

**Exercise 1.1.** Utilizzando la libreria `skimage`, nello specifico il modulo `data`, caricare e visualizzare un'immagine  $A$  (diversa dal cameraman) in scala di grigio di dimensione  $m \times n$ .

1. Calcolare la matrice

$$A_p = \sum_{i=1}^p u_i * v_i^T * \sigma_i$$

dove  $p \leq \text{rango}(A)$

2. Visualizzare l'immagine  $A_p$ .
3. Calcolare l'errore relativo:

$$\frac{\|A - A_p\|_2}{\|A\|_2}.$$

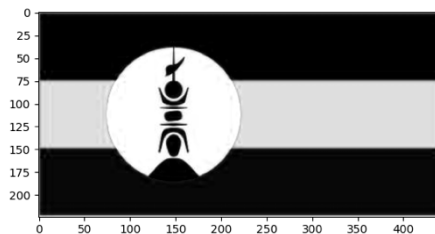
4. Calcolare il fattore di compressione

$$c_p = \frac{1}{p} \min(m, n) - 1.$$

5. Calcolare e plottare l'errore relativo e il fattore di compressione al variare di  $p$ .

Carico l'immagine:

```
A = imread("Bandiera_Nuova_Caledonia.jpg")
A = A[:, :, 0]
print(A.shape)
plt.imshow(A, cmap='gray')
plt.show()
```



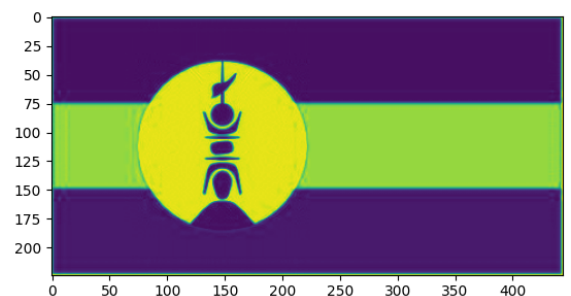
Output: (224, 444)

#### 1. CALCOLO LA MATRICE

```
A_p = np.zeros(A.shape)
p_max = 50
for i in range(p_max):
    ui = U[:, i]
    vi = Vh[i, :]
    A_p += s[i]*np.outer(ui,vi)
```

#### 2. VISUALIZZO L'IMMAGINE

```
plt.imshow(A_p)
plt.show()
```



#### 3. ERRORE RELATIVO

```
err_rel = norm(A_p-A, 'fro')/norm(A, 'fro')
print('L'errore relativo della ricostruzione di A è', err_rel)
```

Output: L'errore relativo della ricostruzione di A è 0.008787933810794705

#### 4. FATTORE DI COMPRESSIONE

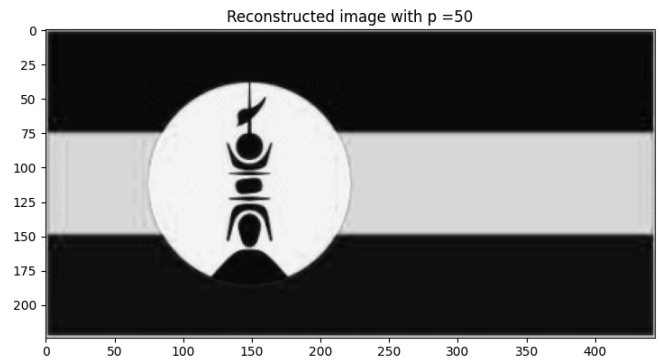
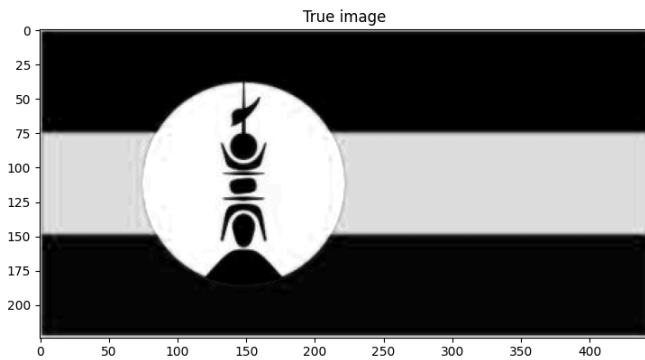
```
c = (1/p_max)*np.min(A.shape)-1
print('Il fattore di compressione è c=', c)
```

