Nombre: Murrieta Villegas Alfonso • Fecha: 20/08/2018

Cálculo Vectorial - Grupo 32 • Tarea núm: 3

10

▶ Hallar los máximos y mínimos de

$$f(x,y) = x^3 + y^3 - 6x^2 + 6y^2 + 8$$

① Derivadas | 2° Orden | Mixta

$f_x = 3x^2 - 12x$ | $f_{xx} = 6x - 12$ | $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = f_{xy} = 0$

$f_y = 3y^2 + 12y$ | $f_{yy} = 6y + 12$ |

② Puntos Críticos

$3x^2 - 12x = 0$; $x^2 - 4x = 0$; $x(x-4) = 0 < \begin{matrix} x_1 = 0 \\ x_2 = 4 \end{matrix}$ ✓

$3y^2 + 12y = 0$; $y^2 + 4y = 0$; $y(y+4) = 0 - \begin{matrix} y_1 = 0 \\ y_2 = -4 \end{matrix}$ ✓

∴ Puntos Críticos | $P_1(0,0)$, $P_2(0,-4)$, $P_3(4,0)$, $P_4(4,-4)$ ✓

③ Determinante Hessiana $\Delta = (f_{xx})(f_{yy}) - (f_{xy}) = (6x-12)(6+12)$

④ Evaluando Puntos

• $\Delta_{(0,0)}| = (-12)(+12) < 0$; Punto silla en $(0,0)$ // ✓

• $\Delta(4,-4)| = (12)(-12) < 0$; Punto silla en $(4,-4)$ // ✓

• $\Delta(0,-4)| = (-12)(-12) > 0$; Punto crítico ✓

↳ $f_{xx} = 6(0) - 12 < 0$ ∴ Es un máximo relativo //

• $\Delta(4,0)| = (12)(12) > 0$; Punto crítico ✓

↳ $f_{yy} = 12 > 0$ ∴ Es un mínimo relativo //

Nombre: Murrieta Villegas Alfonso   Fecha: 22/8/2018

Cálculo Vectorial | Grupo 32   Tarea_núm: 4

10

$$f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 - x^2y + 2y - 9z$$

▶ Derivadas | 2° Orden | Mixtas

Derivadas	2° Orden	Mixtas
$f_x = 2x - 2yx$	$f_{xx} = 2 - 2y$	$f_{xy} = -2x$
$f_y = 2y - x^2 + 2$	$f_{yy} = 2$	$f_{xz} = 0$
$f_z = 2z - 9$	$f_{zz} = 2$	$f_{yz} = 0$

▶ Puntos

I) • $2x - 2xy = 0$

II) • $2y - x^2 + 2 = 0$; $2y = x^2 - 2$

III) • $2z - 9 = 0$; $z = 9/2$ ✓

• sustituyendo II en I

$2x - x(x^2 - 2) = 0$; $2x - x^3 + 2x = 0$

$-x^3 + 4x = 0$; $-x(x^2 - 4) = 0$

$x_1 = 0 \quad x_2 = -2 \quad x_3 = 2$ ✓

• sustituyendo x en II

$x_1 = 0$; $2y + 2 = 0$; $y_1 = -1$

$x_2 = -2$; $2y - 4 + 2 = 0$; $y_2 = 1$ ✓

$x_3 = 2$; $2y - 4 + 2 = 0$; $y_3 = 1$

Puntos Críticos

$P_1(0, -1, 9/2)$

$P_2(-2, 1, 9/2)$ ✓

$P_3(2, 1, 9/2)$

▶ Matriz

$$H = \begin{bmatrix} f_{xx} & f_{xy} & f_{xz} \\ f_{yx} & f_{yy} & f_{yz} \\ f_{zx} & f_{zy} & f_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-2y & -2x & 0 \\ -2x & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [2-2y]-\lambda & -2x & 0 \\ -2x & 2-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 2-\lambda \end{bmatrix}$$

• Evaluando puntos

$$\Delta_{H(0,1,9/2)} = \begin{bmatrix} (4-\lambda) & 0 & 0 \\ 0 & (2-\lambda) & 0 \\ 0 & 0 & (2-\lambda) \end{bmatrix} =$$ Todos positivos

