

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра  
Великого  
Физико-механический институт  
Высшая школа прикладной математики и физики

## ОТЧЁТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №4

по дисциплине  
«Интервальный анализ»

Выполнил студент  
группы 5030102/90201

Воротников Андрей Алексеевич

Проверил  
Доцент, к.ф.-м.н.

Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург  
2022

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>Список иллюстраций . . . . .</b>	<b>1</b>
<b>1 Постановка задачи . . . . .</b>	<b>2</b>
<b>2 Теория . . . . .</b>	<b>2</b>
2.1 Точечная оценка параметров регрессии . . . . .	2
2.2 Интервальная оценка параметров регрессии . . . . .	2
2.3 Информационное множество параметров . . . . .	3
<b>3 Реализация . . . . .</b>	<b>3</b>
<b>4 Результаты . . . . .</b>	<b>4</b>
4.1 Графики . . . . .	4
4.2 Числовые значения . . . . .	7
<b>5 Обсуждение . . . . .</b>	<b>8</b>
<b>6 Ссылка на репозиторий . . . . .</b>	<b>8</b>
6.1 Код программы . . . . .	8

## Список иллюстраций

1	График входных интервальных данных . . . . .	4
2	График входных интервальных данных, с радиусом равным $\max(w_i)$ . . . . .	4
3	Информационное множество . . . . .	5
4	Допусковый коридор . . . . .	5
5	Предсказание значения при аргументе -10 . . . . .	6
6	Предсказание значения при аргументе 101.5 . . . . .	6
7	Предсказание значения при аргументе 1000 . . . . .	7

## 1. Постановка задачи

Дан набор интервальных данных. Считая что они задают линейно распределенную величину, требуется построить информационное множество параметров, корридор совместности и произвести "предсказание значений":

1. для значения между имеющимися данными (интерполяция).
2. для значений вне имеющихся данных (экстраполяция).

## 2. Теория

### 2.1. Точечная оценка параметров регрессии

Пусть  $x$  - номер измерения в выборке, а  $y$  - получившийся результат. Тогда мы можем представить линейную регрессию как

$$y = b_0 + b_1 * x$$

Для получения точечной оценки можно поставить задачу оптимизации

$$\begin{cases} \text{mid}(y_i) - w_i * \text{rad}(y_i) \leq X * \beta \leq \text{mid}(y_i) + w_i * \text{rad}(y_i) & i = 1, m \\ \sum_{i=1}^m w_i \rightarrow \min \\ w_i \geq 0 & i = 1, m \\ w, \beta = ? \end{cases}$$

Здесь  $X$  — матрица  $m \times 2$ , в первом столбце которой элементы, равные 1, во втором — значения  $x_i$ . В качестве значений середины и радиуса возьмем  $\text{mid}(y_i) = y_i$  и  $\text{rad}(y_i) = 1$ .

### 2.2. Интервальная оценка параметров регрессии

В ходе вычисления точечной оценки мы получили вектор  $w_i$ , которые являются минимальными радиусами, необходимыми для того чтобы выборка была накрывающей. Для устранения избыточной информации, примем радиусы каждого измерения равными между собой и равными величине  $\epsilon = \max(w_i)$ .

## 2.3. Информационное множество параметров

Построим визуальное представление информационного множества параметров  $b_0$  и  $b_1$ . Для этого воспользуемся следующим алгоритмом:

Для индекса  $i$  от 0 до  $m$ :

Для индекса  $j$  от  $i + 1$  до  $m$ :

