# Temario

- 1. Teoría de la probabilidad
- **2. Variables aleatorias**
- 3. Variables aleatorias conjuntas
- 4. Modelos probabilísticos de fenómenos aleatorios discretos
- 5. Modelos probabilísticos de fenómenos aleatorios continuos

# Objetivo

- El alumno analizará el comportamiento de variables aleatorias discretas y continuas utilizando los fundamentos de la teoría de la probabilidad a través de sus parámetros.

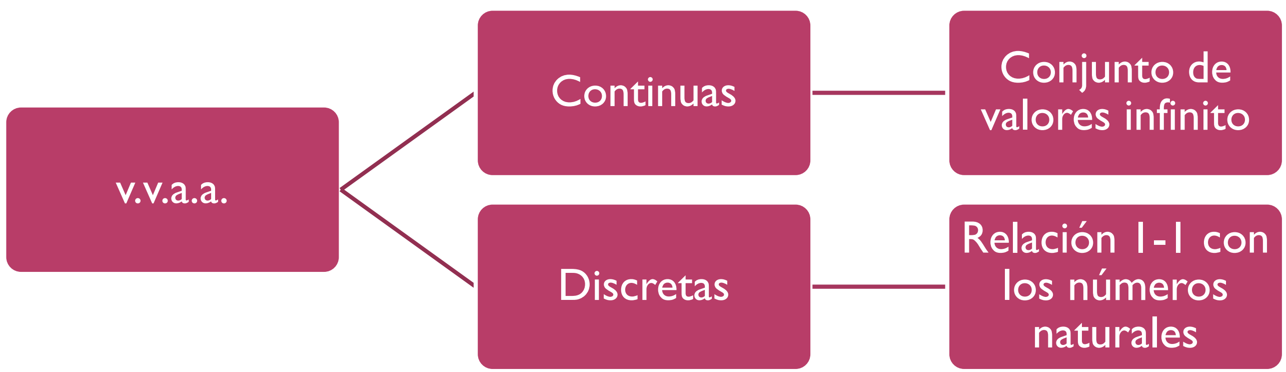
# Temario

- **2.1** Concepto de variable aleatoria.
- **2.2** Variable aleatoria discreta, función de probabilidad y sus propiedades. Función de distribución acumulativa y sus propiedades.
- **2.3** Variable aleatoria continua, función de densidad de probabilidad y sus propiedades. Función de distribución acumulativa y sus propiedades.
- **2.4** Valor esperado y sus propiedades.
- **2.5** Momentos con respecto al origen y a la media, variancia como segundo momento con respecto a la media e interpretación, propiedades de la variancia, función generadora de momentos.
- **2.6** Parámetros de las distribuciones de las variables aleatorias discretas y continuas. Medidas de tendencia central: media, mediana y moda. Medidas de dispersión: rango, desviación media, variancia, desviación estándar y coeficiente de variación. Medidas de forma: sesgo y curtosis.

# TEMA II
# Variables aleatorias: Concepto de v.a.

Una variable aleatoria es una función que asigna números reales a cada posible resultado de un experimento aleatorio.

Su dominio es el espacio muestral y su rango son los números reales.



# TEMA II
# Variables aleatorias: Concepto de v.a.

EJEMPLO 1

Se hace un experimento en el cual el número telefónico en cierto código de área es elegido con un marcador de números aleatorio. La variable aleatoria que define el experimento (Y) es:

$$Y = \begin{cases} 1;\ si\ el\ número\ no\ aparece\ en\ el\ directorio \\ 0;\ si\ el\ número\ sí\ aparece\ en\ el\ directorio \end{cases}$$

# TEMA II
# Variables aleatorias: Concepto de v.a.

EJEMPLO 2

En el lanzamiento de dos dados se desea calcular la probabilidad de que la suma de los dados sea mayor a 8.

a) Definir el espacio muestral del experimento.
b) Definir una variable aleatoria adecuada para el problema.
c) Calcular la probabilidad correspondiente.