∴ Es un mínimo relativo //

$$\Delta_{(2,1,9/2)} = \begin{bmatrix} (-\lambda) & (-4) & 0 \\ (-4) & (2-\lambda) & 0 \\ 0 & 0 & (2-\lambda) \end{bmatrix} = (-\lambda)(2-\lambda)(2-\lambda) - (16)(2-\lambda)$$

$$= \underline{(2-\lambda)}\left[(-\lambda)(2-\lambda) - 16\right] = 0$$

$$\lambda^2 - 2\lambda - 16 = 0$$

$$\lambda = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4(1)(-16)}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{4+64}}{2}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{68}}{2}$$ ← ∴ λ son diferentes

∴ Punto silla //

$$\Delta_{H(-2,1,9/2)} = \begin{bmatrix} (-\lambda) & 4 & 0 \\ 4 & (2-\lambda) & 0 \\ 0 & 0 & (2-\lambda) \end{bmatrix} = (-\lambda)(2-\lambda)(2-\lambda) - (16)(2-\lambda)$$

$$= (2-\lambda)\left[(-\lambda)(2-\lambda) - 16\right] = 0$$

∴ Mismo caso que el anterior | ∴ λ son diferentes

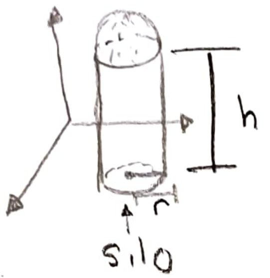
∴ Punto silla //

Murrieta Villegas Alfonso
Cálculo Vectorial

10

Fecha 23/08/2018
Tarea. Núm: 5

▶ Obtener las dimensiones de un silo de almacenamiento formado por un cilindro que tiene en la parte superior a una esfera, de modo que se tenga un volumen máximo, si el área de la lamina con que se cuenta para construirlo es de 215 [m^2]



Lamina = 215 [m^2] ← F. Restricción

- Volumen Cilindro $= [(\pi)(r^2)][h]$
- Área del cilindro $= \underbrace{[(\pi)(r^2)]}_{\text{Base}} + \underbrace{[[\pi\ 2r](h)]}_{\text{Cara principal}}$
- Volumen esfera $= \dfrac{\left(\dfrac{4\pi r^3}{3}\right)}{2} = \dfrac{2\pi}{3} r^3$ ← media esfera
- Área esfera $= \dfrac{4\pi r^2}{2} = 2\pi r^2$ ← media esfera

∴ Funciones

- Volumen $= [(\pi) r^2][h] + \left[\dfrac{2\pi}{3} r^3\right]$ ← Función Objetivo
- (Área) = Lamina $= [\pi r^2] + [[\pi\ 2r][h]] + [2\pi r^2] = 215$ ← Función restricción

→ Lamina$(r,h) = 3\pi r^2 + 2\pi r h - 215 = 0$ ← Restricción
→ Volumen$(r,h) = \pi r^2 h + \dfrac{2\pi}{3} r^3$ ← Objetivo

∴ Función Lagrange

$\mathcal{L} = [F.Ob] + \lambda[F.Restricción]$

$$\mathcal{L} = \pi r^2 h + \frac{2}{3}\pi r^3 + \lambda\left[3\pi r^2 + 2\pi r h - 215\right]$$

① $$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r} = 2\pi h r + 2\pi r^2 + 6\pi\lambda r + 2\pi\lambda h = 0$$

② $$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h} = \pi r^2 + 2\pi\lambda r = 0 ;\ \lambda = \frac{-\cancel{\pi} r^{\cancel{2}}}{2\cancel{\pi}\cancel{r}} = -\frac{1}{2} r \ ✓$$

③ $$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 3\pi r^2 + 2\pi r h - 215 = 0$$

Sustituyendo ② en ①

- $2\pi h r + 2\pi r^2 + 6\pi\left(-\frac{1}{2} r\right) r + 2\pi\left(-\frac{1}{2} r\right) h = 0 ;$

  $\cancel{2}\pi h r + 2\pi r^2 - 3\pi r^2 - \cancel{\pi r h} = 0 ;\ -\pi r^2 + \pi h r = 0$