**Шаг 1.** По  $(x_i, y_i \pm \epsilon)$  и  $(x_j, y_j \pm \epsilon)$  построим 4 прямые.

**Шаг 2.** Для каждой прямой проверим, попадает ли она во все интервалы нашей выборки

**Шаг 3.** Если да - сохраняем параметры прямой как вершину нашего информационного множества.

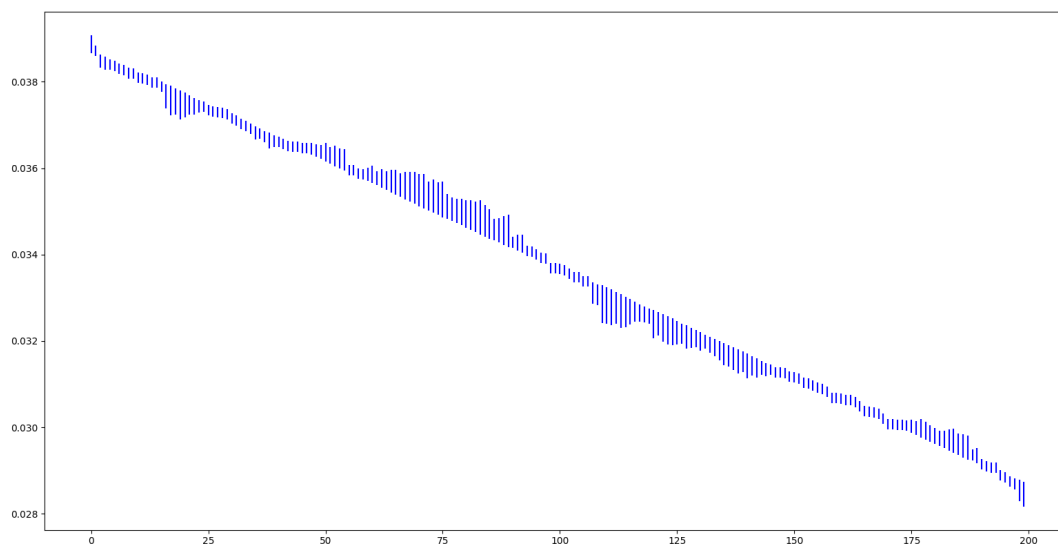
## 3. Реализация

Лабораторная работа выполнена на языке программирования Python(3.7) с использованием следующих библиотек: Numpy, Scipy, Tabulate, Statsmodels, Matplotlib.

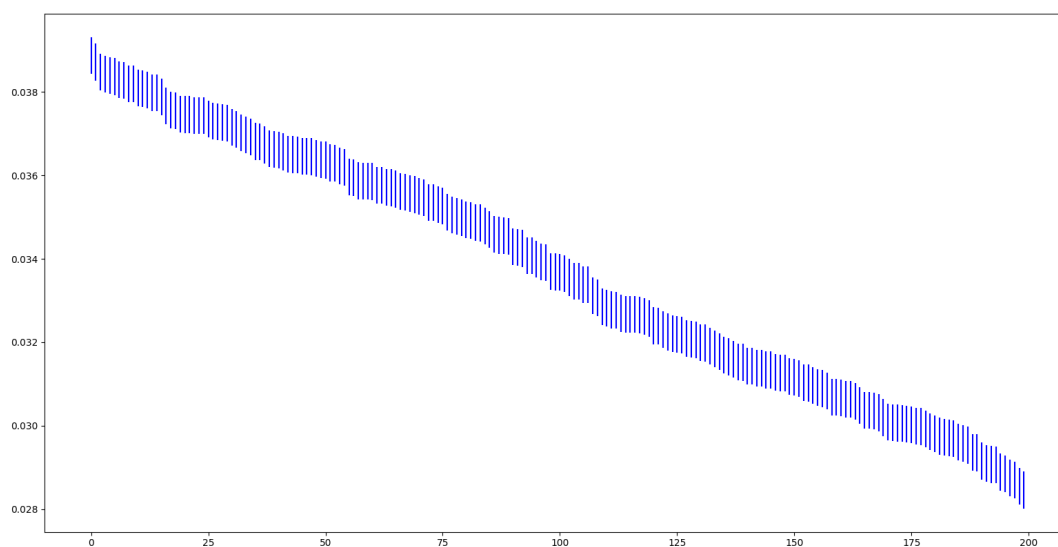
Отчет написан в онлайн редакторе LaTeX - Overleaf.