Output: Il fattore di compressione è c= 3.4800000000000004

```
plt.figure(figsize=(20, 10))
fig1 = plt.subplot(1, 2, 1)
fig1.imshow(A, cmap='gray')
plt.title('True image')

fig2 = plt.subplot(1, 2, 2)
fig2.imshow(A_p, cmap='gray')
plt.title('Reconstructed image with p = ' + str(p_max))

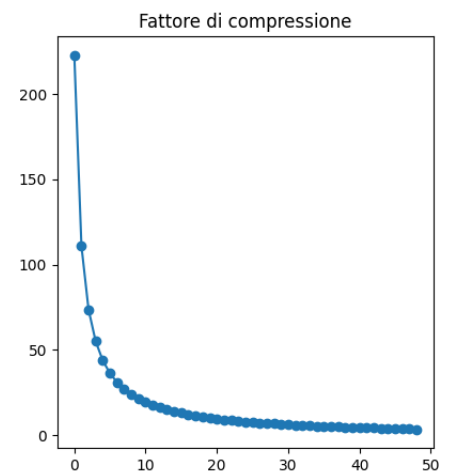
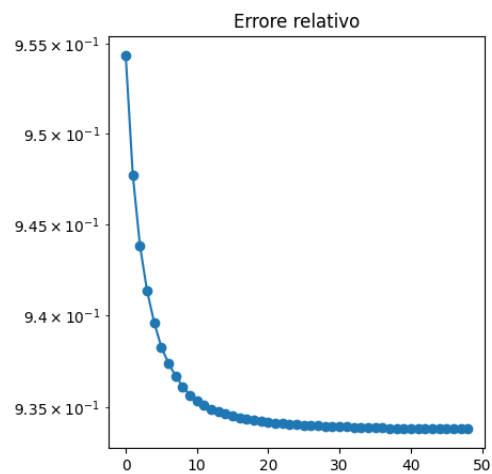
plt.show()
```



## 5. GRAFICI

```
p_max = 50
A_p = np.zeros(A.shape)
err_rel = np.zeros((p_max))
c = np.zeros((p_max))
for i in range(1, p_max):
    ui = U[:, i]
    vi = Vh[i, :]
    A_p += s[i]*np.outer(ui,vi)
    err_rel[i] = norm(A_p-A,
'fro')/norm(A, 'fro')
    c[i] = (1/i)*np.min(A.shape)-1

plt.figure(figsize=(10, 5))
fig1 = plt.subplot(1, 2, 1)
fig1.semilogy(err_rel[1:], 'o-')
plt.title('Errore relativo')
fig2 = plt.subplot(1, 2, 2)
fig2.plot(c[1:], 'o-')
plt.title('Fattore di compressione')
plt.show()
```



Output con:

P = 10

(224, 444)

Shape of U: (224, 224)