  ④ $\therefore\ \cancel{\pi} h \cancel{r} = \cancel{\pi} \cancel{r} r ;\ h = r$ ✓

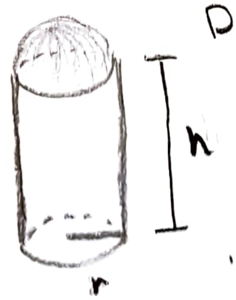
$\therefore\ 3\pi r^2 + 2\pi r^2 = 215 ;\quad 5\pi r^2 = 215$

$$r = \pm\sqrt{\frac{215}{5\pi}} = \pm\sqrt{\frac{43}{\pi}}$$

* Descartamos el negativo debido a las condiciones del problema (No hay metros negativos)

$$\frac{215}{5} = 43 \ \therefore \ \sqrt{\frac{43}{\pi}}$$

Conclusión



Dimensiones

$$h = r = \sqrt{\frac{43}{\pi}}$$ ✓ //

Nota:
Es el mismo radio el del cilindro que el de la esfera

Murrieta Villegas Alfonso
Cálculo Vectorial

Fecha: 17/04/2018
Tarea. Núm: ~~5~~ 6

8.5

1] Determinar una ecuación cartesiana de la curva

$$\bar{r}(t) = \underbrace{(\sqrt{t})\hat{i}}_{x\hat{i}} + \underbrace{(2-t)\hat{j}}_{y\hat{i}}$$

▸ Ecuaciones paramétricas

$$\therefore \quad C: \begin{cases} x = \sqrt{t} \\ y = 2-t \end{cases}$$

; • t es el parámetro
• $t \geq 0$

• Desparametrizar

$x = \sqrt{t}$; $t = x^2$

$\therefore \; y = 2 - x^2$ // $x \geq 0$

// Parábola vértice en 2

▸ La ecuación cartesiana

$$C: \{ \; y = 2 - x^2$$

2] Encontrar la longitud de arco de la curva

$\bar{r}(t) = \cos t\,\hat{i} + \operatorname{sen} t\,\hat{j} + t\,\hat{k}$ desde $P(1,0,0)$ hasta $Q(1,0,2\pi)$

• $s = \int_a^b \| \bar{r}\,'(t) \| \, dr$

• $\bar{r}(t) = \cos t\,\hat{i} + \operatorname{sen} t\,\hat{j} + t\,\hat{k}$; $\bar{r}\,'(t) = -\operatorname{sen} t\,\hat{j} + \cos t\,\hat{j} + \hat{k}$

$\| \bar{r}\,'(t) \| = \sqrt{\underbrace{(-\operatorname{sen} t)^2 + (\cos t)^2}_{1} + (1)^2} = \sqrt{2}$

$\therefore \; s = \int_a^b \sqrt{2} \, dr = \sqrt{2}\, r \Big|_0^{2\pi} = \sqrt{2}\, 2\pi \; [u.L]$ //

$* \; d(Q,P) = \sqrt{(1-1)^2 + (0-0)^2 + (2\pi - 0)^2} = 2\pi$

- Murrieta Villegas Alfonso
- Cálculo Vectorial

Fecha: 19/09/2018

Tarea núm: 7

10

- Una partícula se mueve según la ley de posiciones:

$$\bar{r}(t) = (t-1)^3\,\hat{i} + (3t^2-8t)\,\hat{j} + (2t+4)\,\hat{k}$$

Calcular el vector $\bar{a}_N$ de la partícula en el punto donde $t=2$

▶ Aplicando

$$\bar{a}_N = \bar{r}''(t) - \left[\frac{\bar{r}'(t)\cdot\bar{r}''(t)}{\|\bar{r}'(t)\|}\right]\left[\frac{\bar{r}'(t)}{\|\bar{r}'(t)\|}\right]$$

▶ Derivando

$$\bar{r}(t) = (t-1)^3\,\hat{i} + (3t^2-8t)\,\hat{j} + (2t+4)\,\hat{k}$$

$$\bar{r}'(t) = 3(t-1)^2\,\hat{i} + (6t-8)\,\hat{j} + (2)\,\hat{k} \;;\; \bar{r}'(2) = 3\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\bar{r}''(t) = 6(t-1)\,\hat{i} + 6\,\hat{j} + \cancel{0\hat{k}} \;;\; \bar{r}''(2) = 6\hat{i} + 6\hat{j}$$

▶ Sustituyendo

$$\bar{a}_N = (6\hat{i}+6\hat{j}) - \left[\frac{(3\hat{i}+4\hat{j}+2\hat{k})\cdot(6\hat{i}+6\hat{j})}{\sqrt{(3\hat{i})^2+(4\hat{j})^2+(2\hat{k})^2}}\right]\left[\frac{3\hat{i}+4\hat{j}+2\hat{k}}{\sqrt{(3\hat{i})^2+(4\hat{j})^2+(2\hat{k})^2}}\right]$$

$$= 6\hat{i}+6\hat{j} - \left[\frac{18+24+0}{\sqrt{9+16+4}}\right]\left[\frac{3\hat{i}+4\hat{j}+2\hat{k}}{\sqrt{9+16+4}}\right]$$

