Subjetivo**

*También llamadas escuelas

TEMA I
1.7 Axiomas y teoremas básicos.

Definición axiomática de la Probabilidad

Dados un evento ***A*** en un espacio muestral ***S***, la probabilidad de ocurrencia del evento ***A*** se denota por ***P(A)*** y tiene las siguientes propiedades:

1. Es un número no negativo: $P(A) \geq 0$
2. La probabilidad del espacio muestral es la unidad: $P(S) = 1$
3. Si $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ son eventos que se excluyen mutuamente en S, entonces la probabilidad de la unión de los eventos es igual a la suma de sus probabilidades.

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \dots \cup A_n) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

TEMA I
1.7 Axiomas y teoremas básicos.

EJEMPLO 19

Si se tira un dado al aire, determinar la probabilidad de obtener:

a) Un número par
b) Un número divisible entre tres

¿Qué enfoque se utilizó para resolver este ejemplo?

TEMA I
1.7 Axiomas y teoremas básicos.

EJEMPLO 20

Los empleados de la compañía "Nuevo Horizonte" se encuentran separados en tres divisiones: administración, operación de planta y ventas. La siguiente tabla muestra el número de empleados en cada división clasificados por sexo:

	Mujeres	Hombres	Total
Administración (A)	20	30	50
Operación de planta (O)	60	140	200
Ventas (V)	100	50	150
Total	180	220	400

TEMA I
1.7 Axiomas y teoremas básicos.

EJEMPLO 20

	Mujeres	Hombres	Total
Administración (A)	20	30	50
Operación de planta (O)	60	140	200
Ventas (V)	100	50	150
Total	180	220	400

a) Utilizar un diagrama de Venn para ilustrar los eventos y para todos los empleados de la compañía. ¿Son mutuamente excluyentes?

b) Si se elige aleatoriamente un empleado:

   ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer?

   ¿Cuál es la probabilidad de que trabaje en ventas?

   ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre y trabaje en la división de administración?

TEMA I
1.7 Axiomas y teoremas básicos.

Teoremas elementales de la Probabilidad

1. $P(\emptyset) = 0$
2. Si $\boldsymbol{A}$ es un evento cualquiera, entonces $\overline{\boldsymbol{A}}$ también lo es, y su probabilidad es:
$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

3. Sean **A** y **B** dos eventos cualquiera
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

EJEMPLO 21

Sean los eventos A y B, correspondientes a un mismo espacio muestral, tales que $P(\bar{A}) = 0.6$, $P(\bar{B}) = 0.6$ y $P(A \cap B) = 0.2$. Calcular $P(A \cup B)$

Sean los eventos A y B correspondientes a un mismo espacio muestral, tales que $P(\overline{A \cup B}) = 0.2$, $P(\bar{A}) = 0.2$ y $P(A \cap B) = 0.2$, calcule la probabilidad de los eventos A y B

TEMA I
1.7 Axiomas y teoremas básicos.

EJEMPLO 22

Una placa de metal tiene 20 tornillos y 5 de ellos no están bien apretados. Si se elige inspeccionar 4 de ellos al azar…

a) ¿cuál es la probabilidad de que los cuatro tornillos estén bien apretados?

b) ¿cuál es la probabilidad de que al menos uno de ellos no esté bien apretado?

EJEMPLO 23

La ruta utilizada por cierto automovilista para ir al trabajo tiene dos cruceros con semáforo. La probabilidad de que pare en el primer semáforo es de 0.4, la probabilidad análoga para el segundo semáforo es 0.5, y la probabilidad de que se detenga por lo menos en uno de los semáforos es 0.6. Determinar la probabilidad de que:

a) Se detenga en ambos semáforos.
b) Se detenga en el primero, pero no en el segundo.
c) Se detenga exactamente en uno de ellos.

TEMA I
Teoría de la Probabilidad

TAREA 4

1. Una fundidora produce balatas para automóviles. Un lote específico de 50 de estas balatas incluye dos con rebaba que se pasaron por alto en el proceso de fabricación. Si se selecciona al azar una quinta parte del lote para instalarla en un automóvil, ¿cuál es la probabilidad de que al menos una de ellas tenga rebabas? ¿Es una aproximación de frecuencia relativa o una probabilidad clásica?

2. Se arroja dos veces un dado legal; determinar las probabilidades de obtener:

a) dos cuatros
b) primero un cuatro y luego un número menor que cuatro.

3. Supóngase que se lanzan dos monedas perfectas y que se observa el resultado de las caras que quedan hacia arriba.

a) Establecer el espacio muestral de este experimento.
b) Asignar una probabilidad razonable a cada evento.