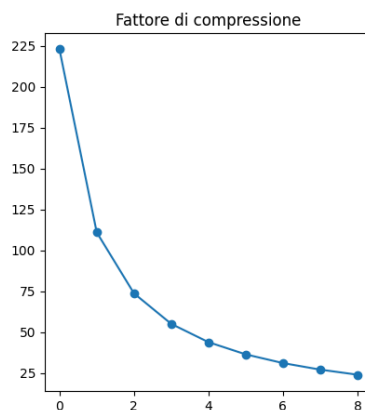
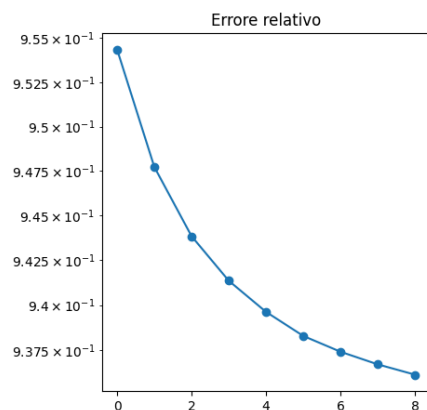
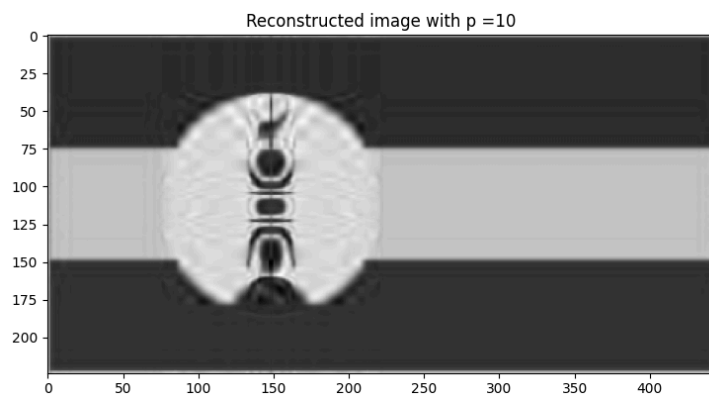
Shape of s: (224,)

Shape of V: (444, 444)

L'errore relativo della ricostruzione di A è

0.06648890036398025

Il fattore di compressione è c= 21.400000000000002



P = 50 [VEDI SU]

p = 100

(224, 444)

Shape of U: (224, 224)

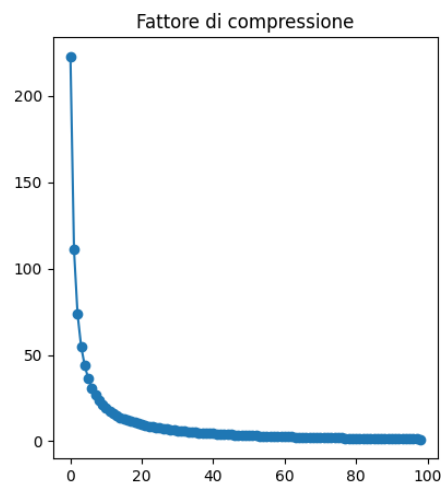
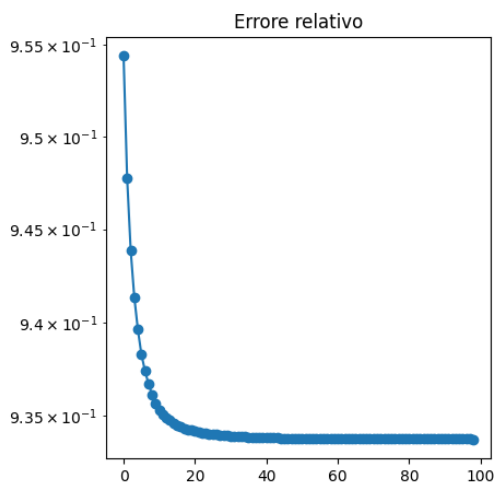
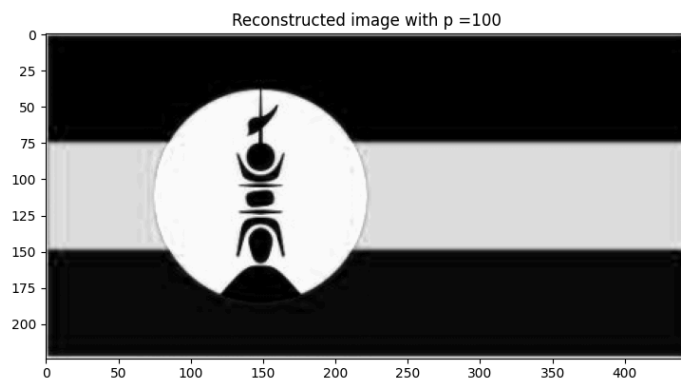
Shape of s: (224,)