$$= 6\hat{i}+6\hat{j} - \left[\frac{42}{\sqrt{29}}\right]\left[\frac{3\hat{i}+4\hat{j}+2\hat{k}}{\sqrt{29}}\right];\; 6\hat{i}+6\hat{j} - \left[\left(\frac{42}{29}\right)3\hat{i}+4\hat{j}+2\hat{k}\right]$$

$$= [6\hat{i}+6\hat{j}] - \left[\frac{126}{29}\hat{i} + \frac{168}{29}\hat{j} + \frac{84}{29}\hat{k}\right] = \frac{48}{29}\hat{i} + \frac{6}{29}\hat{j} - \frac{84}{29}\hat{k}$$

$$\therefore\; \bar{a}_N = \frac{48}{29}\hat{i} + \frac{6}{29}\hat{j} - \frac{84}{29}\hat{k}$$

- Murrieta Villegas Alfonso
- Cálculo Vectorial

- Fecha: 24/09/2018
- Tarea Núm: 8

10

▶ Sea la curva C con la ecuación

$\bar{r}(t) = \text{sen}\,t\,\hat{i} + 2\,\text{sen}\,t\,\hat{j} + 3\cos t\,\hat{k}$

Empleando el concepto de curvatura y torsión, determinar si la curva es plana.

▶ Previo

- $\tau = 0$; Curva Plana | $\tau = -\dfrac{\bar{f}'(x) \times \bar{f}''(x) \cdot \bar{f}'''(x)}{\| \bar{f}'(x) \times \bar{f}''(x) \|^2}$

▶ Derivadas

$\frac{d}{dx}\cos x = -\text{sen}\,x$

$\bar{r}(t) = \text{sen}\,t\,\hat{i} + 2\,\text{sen}\,t\,\hat{j} + 3\cos t\,\hat{k}$

$\bar{r}'(t) = \cos t\,\hat{i} + 2\cos t\,\hat{j} - 3\,\text{sen}\,t\,\hat{k}$

$\bar{r}''(t) = -\text{sen}\,t\,\hat{i} - 2\,\text{sen}\,t\,\hat{j} - 3\cos t\,\hat{k}$

$\bar{r}'''(t) = -\cos t\,\hat{i} - 2\cos t\,\hat{j} + 3\,\text{sen}\,t\,\hat{k}$

▶ Sustituyendo en τ

$$\tau = -\frac{[\cos t\,\hat{i} + 2\cos t\,\hat{j} - 3\,\text{sen}\,t\,\hat{k}] \times [-\text{sen}\,t\,\hat{i} - 2\,\text{sen}\,t\,\hat{j} - 3\cos t\,\hat{k}] \cdot \bar{r}'''(t)}{\| [\cos t\,\hat{i} + 2\cos t\,\hat{j} - 3\,\text{sen}\,t\,\hat{k}] \times [-\text{sen}\,t\,\hat{i} - 2\,\text{sen}\,t\,\hat{j} - 3\cos t\,\hat{k}] \|^2}$$

$$\bar{f}'(x) \times \bar{f}''(x) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & k \\ \cos t & 2\cos t & -3\,\text{sen}\,t \\ -\text{sen}\,t & -2\,\text{sen}\,t & -3\cos t \end{vmatrix} = [-6\cos^2 t - 6\,\text{sen}^2 t][\hat{i}] - [-3\cos^2 t - 3\,\text{sen}^2 t][\hat{j}] + \overset{0}{[\cancel{-2\cos t\,\text{sen}\,t + 2\,\text{sen}\,t\cos t}]}\,\hat{k} =$$

- $-6(\cancel{\cos^2 t + \text{sen}^2 t}) = -6$
- $-3(\cancel{\cos^2 t + \text{sen}^2 t}) = -3$
- $-2\cos t\,\text{sen}\,t + 2\,\text{sen}\,t\cos t = 0$