## 4. Результаты

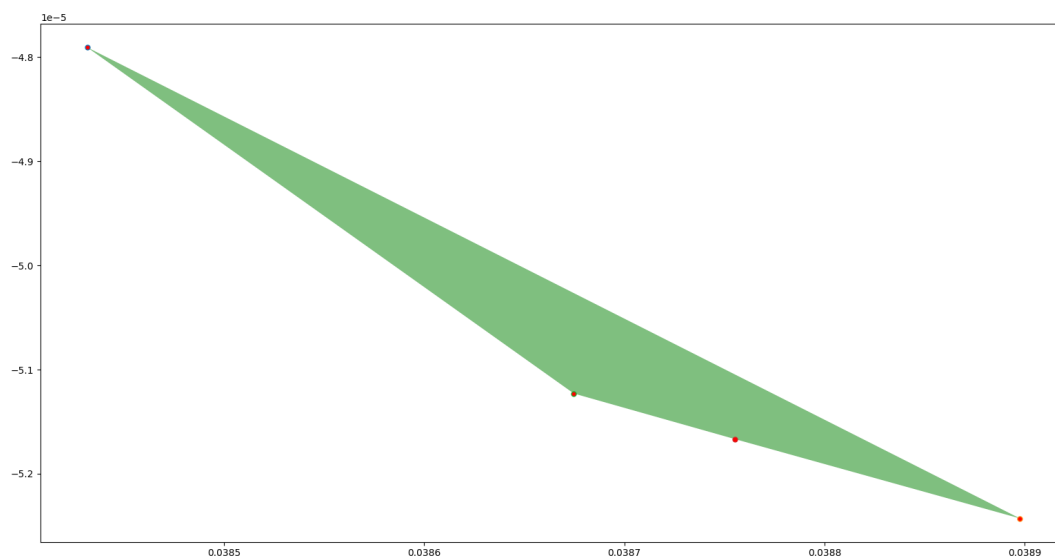
### 4.1. Графики



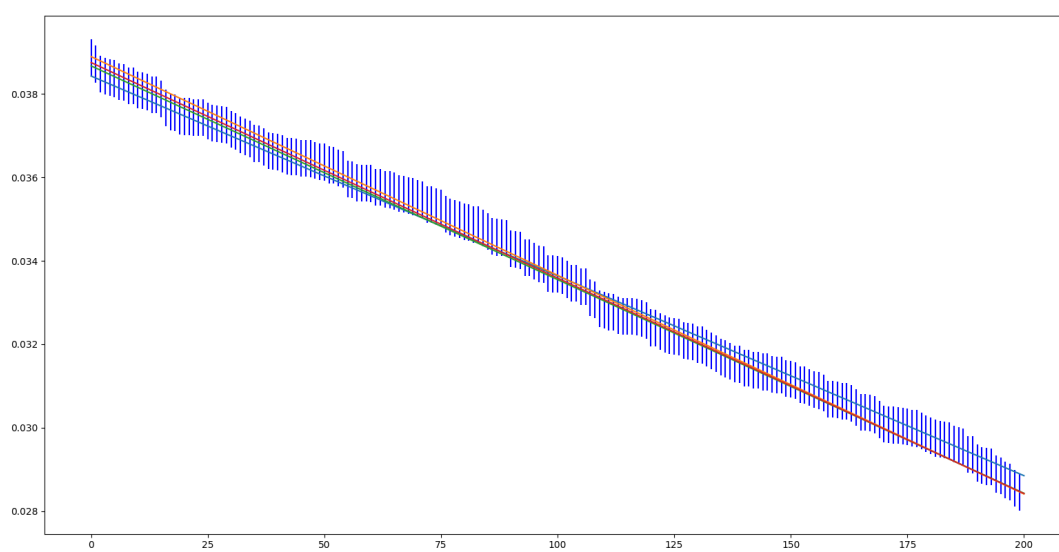
**Рис. 1.** График входных интервальных данных