Shape of V: (444, 444)

L'errore relativo della ricostruzione di A è

0.0014184161566404944

Il fattore di compressione è c= 1.2400000000000002



$p = 224$  (massimo per questa img)

(224, 444)

Shape of U: (224, 224)

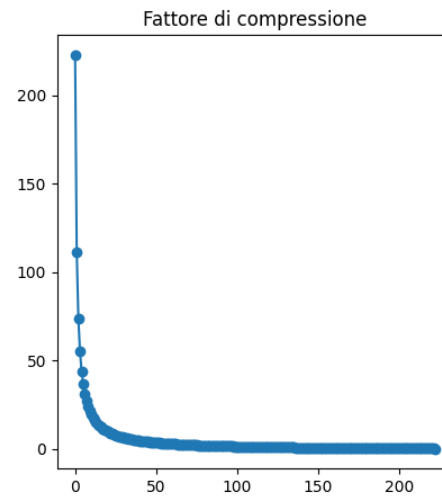
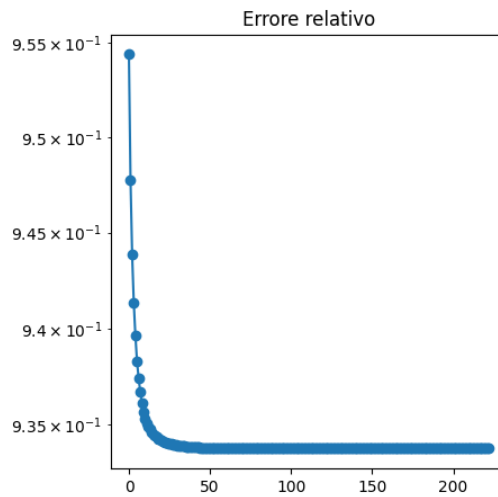
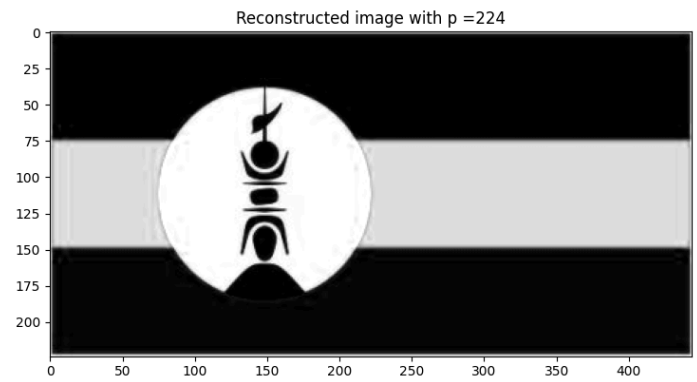
Shape of s: (224,)

Shape of V: (444, 444)

L'errore relativo della ricostruzione di A è

$1.5416767340867702 \times 10^{-5}$

Il fattore di compressione è  $c = 0.0$



Campione: Bandiera della caledonia (shape = 224x444)



$A = A[:, :, 0]$

Shape of U: (224, 224)