$\therefore \bar{f}'(x) \times \bar{f}''(x) = -6\,\hat{i} + 3\,\hat{j} + 0\,\hat{k}$ //

$$\|\bar{f}'(x) \times \bar{f}''(x)\| = \sqrt{(-6)^2 + (3)^2 + (0)^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45}$$

$$[\bar{f}'(x) \times \bar{f}''(x)] \cdot \bar{f}'''(x) = [-6\hat{i} + 3\hat{j}] \cdot [-\cos t\,\hat{i} - 2\cos t\,\hat{j} + 3\,\text{sen}\,t\,\hat{k}]$$

$$= (-6)(-\cos t) + (3)(-2\cos t) + \cancel{(0)(3\,\text{sen}\,t)}$$

$$= 6\cos t - 6\cos t = 0$$

$$\therefore \tau = -\frac{0}{[\sqrt{45}]^2} = 0 \left[\frac{1}{u.L}\right]$$

$\therefore \bar{r}(t) = \text{sen}\,t\,\hat{i} + 2\,\text{sen}\,t\,\hat{j} + 3\cos t\,\hat{k}$ es una curva plana

▶ Murrieta Villegas Alfonso • Fecha: 3/08/2018

▶ Cálculo Vectorial • Tarea. Núm: 9

10

Sabiendo que | $T^{-1}: \begin{cases} u = y - x \\ v = y + 2x \end{cases}$

Utilizar coordenadas curvilíneas para calcular el área de la región limitada por las rectas de ecuaciones

$y - x = 0$; $y - x = 2$; $y + 2x = 0$; $y + 2x = 6$

Ecuaciones de Transformación | $T^{-1}: \begin{cases} u = y - x \\ v = y + 2x \end{cases}$

▶ Obteniendo "T"

① $u = y - x$ | $y = u + x$; $v = (u + x) + 2x$; $v = u + 3x$

② $v = y + 2x$ | $\therefore 3x = v - u$; $x = \dfrac{v-u}{3}$

En y | $y = u + x$; $y = \dfrac{3u}{3} + \dfrac{v}{3} - \dfrac{u}{3}$; $y = \dfrac{v}{3} + \dfrac{2}{3}u$;

$\therefore y = \dfrac{v + 2u}{3}$

$\therefore$ Ecuaciones de tranoformación | $x = \dfrac{v-u}{3}$; $x = \dfrac{v}{3} - \dfrac{u}{3}$

$y = \dfrac{v+2u}{3}$; $y = \dfrac{v}{3} + \dfrac{2u}{3}$

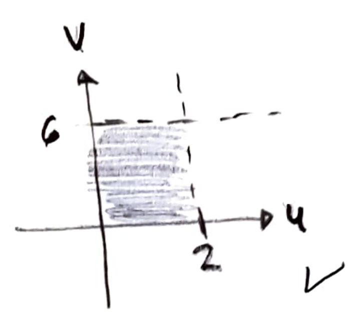
▶ Sustituyendo ecuaciones

① $\left[\cancel{\dfrac{v}{3}} + \dfrac{2u}{3}\right] - \left[+\cancel{\dfrac{v}{3}} - \dfrac{u}{3}\right] = 0$; $\dfrac{3}{3}u = 0$; $u = 0$

② $u = 2$

③ $\left[\dfrac{v}{3} + \cancel{\dfrac{2u}{3}}\right] + 2\left(\dfrac{v}{3} - \cancel{\dfrac{u}{3}}\right) = 0$; $v = 0$

④ $v = 6$



Area $R' = 6 \times 2 = 12[u^2]$

// Área en plano curvilínea

①

(Regresando) Jacobiano

$$J\left(\frac{x,y}{u,v}\right) = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix} = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} u & v \end{array} \\ \begin{vmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{vmatrix} \end{array} = -\frac{1}{9} - \frac{2}{9} = -\frac{3}{9} =$$