# TEMA II
# Variables aleatorias: v.a. discretas

- Una variable aleatoria se dice discreta si solamente puede tomar valores de un conjunto numerable de valores.

$$f_X(x) = P(X = x)$$

Donde su dominio es:

# TEMA II
# Variables aleatorias: v.a. discretas

Propiedades de la función de densidad:

1) $0 \leq f_X(x) \quad , \forall\, x$

2) $\sum_{\forall\, x} \quad f_x(x) = 1$

3) $P(a \leq X \leq b) = \sum_{x=a}^{b} \quad f_X(x)$

También llamada función masa de probabilidad

# TEMA II
# Variables aleatorias: v.a. discretas

EJEMPLO 3

Considérese el lanzamiento de una moneda. Se desea observar el número de lanzamientos hasta que "caiga" por primera vez un sol. Obtener una expresión para la función de probabilidad y verificar que cumple con las primeras dos propiedades.

# TEMA II
# Variables aleatorias

EJEMPLO 4

Sea $f_X(x)$ una función de probabilidad para x=1, 2, 3, y 4.

Obtener el valor de k

| x | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $f_X(x)$ | $\frac{k}{2}$ | 0.3 | 0.1 | k |

# TEMA II
# Variables aleatorias

EJEMPLO 5

Al examinar pozos de agua en una región con respecto a dos tipos de impurezas encontradas frecuentemente en el agua potable, se encontró que el 20% de los pozos no revelaban impureza alguna, el 40% tenían la impureza del tipo A y el 50% la impureza del tipo B (naturalmente, algunas tenían ambas impurezas). Si se selecciona un pozo de la región al azar, obtener la distribución de probabilidad para $Y$, esto es, el número de impurezas encontradas en el pozo.

# TEMA II
# Variables aleatorias

## Función de distribución acumulativa (v.a. discreta)

La función de distribución acumulativa $F_X(x)$ de una variable aleatoria discreta $X$ con función masa de probabilidad $f_X(x)$ se define para cada número $x$ como:

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \sum_{i=-\infty}^{x} f_X(i)$$

# TEMA II
# Variables aleatorias

Propiedades de la Función de distribución acumulativa (v.a. discreta)

1) $0 \leq F_X(x) \leq 1$, para $-\infty < x < \infty$

2) $\sum_{x \to -\infty}^{x} f_X(x) = F_X(x)$

3) La función es no decreciente, es decir, si a es menor a b, entonces $F_X(b) \geq F_X(a)$

4) $P(a < X \leq b) = F_X(b) - F_X(a)$

EJEMPLO 6

La función de probabilidad de un experimento es la siguiente. Obtener la función de distribución acumulativa.

| $y$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $p(y)$ | 0.4 | 0.3 | 0.2 | 0.1 |

# TEMA II
# Variables aleatorias

EJEMPLO 7

El voltaje de una batería nueva puede ser aceptable (A) o inaceptable (U). Una linterna requiere de dos baterías para funcionar, por lo que se seleccionarán dos baterías al azar hasta encontrar dos aceptables. Suponga que el 90% de todas las baterías tiene carga aceptable. Sea Y el número de baterías que deben ser probadas.

a) ¿Cuál es la probabilidad de probar sólo 2 baterías para encontrar las dos aceptables?
b) ¿Cuál es la probabilidad de probar sólo 3 baterías para encontrar las dos aceptables?
c) ¿Cuál es la probabilidad de probar sólo 5 baterías para encontrar las dos aceptables?
d) Use el patrón de sus respuestas para obtener la fórmula general $F_Y(y)$

# TEMA II
# Variables aleatorias

TAREA 8

1. Una empresa de ventas en línea dispone de 6 líneas telefónicas. Sea Y el número de líneas en uso en un tiempo especificado. Suponga que la función de masa de probabilidad de Y es la de la tabla siguiente.

| $y$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $p(y)$ | 0.1 | 0.15 | 0.2 | 0.25 | 0.20 | 0.06 | 0.04 |

Calcule la probabilidad de cada uno de los siguientes eventos:

a) Cuando mucho tres líneas están en uso
b) Por lo menos cuatro líneas están en uso
c) Entre dos y cuatro líneas inclusive están en uso
d) Por lo menos hay 4 líneas libres (no están en uso)

# TEMA II
# Variables aleatorias

TAREA 8

2. Dos dados de seis caras son lanzados al aire en forma independiente. Sea M el valor máximo obtenido entre los dos dados (por lo tanto M(1,5)=5, M(3,4)=4, M(1,1)=1, etc.)

a) Obtener la función masa de probabilidad de M. [HINT: primero determine p(1), p(2), y así sucesivamente]

b) Determine la función de distribución acumulada de M y dibuje la gráfica.