TEMA I
1.7 Axiomas y teoremas básicos.

EJEMPLO 24

La probabilidad de que una industria transnacional se ubique en México es de 0.7; de que se localice en Brasil, de 0.4, y de que se encuentre ya sea en Brasil, México, o en ambas, es de 0.8. Determinar la probabilidad de que la industria se localice en:

a) ambas ciudades,
b) ninguna de las ciudades.

TEMA I
1.7 Axiomas y teoremas básicos.

EJEMPLO 25

A continuación se presenta un resumen de la información obtenida de una muestra de 200 partes maquinadas

Condición de la arista	Barrenado mayor del necesario	Barrenado menor del necesario
Burda	15	10
Moderada	25	20
Sueva	60	70

TEMA I
1.7 Axiomas y teoremas básicos.

EJEMPLO 25

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la parte seleccionada tenga una condición moderada en la arista y una profundidad de barrenado menor que la requerida?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que la parte seleccionada tenga una condición moderada en la arista o una profundidad de barrenado menor que la requerida?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que la parte seleccionada no tenga una condición moderada en la arista o que no tenga una profundidad de barrenado menor que la requerida?
d) Construir un diagrama de Venn que represente los eventos de este espacio muestral.

TEMA I
1.8 Probabilidad Condicional

PROBABILIDAD CONDICIONAL

La probabilidad condicional de un evento A dado que ya ocurrió un evento B está dad por:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

TEMA I
1.8 Probabilidad Condicional

EJEMPLO 26

Dados dos eventos A y B tales que $P(A)=0.5$, $P(B)=0.3$ y $P(A \cap B)=0.1$, obtener:

a) $P(A|B)$

b) $P(B|A)$

c) $P(A \cap B | A \cup B)$

TEMA I
1.8 Probabilidad Condicional

EJEMPLO 27

Se examinan 100 discos de policarbonato, y se encuentra que algunos de ellos son resistentes a las rayaduras y a los golpes, los resultados se pueden observar en la siguiente tabla.

Resistencia a las rayaduras	**Resistencia a golpes**		
		Alta	Baja
	Alta	80	9
	Baja	6	5

TEMA I
1.8 Probabilidad Condicional

EJEMPLO 27

Resistencia a las rayaduras	Resistencia a golpes		
		Alta	Baja
	Alta	80	9
	Baja	6	5

a) Determinar la probabilidad de que el disco de policarbonato no sea resistente a golpes dado que es muy resistente a las rayaduras.

b) Determinar la probabilidad de que el disco de policarbonato sea muy resistente a las rayaduras dado que es poco resistente a los golpes.

TEMA I
1.8 Probabilidad Condicional

EJEMPLO 28

La probabilidad de que un automóvil al que se le llena el tanque de gasolina necesite también un cambio de aceite es de 0.25; la de que requiera un nuevo filtro de aceite, 0.40 y de que le haga falta tanto cambio de aceite como de filtro, 0.14.

a) Si debe cambiarse el aceite ¿cuál es la probabilidad de que necesite un filtro nuevo?
b) Si necesita un filtro nuevo, ¿cuál es la probabilidad de que requiera que se le cambie el aceite?

TEMA 1
1.9 Probabilidad de eventos independientes

INDEPENDENCIA ESTADÍSTICA

Dos eventos A y B son estadísticamente independientes si y sólo si se cumple:

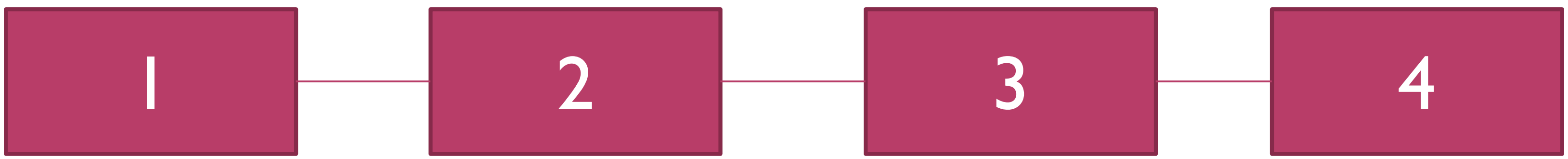
$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \ldots \cap A_n) = P(A_1) * P(A_2) * \cdots * \ P(A_n)$$

Por lo que $P(A|B)$=P(A)

1.9 Probabilidad de eventos independientes

EJEMPLO 29

Considerar un sistema de 4 componentes idénticos conectados en serie como se muestra.