$$= -\frac{1}{3}$$

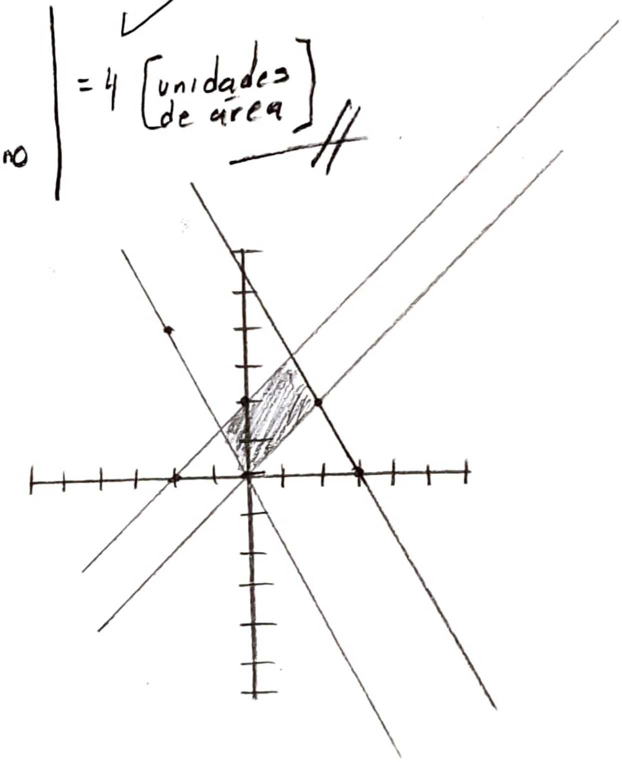
▶ Aplicando Fórmula

$$\frac{AR}{AR'} = \left|J\left(\frac{x,y}{u,v}\right)\right| \; ; \; AR = \left|J\left(\frac{x,y}{u,v}\right)\right| \cdot AR'$$

$$= \left(\frac{1}{3}\right)(12) = 4 \text{ [unidades de área]} \,//$$

∴ El área de la figura limitada en R^2 | Plano Cartesiano es $= 4$ [unidades de área] //

Bosquejo Plano Cartesiano



▸ Murrieta Villegas Alfonso ▸ Fecha: 17/09/2018
▸ Cálculo Vectorial Tarea. Núm: 10

9.0

Dadas las ecuaciones de transformación

$$T\begin{cases} x = \operatorname{senh} v \operatorname{sen} u \\ y = \cosh v \cos u \end{cases}$$ determinar

a) Si el sistema curvilíneo es ortogonal
b) El factor de escala h_u

▸ Vector de posición | $\bar{r}(u,v) = \operatorname{senh} v \operatorname{sen} u\,\hat{i} + \cosh v \cos u\,\hat{j}$

• Derivadas Parciales | $\dfrac{\partial \bar{r}}{\partial u} = \operatorname{senh} v \cos u\,\hat{i} - \cosh v \operatorname{sen} u\,\hat{j}$

$\dfrac{\partial \bar{r}}{\partial v} = \cosh v \operatorname{sen} u\,\hat{i} + \operatorname{senh} v \cos u\,\hat{j}$

b) Factor de escala $h_u = \left\| \dfrac{\partial \bar{r}}{\partial u} \right\|$; $h_u = \sqrt{(\operatorname{senh} v \cos u)^2 + (-\cosh v \operatorname{sen} u)^2} =$

$h_u = \sqrt{\operatorname{senh}^2 v \cos^2 u + \cosh^2 v \operatorname{sen}^2 u}$ // Simplificar

a) ¿Sistema Curvilíneo es curvilíneo? $\dfrac{\partial \bar{r}}{\partial u} \cdot \dfrac{\partial \bar{r}}{\partial v} = 0$

$(\operatorname{senh} v \cos u, -\cosh v \operatorname{sen} u) \cdot (\cosh v \operatorname{sen} u, \operatorname{senh} v \cos u) = 0$

$(\cancel{\operatorname{senh} v \cos u \cosh v \operatorname{sen} u}) + - \cancel{\cosh v \operatorname{sen} u \operatorname{senh} v \cos u} = 0$ ✓

∴ El sistema curvilíneo si es ortogonal //

-Murrieta Villegas Alfonso -Fecha: 15/10/2018

-Cálculo Vectorial -Tarea. Núm: 11

9.0

▶ Investigar y desarrollar de forma escrita: Curva en coordenadas polares:

1. Circunferencias
2. Cardioides
3. lemniscatas
4. rosas de n pétalos

Reportar para cada curva
- a) Descripción para cada curva
- b) Ecuaciones polares
- c) Gráficas para diferentes casos
- d) Un ejemplo graficado con Geogebra

1] Circunferencias

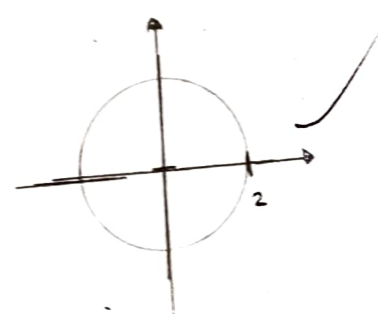
▶ Cartesiana → Polar

$x^2+y^2=a^2$

$(r\cos\theta)^2+(r\,sen\theta)^2=a^2$

$r^2(\cos^2\theta+sen^2\theta)=a^2$

$r^2=a^2$; $r=a$



- Ejemplo r = 2
- centro en el polo

▶ Centro en (a,θ)