# TEMA II
# Variables aleatorias

EJEMPLO 8

1. En un experimento donde se avienta un dado cargado de 4 caras los resultados de la función de probabilidad acumulada fueron los siguientes:

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $F_X(x)$ | 0.2 | 0.5 | 0.7 | 1 |

a) Determine la probabilidad de que el dado caiga en 3.

b) Determinar la probabilidad de que el dado caiga en 1 o en 4.

# TEMA II
# Variables aleatorias: v.a. continuas

Una variable aleatoria X se dice continua si puede tomar valores de un conjunto infinito no numerable de valores.

# TEMA II
# Variables aleatorias: v.a. discretas

Propiedades de la función de densidad:

1) $0 \leq f_X(x) \quad , \forall \, x$

2) $\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) dx = 1$

3) $P(a < X < b) = \int_a^b f_X(x) dx$

También llamada función masa de probabilidad

# TEMA II
# Variables aleatorias continuas

EJEMPLO 9

Sea X la cantidad de tiempo durante la cual un libro puesto en resera durante dos horas en la biblioteca en esta universidad es solicitado en préstamo por un estudiante, suponga que X tiene la función de densidad

$$f_X(x) = \begin{cases} 0.5x & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & en\ otro\ caso \end{cases}$$

Calcule las siguientes probabilidades:

*a)* $P(X \leq 1)$

*b)* $P(0.5 \leq X \leq 1.5)$

*c)* $P(X > 1.5)$

# TEMA II
# Variables aleatorias continuas

EJEMPLO 10

El tiempo requerido por los estudiantes para presentar un examen de una hora es una variable aleatoria con una función de densidad dada por

$$f_Y(y) = \begin{cases} cy^2 + y & ;\ 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & ;\ en\ otro\ caso \end{cases}$$

a) Determinar el valor de c
b) Trazar la gráfica de $f_Y(y)$
c) Calcular la probabilidad de que un estudiante termine en menos de media hora.
d) Dado que cierto estudiante necesita al menos 15 minutos para presentar el examen, obtener la probabilidad de que necesite al menos 30 minutos para terminarlo.

# TEMA II
# Variables aleatorias continuas

Propiedades de la Función de distribución acumulativa (v.a. continua)

1) $0 \leq F_X(x) \leq 1$, para $-\infty < x < \infty$

2) $\int_{-\infty}^{x} f_x(x) = F_X(x)$

3) La función es no decreciente, es decir, si a es menor a b, entonces $F_X(b) \geq F_X(a)$

4) $P(a < X \leq b) = F_X(b) - F_X(a)$

# TEMA II
# Variables aleatorias continuas

EJEMPLO 11

Suponga que la función de densidad de probabilidad de la magnitud X de una carga dinámica sobre un puente (en Newtons) está dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{8} + \frac{3}{8}x & ;0 \leq x \leq 2 \\ 0 & ;en\ otro\ caso \end{cases}$$

a) Obtener la función de distribución acumulada
b) Obtener la probabilidad de que la carga se encuentre entre 1 y 1.5.
c) Obtener la probabilidad de que la carga sea mayor a uno.

# TEMA II
# Variables aleatorias: MOMENTOS

## MOMENTOS

Se define a los Momentos con respecto del punto ***v*** y de orden ***r*** de la variable aleatoria X como:

$$M_r(v) = \begin{cases} \sum (x_i - v)^r f(x_i) \quad v.v.a.a\ discretas \\ \int_{-\infty}^{\infty} (x - v)^r f(x) dx \quad v.v.a.a.continuas \end{cases}$$

Momentos con respecto al origen v = 0.

Momentos con respecto a la media v = μ.

# TEMA II
# Variables aleatorias: MOMENTOS

1. Media, valor esperado o esperanza matemática

$$E(X) = \mu = \begin{cases} \sum_{\forall x} x_i f_X(x_i)\,; X\ discreta \\ \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx\,; X\ continua \end{cases}$$

Primer momento con respecto al origen.