Se sabe que la probabilidad que uno de los componentes falle es 0.14.¿Cuál es la probabilidad de que no falle el sistema?

TEMA I
1.8 Probabilidad Condicional

EJEMPLO 30

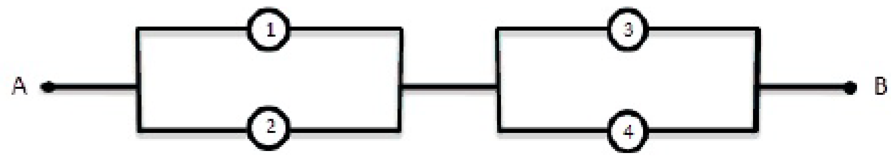
Supóngase que el componente de motor de una nave espacial consiste en dos motores en paralelo. Si el motor principal es 95% confiable, y el de respaldo, 80%, además de que el componente de motores en su totalidad es 99% confiable.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que en un sistema de motores como el descrito antes funcione el motor de respaldo dado que falle el motor principal?
b) ¿Es *P(funcione el motor de respaldo)=P(funcione el motor de respaldo falla el motor principal)*?
c) ¿Esperaba que fueran iguales? Explicar su respuesta.

TEMA I
Teoría de la Probabilidad

EJERCICIO DE CLASE 2

Los relevadores utilizados en la construcción de circuitos eléctricos funcionan adecuadamente con una probabilidad de 0.9. Suponiendo que los circuitos operan en forma independiente, ¿cuál de los siguientes diseños de circuitos tiene la probabilidad más alta de que la corriente fluya cuando el relevador se encuentra activado? Justificar la respuesta.



A

B

TEMA I
1.10 Probabilidad total

PROBABILIDAD TOTAL

Sean los eventos $B_1, B_2, \ldots, B_k$ una partición exhaustiva y mutuamente excluyente del espacio muestral S, de tal forma que $P(B_i) \neq 0$ para $i = 1,2, \ldots, k$ entonces cualquier evento A en S:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{k} P(B_i \cap A) = \sum_{i=i}^{k} P(B_i) * P(A|B_i)$$

TEMA I
1.10 Probabilidad total

EJEMPLO 31

Una caja contiene 9000 componentes de los cuales 5% son defectuosos, una segunda caja contiene 7000 componentes de los cuales 40% son defectuosos. Existen otras 2 cajas con 6000 componentes cada una y 10% de defectuosos.

Si se selecciona aleatoriamente una caja, y de ella un componente, ¿cuál es la probabilidad de que el componente seleccionada sea defectuoso?

Si se vacían todos los componentes en una sola caja, y se selecciona aleatoriamente un componente, ¿cuál es la probabilidad de que el componente seleccionado sea defectuoso?

TEMA I
1.10 Probabilidad total

EJEMPLO 32

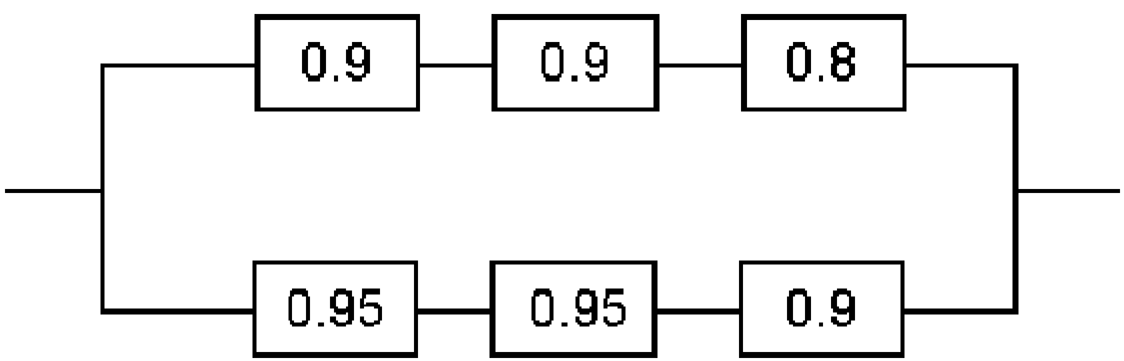
En el área de mecánica de los suelos se usa el término *licuación de arena* para designar el fenómeno en que una arena saturada pierde súbitamente su capacidad de carga al estar sometida a solicitaciones dinámicas como las generadas en los sismos. Este fenómeno puede ocasionar daños a las estructuras cimentadas en la arena. Por simplicidad, suponga que la intensidad de los sismos se clasifican en baja (B), moderada (M) y alta (A) y que la probabilidad de licuación para esas condiciones es 0.05, 0.20 y 0.90; además, la probabilidad anual de ocurrencia para sismos de esa intensidad es 0.90, 0.09 y 0.01

a) Determinar la probabilidad de licuación de arena el siguiente sismo.
b) Si la ocurrencia entre sismos es independiente, determinar la probabilidad que no haya licuación en los tres sismos próximos.