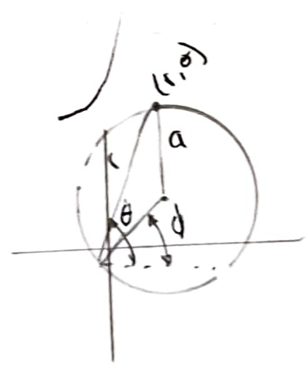
$r=2a\cos(\theta-\phi)$

*Ley de cosenos

$a^2=r^2+a^2-2ar\cos(\theta-\phi)$

$r^2=2ar\cos(\theta-\phi)$

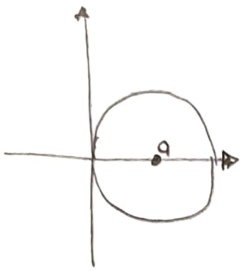
$\therefore r=2a\cos(\theta-\phi)$



- Variantes de Circunferencias

si $\phi = 0°$

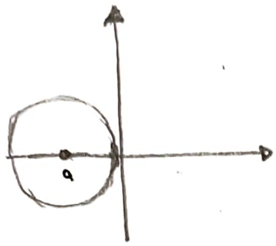
$\therefore r = 2a\cos(\theta - 0°)$; $r = 2a\cos\theta$



centro $(a,0)$

$\therefore r = a$

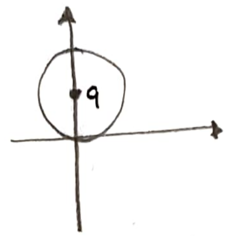
$\rightarrow r = 2a\cos\theta$



centro $(-a,0)$

$\therefore r = a$

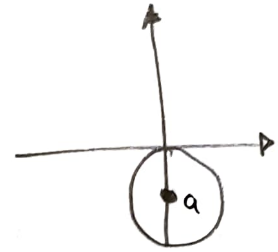
$\rightarrow r = -2a\cos\theta$



centr $(0,a)$

$r = a$

$r = 2a\,\text{sen}\,\theta$



centro $(0,-a)$

$r = a$

$r = -2a\,\text{sen}\,\theta$

2] Cardiodes

Los cardiodes son un caso de una familia conocida como caracoles los cuales tienen como ecuación polar

$$r = a \pm b\cos\theta \quad y \quad r = a \pm b\,\text{sen}\,\theta$$

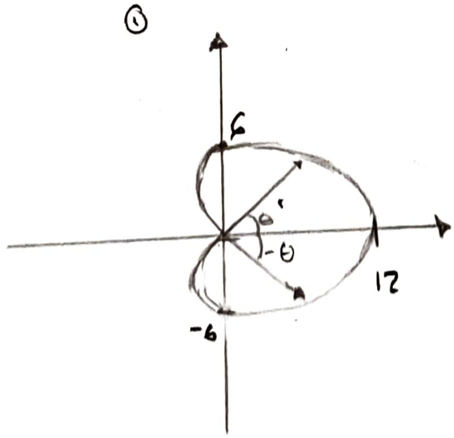
2.1] Cardioides o con forma de corazón

- si $|a| = |b|$

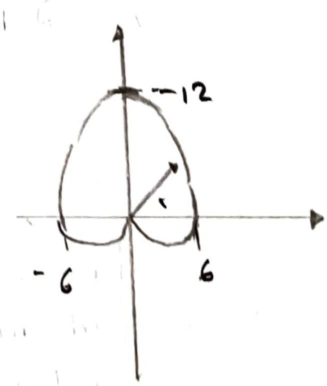
NOTA: Para cambiar la orientación de estos podemos basarnos en el caso anterior de las circunferencias