Es el promedio que se espera suceda, al repetir el experimento en forma independiente una gran cantidad de veces.

# TEMA II
# Variables aleatorias

EJEMPLO 12

La función masa de probabilidad de el número de defectos importantes en un aparato eléctrico de un tipo (X) seleccionado al azar es:

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f_X(x)$ | 0.08 | 0.15 | 0.45 | 0.27 | 0.05 |

Obtener el número de defectos esperado en ese aparato eléctrico.

EJEMPLO 13

Sea X la cantidad de espacio ocupado por un artículo colocado en un contenedor de un pie cúbico, la función de probabilidad está dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} 90x^8(1-x) & ;0 < x < 1 \\ 0 & ;en\ otro\ caso \end{cases}$$

¿Cuál es el espacio esperado que ocupe cualquier artículo?

# TEMA II
# Variables aleatorias

Propiedades del valor esperado

1. El valor esperado de una constante es la misma constante: $E(c) = c$
2. El valor esperado de una variable aleatoria por una constante, es la constante por valor esperado de la v.a.: $E(cX) = cE(X)$
3. $E(aX + b) = aE(X) + b$
4. Si $g(x)$ es una función de X, entonces:

$$E(X) = \mu = \begin{cases} \sum_{\forall x} x_i f_X(x_i) \,; X \; discreta \\ \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx \,; X \; continua \end{cases}$$

# TEMA II
# Variables aleatorias

TAREA 9

1) Un geólogo desea marcar una región de muestreo circular de 10 metros de radio. Sin embargo, el radio de la región resultante en realidad es una variable aleatoria R con función de densidad de probabilidad:

$$f_x(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}[1-(10-r)^2] & ; 9 \leq r \leq 11 \\ 0 & ; en\ otro\ caso \end{cases}$$

¿Cuál es el área esperada de la región circular resultante?

## EJEMPLO 14

Sea X el número de cursos en los cuáles un estudiante de esta facultad está inscrito, y su función de probabilidad está dad por:

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_X(x)$ | 0.01 | 0.03 | 0.13 | 0.25 | 0.39 | 0.17 | 0.02 |

¿cuál es el número de materias al que se espera que un alumno de esta facultad esté inscrito?

# TEMA II
# Variables aleatorias

EJEMPLO 15

La función de probabilidad acumulada de las ventas semanales de grava (Y) en toneladas está dada por:

$$F_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{2}(3y - y^3); & 0 \leq y \leq 1 \\ 0; & en\ otro\ caso \end{cases}$$

¿Cuál es la venta esperada de venta de grava en toneladas para una semana cualquiera?

# TEMA II
# Variables aleatorias continuas

EJEMPLO 16

El peso de lectura real de una pastilla de estéreo ajustado a 3 gramos en un tocadiscos particular puede ser considerado como una variable aleatoria continua X con función de densidad de probabilidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} k[1-(x-3)^2] & ;2 \leq x \leq 4 \\ 0 & ;en\ otro\ caso \end{cases}$$

a) Trace la gráfica de $f_X(x)$
b) Determine el valor de k
c) ¿Cuál es la probabilidad de que el peso real de lectura tenga una diferencia no mayor de 0.25 gramos del peso prescrito? HINT: 3-0.25 a 3+0.25

# EJEMPLO 17

Un automovilista desea asegurar su coche por 50,000 U.M. La compañía aseguradora estima que una pérdida total puede ocurrir con una probabilidad de 0.002, un 50% de pérdida con una probabilidad de 0.01 y un 25% de pérdida con una probabilidad de 0.1. Ignorando todas las otras pérdidas parciales, ¿qué prima deberá cobrar anualmente la compañía aseguradora para tener una utilidad promedio por automóvil de 500 U.M.?

# TEMA II
# Variables aleatorias: Función Generadora de Momentos

La función generadora de momentos es un valor esperado

$$M_X(\theta) = E\left[e^{\theta x}\right]$$

Donde θ es una constante

## EJEMPLO 18

Sea X el número de cursos en los cuáles un estudiante de esta facultad está inscrito, y su función de probabilidad está dad por:

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_X(x)$ | 0.01 | 0.03 | 0.13 | 0.25 | 0.39 | 0.17 | 0.02 |

¿Obtener el número de materias al que se espera que un alumno de esta facultad esté inscrito con el método de momentos?