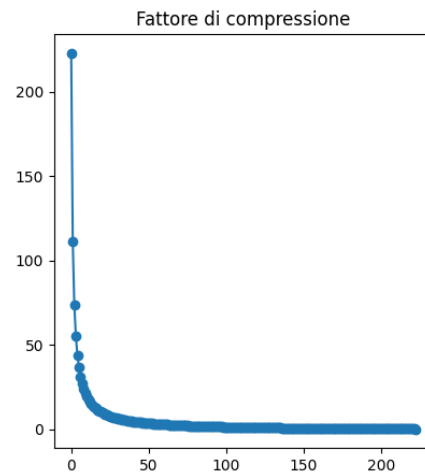
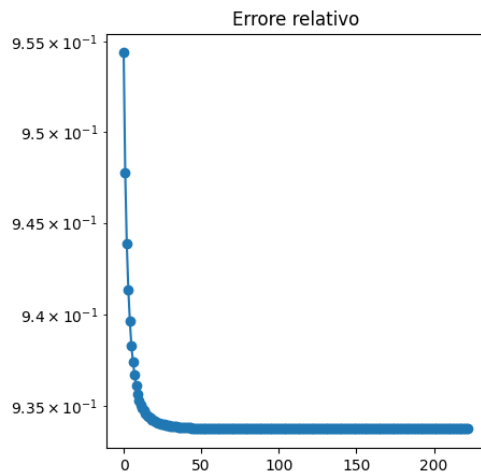
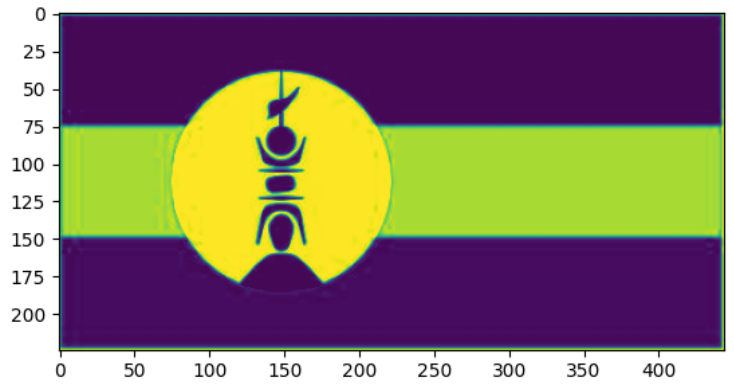
Shape of s: (224,)

Shape of V: (444, 444)

L'errore relativo della ricostruzione di A è

$1.5416767340867702e-05$

Il fattore di compressione è  $c = 0.0$



$A = A[:, :, 1]$

Shape of U: (224, 224)

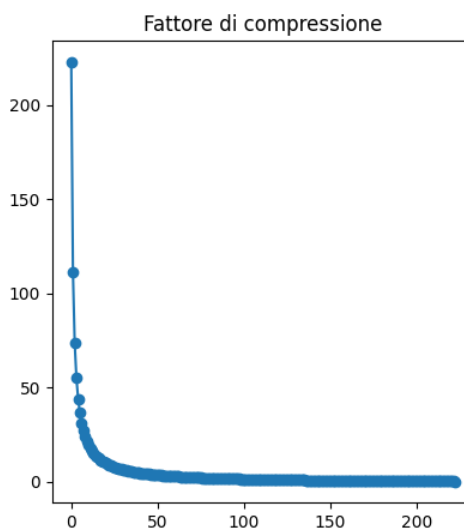
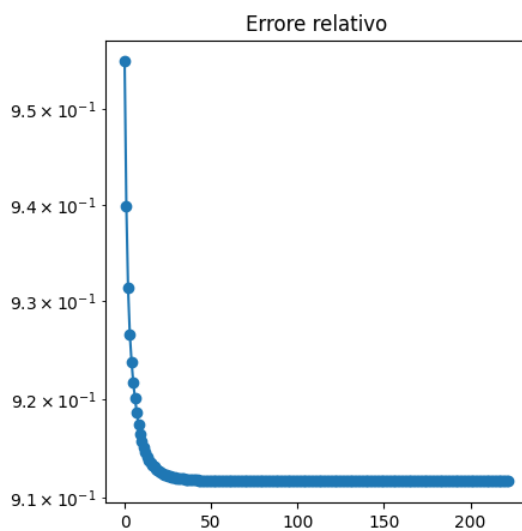
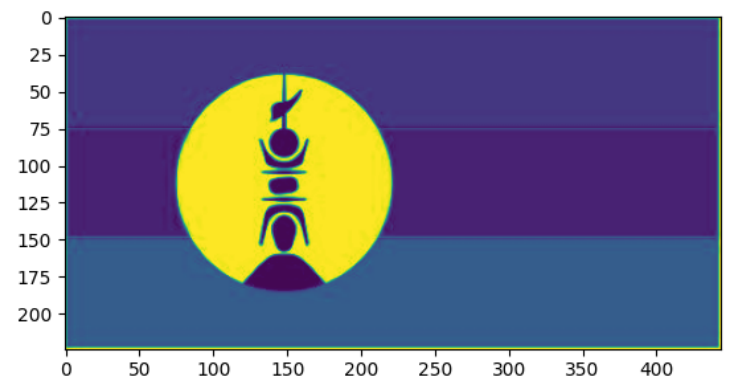
Shape of s: (224,)