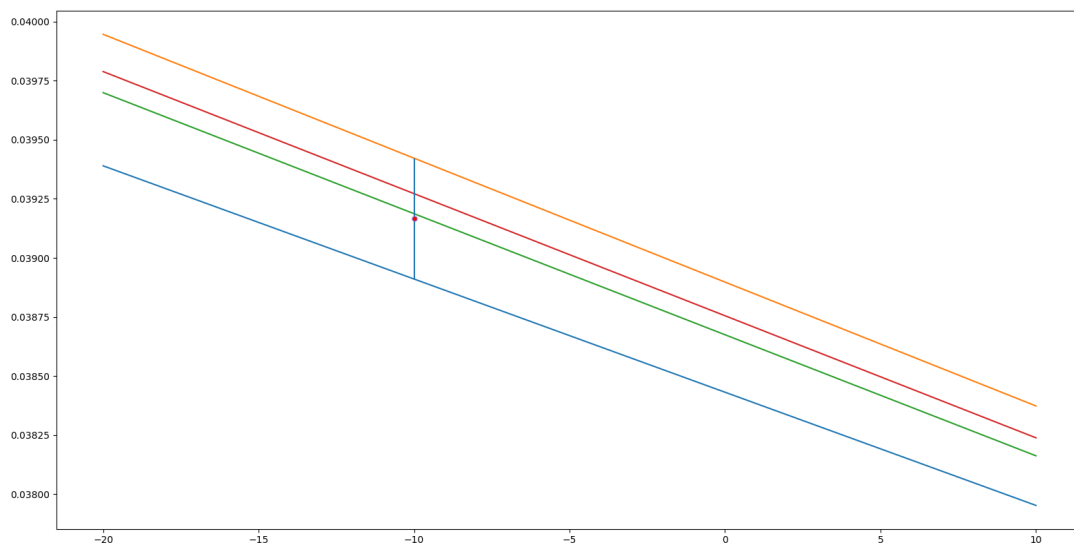
**Рис. 2.** График входных интервальных данных, с радиусом равным  $\max(w_i)$