EJEMPLO 19

Sea X la v.a. con función de densidad.

$$f_X(x) = \begin{cases} 2e^{-2x} & x > 0 \\ 0 & en\ otro\ caso \end{cases}$$

Obtener el tercer y el cuarto momento utilizando la función generadora.

EJEMPLO 20

Sea X la v.a. con función de densidad.

$$f_X(x) = \begin{cases} e^{-3x} & x > 0 \\ 0 & en\ otro\ caso \end{cases}$$

Obtener el valor esperado de la función mediante la función generadora de momentos

# Variables aleatorias: Función Generadora de Momentos

TAREA 10

Sea X la v.a. con función de densidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{2}x} & x > 0 \\ 0 & en\ otro\ caso \end{cases}$$

Obtener el segundo momento de la función de densidad mediante la función generadora de momentos.

# TEMA II
# Variables aleatorias

## PARÁMETROS DE LAS DISTRIBUCIONES DE LAS V.V.A.A.

- Parámetros de distribuciones
  - Medidas de tendencia central
    - Media
    - Mediana
    - Moda
  - Medidas de dispersión
    - Desviación Media
    - Variancia
    - Desviación estándar
    - Coeficiente de variación
  - Medidas de forma
    - Sesgo
    - Curtosis

# TEMA II
# Variables aleatorias: Medidas de tendencia central

## Media

- La media o valor esperado, que también recibe el nombre de esperanza matemática, se estudió antes. Se denota por $\mu$.

## Moda

- Es aquel valor para el cual la función de probabilidad o función de densidad, toma su valor máximo. Se denota por $x_{mo}$.

- **Mediana**

Es aquel valor para el cual la probabilidad de que la variable aleatoria tome valores menores o iguales a dicho valor es 0.5. Se denota por $\tilde{x}$.

Matemáticamente, la mediana es el valor tal que se cumple:

$$P(X \leq \tilde{x}) = 0.5$$

EJEMPLO 21

Dada la función de densidad de la v.a. X, obtener la media, mediana y moda.

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f_X(x)$ | 0.08 | 0.15 | 0.45 | 0.27 | 0.05 |

# INTERPOLACIÓN LINEAL

El número acumulado de turistas que visitaron cierta ciudad a en el periodo 1975-1990 está reflejado en la siguiente tabla:

| *Años* | *1975* | *1980* | *1985* | *1990* |
|---|---|---|---|---|
| **Millones de turistas** | 24,1 | 30,1 | 38,1 | 43,2 |

Calcular el número de turistas estimado que visitó dicha ciudad en 1978 y en 1983.

# INTERPOLACIÓN LINEAL

En la siguiente tabla se recogen las presiones de vapor de agua en función de la temperatura:

| | | |
|---|---|---|
| x: temperatura (C°) | 8 | 25 |
| y: presión (mm Hg) | 9.3 | 32.2 |

a) Calcula por interpolación lineal la presión del vapor de agua a la temperatura x = 20 °C

EJEMPLO 22

La función de probabilidad de las ventas semanales de grava (Y) en toneladas está dada por:

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{2}(3 - 3y^2); & 0 \leq y \leq 1 \\ 0; & en\ otro\ caso \end{cases}$$

Obtener la media, mediana y moda de la función de probabilidad.

EJEMPLO 23

Considere la función de densidad de probabilidad del tiempo de espera total Y de dos camiones

$$f_Y(y) = \begin{cases} \dfrac{1}{25}y & 0 \le y \le 5 \\ \dfrac{2}{5} - \dfrac{1}{25}y & 5 \le y \le 10 \\ 0 & en\ otro\ caso \end{cases}$$

Obtener las medidas de tendencia central de la distribución

# TEMA II
# Variables aleatorias: medidas de tendencia central

TAREA 11

1. Dada la función de densidad de la v.a. X, obtener la media, mediana y moda.

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_X(x)$ | 0.2 | 0.05 | 0.25 | 0.35 | 0.1 | 0.05 |

2. La demanda semanal de gas propano (en miles de galones) de una instalación en particular es una variable aleatoria X con función de densidad de probabilidad

$$f_X(x) = \begin{cases} 2\left(1 - \dfrac{1}{x^2}\right) & 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & en\ otro\ caso \end{cases}$$

Obtenga las medidas de tendencia central de la función.