Shape of V: (444, 444)

L'errore relativo della ricostruzione di A è

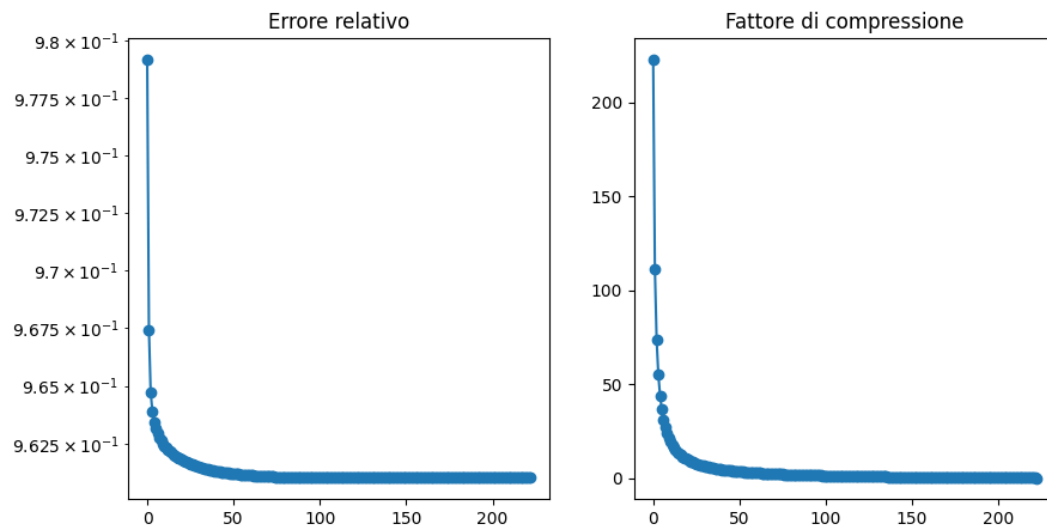
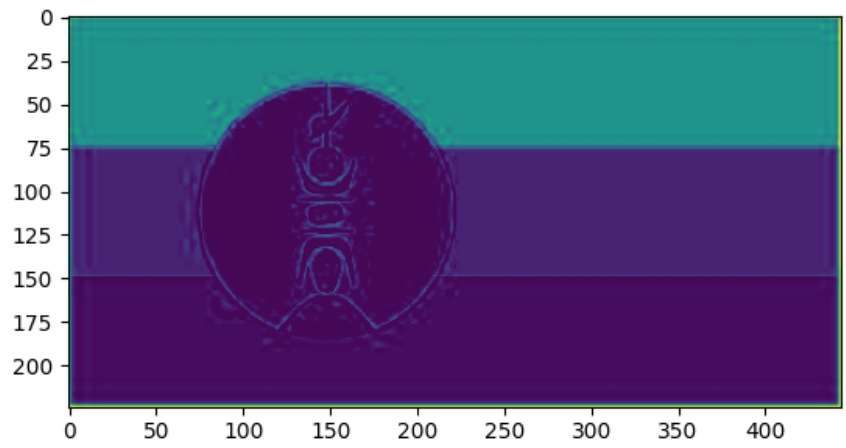
$5.645799017008119e-06$

Il fattore di compressione è  $c = 0.0$



$A = A[:, :, 2]$   
Shape of U: (224, 224)  
Shape of s: (224,)  
Shape of V: (444, 444)

L'errore relativo della ricostruzione di A è  
 $7.856330975749255 \times 10^{-6}$   
Il fattore di compressione è  $c = 0.0$



Notare che al variare della scelta del canale, il costo della ricostruzione dell'immagine (nei grafici soprastanti con  $p = 224$ ) varia leggermente.