TEMA I
1.10 Probabilidad total

TAREA 5

- El circuito ilustrado abajo opera si y sólo si hay una trayectoria de dispositivos funcionales de izquierda a derecha. La probabilidad de que cada dispositivo funcione se indica en la ilustración. Supóngase que la probabilidad de que un dispositivo sea funcional no depende de si otros dispositivos son funcionales o no. ¿Cuál es la probabilidad de que el circuito opere?



TEMA I
1.10 Probabilidad total

TAREA 5

Si *ya Sabes quien* gana las elecciones, la probabilidad de cambio es 0.6, si lo hace el candidato políglota es 0.3 y si lo hace el esposo de Juana es 0.10. Las probabilidades de que ganen las elecciones *ya Sabes quien* , el candidato políglota o el esposo de Juana son 0.50, 0.20 y 0.30 respectivamente. Determinar la probabilidad de cambio.

TEMA I
1.11 Teorema de Bayes

TEOREMA DE BAYES

Sean los eventos $B_1, B_2, B_3, \ldots, B_k$ una partición exhaustiva y mutuamente excluyente del espacio muestral S, de tal forma que $P(B_i) \neq 0$ para $i = 1,2,3, \ldots, k$, entonces para cualquier evento A en S tal que $P(A) \neq 0$ se tiene:

$$P(B_r|A) = \frac{P(B_r \cap A)}{\sum_{i=1}^{k} P(B_i \cap A)} = \frac{P(B_r) * P(A|B_r)}{\sum_{i=1}^{k} P(B_i) * P(A|B_i)}$$

TEMA I
1.11 Teorema de Bayes

EJEMPLO 33

Tres máquinas denominadas A, B y C, producen un 43%, 26% y 31% de la producción total de una empresa respectivamente, se ha detectado que un 8%, 2% y 1.6% del producto manufacturado por estas máquinas es defectuoso.

a. Si se selecciona un producto al azar y se encuentra que es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que el producto haya sido fabricado en la máquina B?
b. Si el producto seleccionado resulta que no es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado en la máquina C?

TEMA I
1.11 Teorema de Bayes

EJEMPLO 34

Con base en varios estudios, una compañía ha clasificado de acuerdo con la posibilidad de encontrar petróleo, las formaciones geológicas en tres tipos. La compañía pretende perforar un pozo en un determinado sitio, al que se le asignan las probabilidades de 0.35, 0.4 y 0.25 respectivamente. De acuerdo con la experiencia, se sabe que el petróleo se encuentra en un 40% de las formaciones tipo I, en un 20% de formaciones tipo II y en un 30% del tipo III.

a) Si la compañía descubre petróleo en este sitio, determinar la probabilidad de que exista una formación del tipo III
b) Determinar la probabilidad de la existencia de una formación del tipo II si la compañía no encuentra petróleo en este sitio.

TEMA I
1.11 Teorema de Bayes

EJEMPLO 35

Un médico cirujano se especializa en cirugías estéticas. Entre sus pacientes, el 20% se realizan correcciones faciales, un 35% implantes mamarios y el restante en otras cirugías correctivas. Se sabe además, que son de genero masculino el 25% de los que se realizan correcciones faciales, 15% implantes mamarios y 40% otras cirugías correctivas. Si se selecciona un paciente al azar, determine:

a. La probabilidad de que sea de género masculino
b. Si resulta que es de género masculino, determine la probabilidad que se haya realizado una cirugía de implantes mamarios.

TEMA I
Teoría de la Probabilidad

EJERCICIO DE CLASE 3

Según la Publicación Num3ragua 2016 de la Comisión Nacional del Agua, en 2015 la cobertura de agua potable en todo el país fue del 92.5% de la población, de dónde el 95.7% fue en área urbana y el 81.6% era rural.

Según estos números, ¿Qué porcentaje de población se encontraba en el área rural y qué porcentaje en el área urbana en 2015?

