

Суррогатное моделирование и оптимизация в прикладных задачах

Программа курса, весенний семестр

1. Данные и методы работы с ними

Числовые характеристики выборки: среднее, медиана, среднеквадратичное отклонение, интерквартильный размах. Коэффициент корреляции Пирсона, ранговый коэффициент корреляции Спирмена.

2. Основы теории вероятностей

Аксиоматика теории вероятностей, вероятностное пространство. Оценка максимального правдоподобия. Условная вероятность, формула полной вероятности, формула Байеса. Отношение шансов и отношение правдоподобия.

3. Случайные величины и их распределения

Случайная величина (СВЛ). Распределения СВЛ, многомерные распределения. Числовые характеристики СВЛ: математическое ожидание, дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции.

4. Распределение Гаусса

Гауссовские СВЛ, их свойства. Случайный вектор (СВК). Ковариационная матрица. Многомерное нормальное распределение. Генерация выборки гауссовских СВК.

5. Условное математическое ожидание

Условное математическое ожидание, его свойства, геометрическая аналогия. Условная дисперсия. Формулы полного мат. ожидания и полной дисперсии. Условное распределение, обобщение формулы Байеса. Теорема об оптимальной оценке, кривая регрессии. Частное и условное распределения гауссовского СВК.

6. Гауссовские случайные процессы

Случайный процесс (СП). Моментные характеристики СП: математическое ожидание и ковариационная функция. Гауссовский СП. Генерация выборки реализаций гауссовского СП.

7. Регрессия на основе гауссовского СП

Методы восстановления регрессии, параметрические и непараметрические модели. Ядерные методы. Построение регрессионной модели с помощью гауссовского СП. Апостериорное математическое ожидание и апостериорная ковариационная матрица.

8. Ковариационная функция и её параметры

Свойства ковариационной функции. Примеры ковариационных функций. Гиперпараметры, изотропность. Влияние параметров ядра и амплитуды шума на регрессионную кривую. Оптимизация гиперпараметров методом максимального правдоподобия.

9. Байесовская оптимизация

Методы планирования экспериментов, метод латинского гиперкуба. Алгоритм байесовской оптимизации, подход эксплуатации и эксплорации. Функции продвижения: нижняя граница доверительного интервала, вероятность улучшения, ожидаемое улучшение.