Inoltre, si nota che per immagini più complesse, a parità di compressione è necessario sommare più diadi per avere un risultato più riconoscibile rispetto ad una immagine più semplice:

(711, 900)

Shape of U: (711, 711)

Shape of s: (711,)

Shape of V: (900, 900)

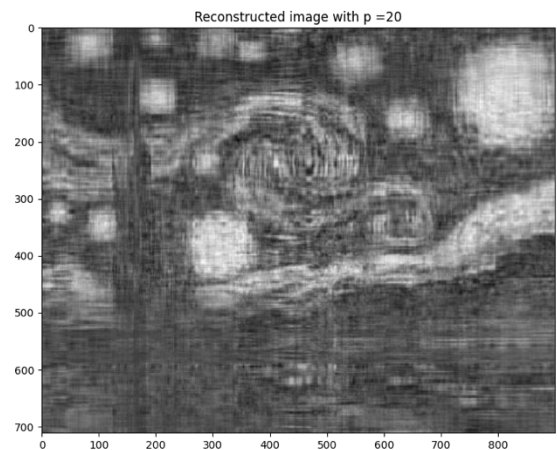
Nelle immagini seguenti è stato preso il canale 0.



L'errore relativo della ricostruzione di A è

0.36882707454641606

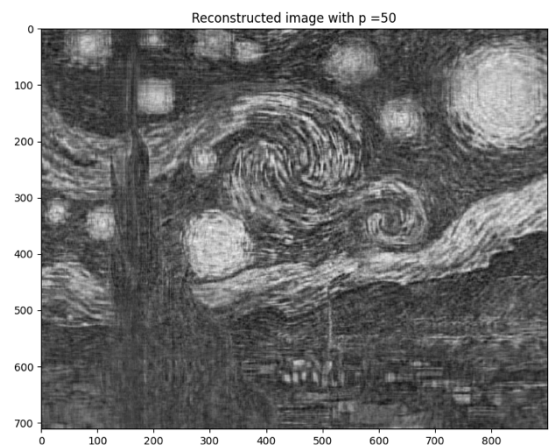
Il fattore di compressione è  $c = 34.550000000000004$



L'errore relativo della ricostruzione di A è

0.30662710226936984

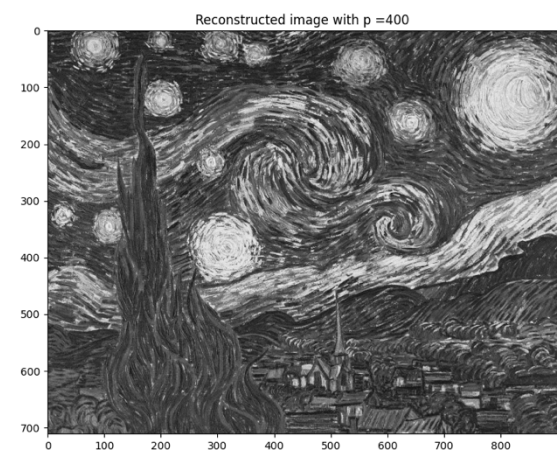
Il fattore di compressione è  $c = 13.22$



L'errore relativo della ricostruzione di A è

0.0815073538222018

Il fattore di compressione è  $c = 0.7775000000000001$





L'errore relativo della ricostruzione di A è  $1.6917101050196986 \times 10^{-6}$

Il fattore di compressione è  $c = 0.0$