NOTA:
Gráfica 1 donde la simetría está en el eje polar
$F(\theta) = f(-\theta)$

①

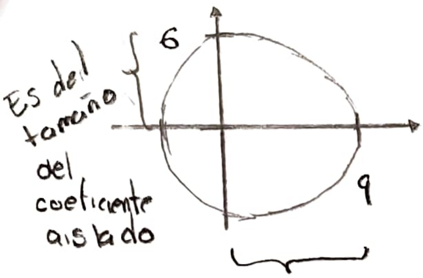


▸ $r = 6 + 6\cos\theta$



▸ $r = 6 + 6\,\text{sen}\,\theta$

2.2] Si $|a|>|b|$; Limacon o Caracacol sin rizo

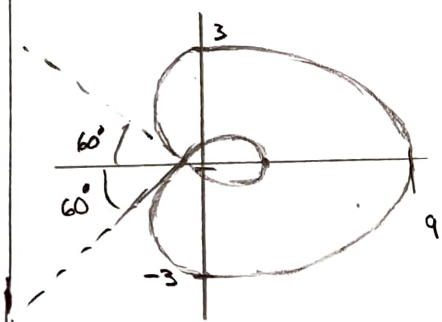


$r = 6 + 3\cos\theta$

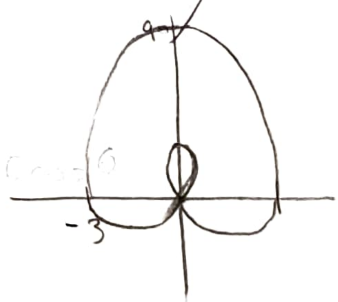
Es el cuadrado del valor (coeficiente del coseno o seno

Se le conoce como caracol sin rizo debido a la ausencia de la forma enrollada faltante y que caracteriza a los cardiodes

2.3] Si $|a|<|b|$; Limacon o Caracol con rizo



• $r = 3 + 6\cos\theta$



• $r = 3 + 6\,\text{sen}\,\theta$

* En este caso ahora el largo se determina por el cuadrado del elemento (coeficiente) "solo"

formato sólo por un lado (1)

NOTA: • $r = a(1 + \cos\theta)$ // Forma alterna
- sen ; abre arriba o abajo
- cos ; abre izquierda o derecha

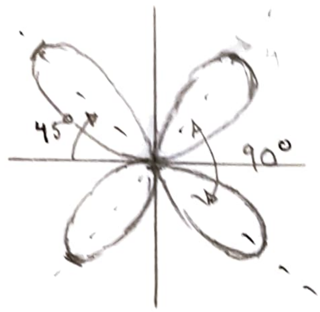
3] Rosas de n-petalos

Tienen la ecuación polar de la siguiente forma $r = a\cos(n\theta)$
$r = a\,\text{sen}(n\theta)$

tal que $n > 1 \in N$

• NOTA: En la gran mayoría de casos los petalos están separados a la misma distancia y son simétricos

3.1] n - par → 2n - pétalos

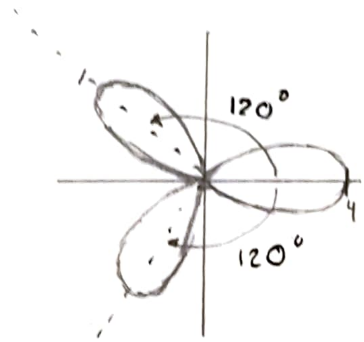


▸ $r = 4\,sen(2\theta)$

Tamaño ↑ ↑ Cantidad x2

▸ rosa de 4 petalos

3.2] n - impar → n - petálos



▸ $r = 4\cos(3\theta)$

▸ rosa de 3 petalos

NOTA: Si se quier petalos no inclinados y paros

$r = n\cos(x\theta)$

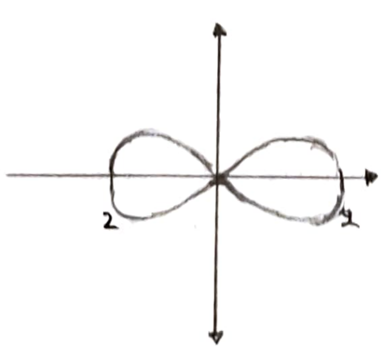
$* n \triangleq$ núm, par

$x \triangleq$ núm par

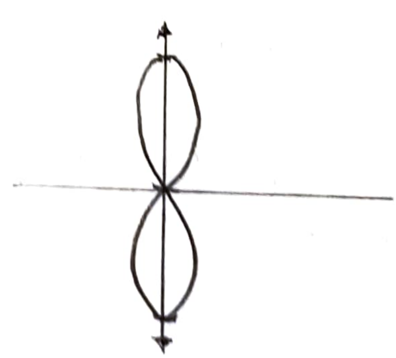
4] Lemniscatas

- Tienen la forma "$r^2 = a\cos 2\theta$" y "$r^2 = a\,sen\,2\theta$"
  // Ecuaciones polares
- NOTA : La diferencia respecto a la rosa de n-petálos es que r esta al cuadrado

También se pueden ver en forma | $r^2 = a^2 sen\,2\theta$; $r^2 = 2a^2\cos 2\theta$



▸ $r^2 = 4\cos 2\theta$



▸ $r^2 = -4\cos 2\theta$

NOTA: El signo del coeficiente da la orientación