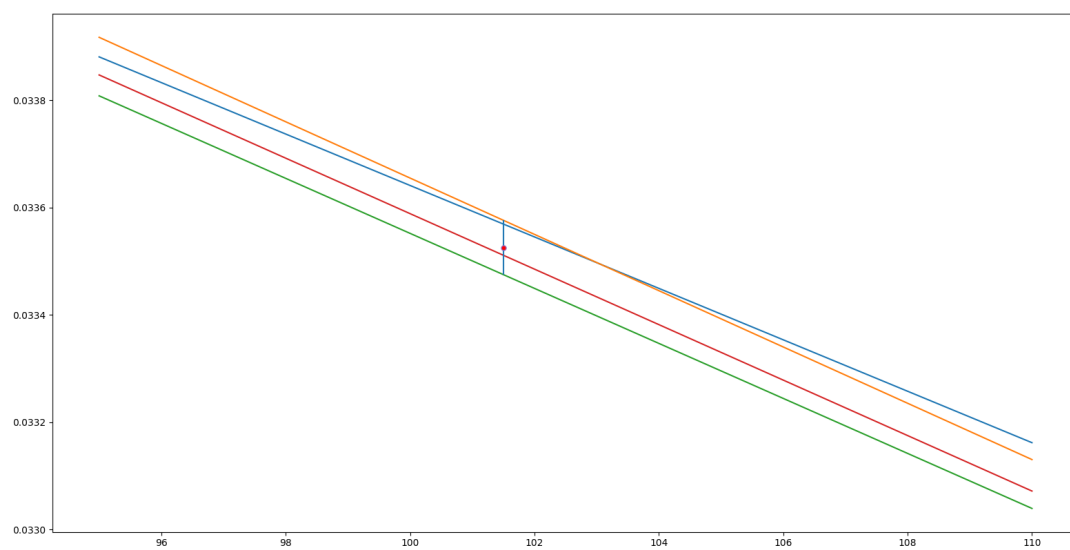
**Рис. 3.** Информационное множество



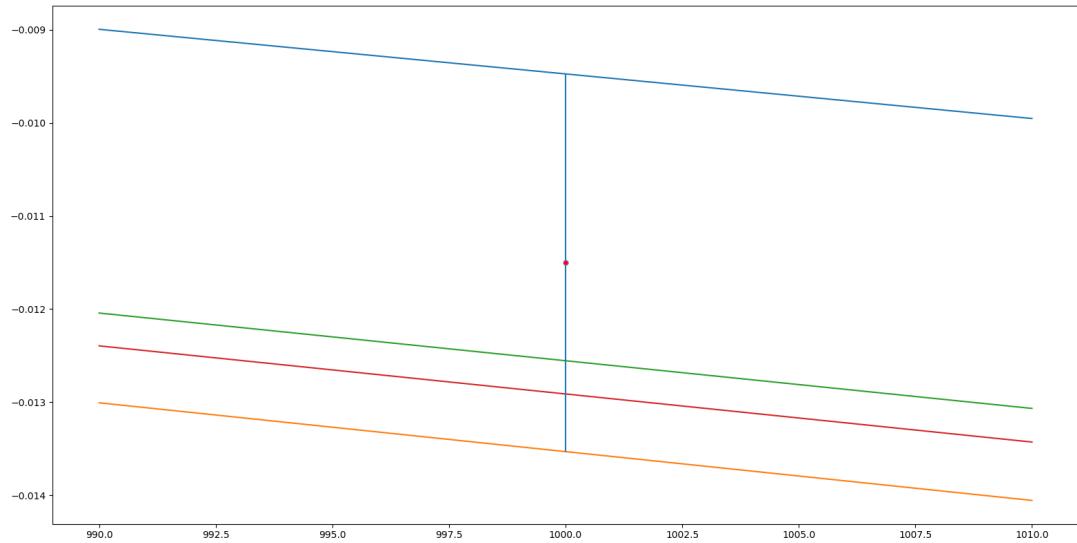
**Рис. 4.** Допусковый коридор



**Рис. 5.** Предсказание значения при аргументе -10



**Рис. 6.** Предсказание значения при аргументе 101.5



**Рис. 7.** Предсказание значения при аргументе 1000

## 4.2. Числовые значения

Уравнение вершин информационного множества

$$y = -4.79053347 * 10^{-5}x + 3.84315808 * 10^{-2}$$

$$y = -5.24284612 * 10^{-5}x + 3.88977030 * 10^{-2}$$

$$y = -5.12293578 * 10^{-5}x + 3.86747826 * 10^{-2}$$

$$y = -5.16666667 * 10^{-5}x + 3.87552475 * 10^{-2}$$

Уравнение прямой задаваемой центром масс информационного множества

$$y = -5.0807455078667014 * 10^{-5}x + 0.038689828485382216$$

Предсказанные значения

$$y(-10) = [0.038910634146733666, 0.03942198765176471]$$

$$mid = 0.039166310899249185, rad = 0.00025567675251552194$$

$$y(101.5) = [0.033475002818348636, 0.033576214230588236]$$

$$mid = 0.03352560852446844, rad = 5.0605706119800226e - 05$$

$$y(1000) = [-0.013530758136470589, -0.009473753873366832]$$

$$mid = -0.01150225600491871, rad = 0.0020285021315518785$$



## 5. Обсуждение

- Из рисунка 4 (допускового коридора) можно заметить что в районе 90-ого испытания наблюдается излом.
- Из предсказанных значений можно заметить, что при экстаполяции погрешность гораздо больше чем при интерполяции.
- Из предсказанных значений можно заметить, что при экстаполяции погрешность увеличивается по мере удаления от имеющихся данных.

## 6. Ссылка на репозиторий

### 6.1. Код программы

Код программы на GitHub, URL: [https://github.com/aVorotnikov/interval\\_analysis/tree/master/lab4](https://github.com/aVorotnikov/interval_analysis/tree/master/lab4).