TEMA I
1.11 Teorema de Bayes

EJEMPLO 36

Una prueba diagnóstica para el cáncer uterino tiene un coeficiente falso-positivo de 0.05 y falso-negativo de 0.1. Una mujer con una probabilidad pre-prueba de padecer la enfermedad de 0.15 tiene un resultado negativo con igual probabilidad, Calcular la probabilidad de que no esté enferma. El coeficiente falso-positivo se refiere a: el resultado es positivo, dado que la mujer no tiene la enfermedad y, el coeficiente falso-negativo se refiere a: el resultado es negativo, dado que la mujer tiene la enfermedad.

TEMA I
Teoría de la Probabilidad : REPASO

EJEMPLO

Una revista de noticias publica tres columnas tituladas «Arte» (A), «Libros» (B) y «Cine» (C). Los hábitos de lectura de un lector seleccionado al azar con respecto a estas columnas son:

Lee con regularidad	**A**	**B**	**C**	$A \cap B$	$A \cap C$	$B \cap C$	$A \cap B \cap C$
Probabilidad	0.14	0.23	0.37	0.08	0.09	0.13	0.05

TEMA I
Teoría de la Probabilidad : REPASO

EJEMPLO

Lee con regularidad	A	B	C	$A \cap B$	$A \cap C$	$B \cap C$	$A \cap B \cap C$
Probabilidad	0.14	0.23	0.37	0.08	0.09	0.13	0.05

a) Dibuja el diagrama de Venn que ilustre las probabilidades

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el lector seleccionado lea la columna de Arte dado que lee la columna de Libros y Cine?

TEMA I
Teoría de la Probabilidad : REPASO

EJEMPLO

Una empresa recibe visitantes en sus instalaciones y los hospeda en cualquiera de tres hoteles de la ciudad; Palacio del Sol, Sicomoros o Fiesta Inn, en una proporción de 18.5%, 32% y 49.5% respectivamente, de los cuales se ha tenido información de que se les ha dado un mal servicio en un 2.8%, 1% y 4% respectivamente.

a. Si se selecciona a un visitante al azar ¿cuál es la probabilidad de que no se le haya dado un mal servicio?
b. Si se selecciona a un visitante al azar y se encuentra que el no se quejó del servicio prestado, ¿cuál es la probabilidad de que se haya hospedado en el Palacio del Sol?
c. Si el visitante seleccionado se quejó del servicio prestado, ¿cuál es la probabilidad de que se haya hospedado en e hotel Fiesta Inn?

TEMA I
Teoría de la Probabilidad : REPASO

EJEMPLO

Al poco tiempo de ser puestos en servicio, algunos autobuses fabricados por cierta compañía presentan grietas en la parte inferior del bastidor principal; supóngase que una ciudad tiene 20 de estos autobuses y que han aparecido grietas en 8 de ellos.

a) ¿Cuántas formas hay de seleccionar una muestra de los 5 autobuses de los 20 para una inspección completa?

b) ¿En cuántas formas puede una muestra de 5 autobuses contener exactamente 4 con grietas visibles?

c) Si se escoge al azar una muestra de 5 autobuses, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 4 de los 5 tengan grietas visibles?

d) Si se seleccionan los autobuses como en el inciso (c), ¿cuál es la probabilidad de que al menos 4 de los seleccionados tengan grietas visibles?

TEMA I
Teoría de la Probabilidad : REPASO

EJEMPLO

La contaminación del aire en Ciudad de México se debe, casi en su totalidad, a las emisiones de dos fuentes: vehículos e industria. La probabilidad de controlar esas fuentes es 75% para los vehículos y 60% para la industria. Se estima que si se llegara a controlar alguna de esas fuentes, la contaminación podría controlarse con una probabilidad del 80%. Si hay independencia entre control vehicular e industrial:

a) Determinar la probabilidad de controlar la contaminación en la Ciudad de México.

b) Si la contaminación no se controla, determinar la probabilidad de que el programa de control de emisiones en los vehículos no es exitoso.

TEMA I
Teoría de la Probabilidad : REPASO

EJEMPLO

Con base en varios estudios, una compañía ha clasificado de acuerdo con la posibilidad de encontrar petróleo, las formaciones geológicas en tres tipos. La compañía pretende perforar un pozo en un determinado sitio, al que se le asignan las probabilidades de 0.35, 0.4 y 0.25 para los tres tipos de perforaciones respectivamente. De acuerdo con la experiencia, se sabe que el petróleo se encuentra en un 40% de formaciones tipo I, en un 20% de formaciones tipo II y en un 30% del tipo III.

a) Si la compañía descubre petróleo en ese sitio, determinar la probabilidad de que exista una formación del tipo III.
b) Determinar la probabilidad de la existencia de una formación del tipo II, si la compañía no encuentra petróleo en ese sitio.