# EJERCICIO DE CLASE

En equipos de tres resolver el siguiente ejercicio:

Sea X una variable aleatoria continua con función de distribución acumulativa:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{x}{4}\left[1 + \ln\left(\frac{4}{x}\right)\right] & 0 < x \leq 4 \\ 1 & x > 4 \end{cases}$$

a) Obtener $P(X < 2)$

b) Obtener $P(X \geq 3)$

c) Obtener el la función de densidad de probabilidad.

## MEDIDAS DE DISPERSIÓN: DESVIACIÓN MEDIA

Es el valor esperado de la diferencia en valor absoluto entre los valores de la variable aleatoria y su media..

$$DM = \begin{cases} \displaystyle\sum_{i=1}^{\infty} |x_i - \mu| f_X(x_i) \quad v.v.a.a.discretas \\ \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} |x_i - \mu| f_X(x) dx \quad v.v.a.a.continuas \end{cases}$$

$$DM_X = E[|X - \mu|]$$

# TEMA II
# Análisis estadístico de datos muestrales

## MEDIDAS DE DISPERSIÓN: VARIANCIA

Es el promedio cuadrado de la diferencia de la variable aleatoria y su media.

$$\sigma^2 = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} (x_i - \mu)^2 f_X(x) dx & v.v.a.a. continuas \\ \sum_{\forall x} (x_i - \mu)^2 f_X(x) & v.v.a.a. discretas \end{cases}$$

$$VAR[X] = \sigma^2 = E[(X - \mu)^2] = E[X^2] - \mu^2$$

## MEDIDAS DE DISPERSIÓN: VARIANCIA

1. La variancia de una constante es 0.
$$VAR[c] = 0$$
2. La variancia de una constante por la variable aleatoria es el cuadrado de la constante por la variancia de la variable aleatoria.
$$VAR[cX] = c^2 VAR[X]$$

## MEDIDAS DE DISPERSIÓN: DESVIACIÓN ESTANDAR O TÍPICA

Es la raíz cuadrada positiva de la variancia.

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{VAR[X]}$$

# TEMA II
# Análisis estadístico de datos muestrales

- MEDIDAS DE DISPERSIÓN: COEFICIENTE DE VARIACIÓN

Mide la dispersión relativa a la media de una distribución de probabilidad, y se utiliza para comparar la dispersión de dos distribuciones de probabilidad.

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

EJEMPLO 23

Considérese una variable aleatoria continua con la función de densidad dada por

$$f_X(x) = \begin{cases} x & ; 0 < x < 1 \\ 2 - x & ; 1 \le x \le 2 \\ 0 & ; en\ otro\ caso \end{cases}$$

Obtener las medidas de dispersión de la función de distribución.

MEDIDAS DE FORMA: Sesgo

El coeficiente de sesgo mide el grado de simetría de una distribución de probabilidad. Se define como el tercer momento con respecto a la media estandarizado. Se denota por:

$$a_3(X) = \frac{M_3}{\sigma_X^3}$$

El sesgo se compara con cero.

## MEDIDAS DE FORMA: Curtosis

El coeficiente de curtosis mide el grado de aplanamiento, o bien, indica que tan puntiaguda es la distribución. Se define como el cuarto momento con respecto a la media estandarizado. Se denota por:

$$a_4(X) = \frac{M_4}{\sigma_X^4}$$

Este valor se compara con el número 3.

EJEMPLO 24

Considérese una variable aleatoria continua con la función de densidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} x & 0 < x < 1 \\ 2 - x & 1 \leq x < 2 \\ 0 & en\ otro\ caso \end{cases}$$

Determinar el sesgo y la curtosis de la variable aleatoria X.

# TEMA II
# Análisis estadístico de datos muestrales

TAREA 12

La función de distribución acumulativa del tiempo de préstamo X es:

$$F_X(X) = \begin{cases} 0 & ; 0 > x \\ \dfrac{x^2}{4} & ; 0 \leq x < 2 \\ 1 & ; x \geq 2 \end{cases}$$

Obtenga las medidas de tendencia central y de dispersión de la función de distribución.

HINT: el dato es función acumulativa, no de densidad