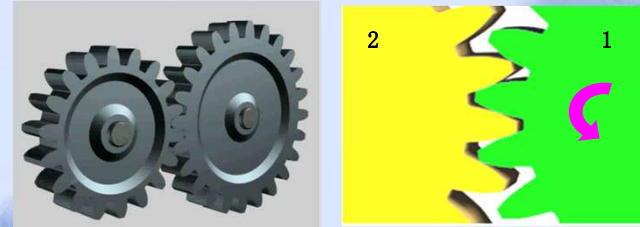


第九章 齿轮传动



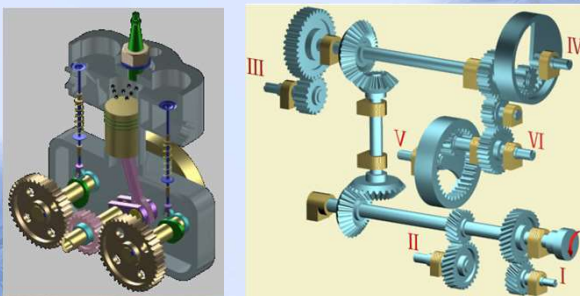
§ 9-1 齿轮机构的应用和分类



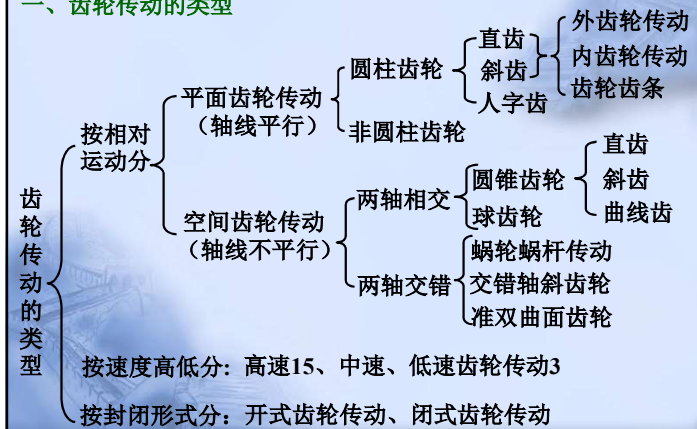
由主动齿轮1的轮齿通过齿廓依次推动从动齿轮2的轮齿，从而实现运动和动力的传递，称为齿轮传动；这种机构即为齿轮机构。

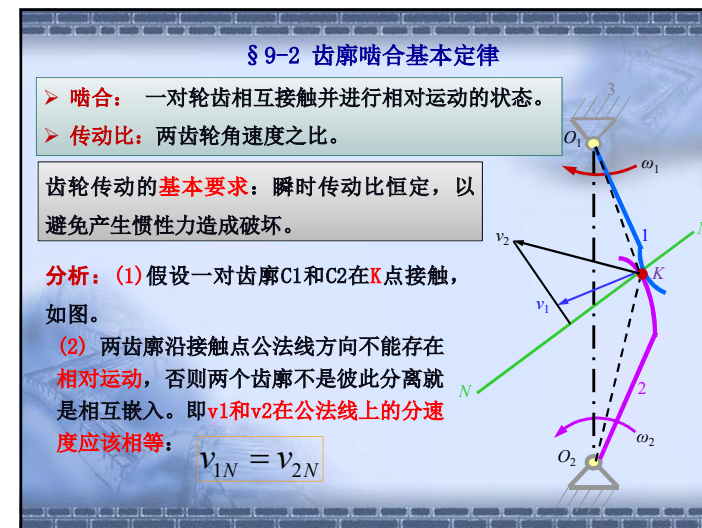
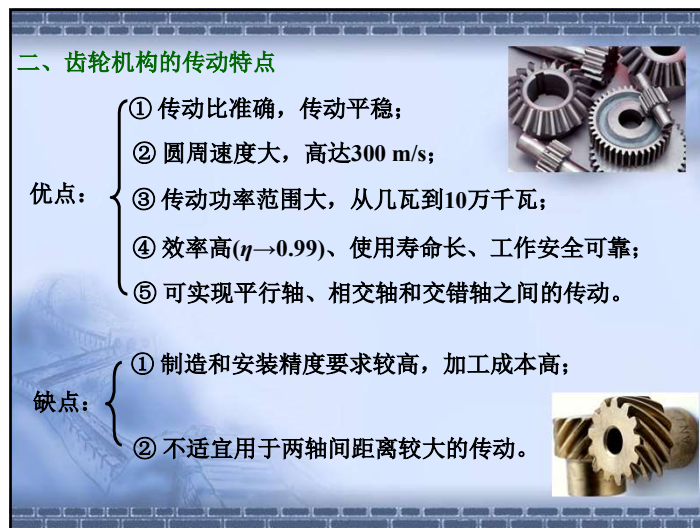
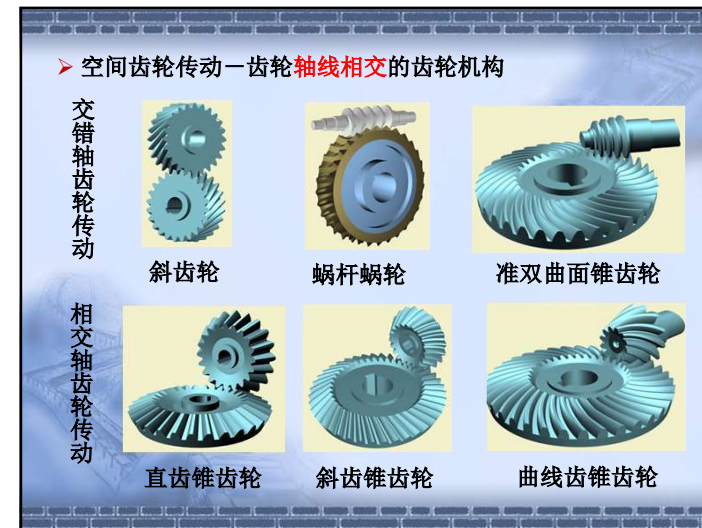
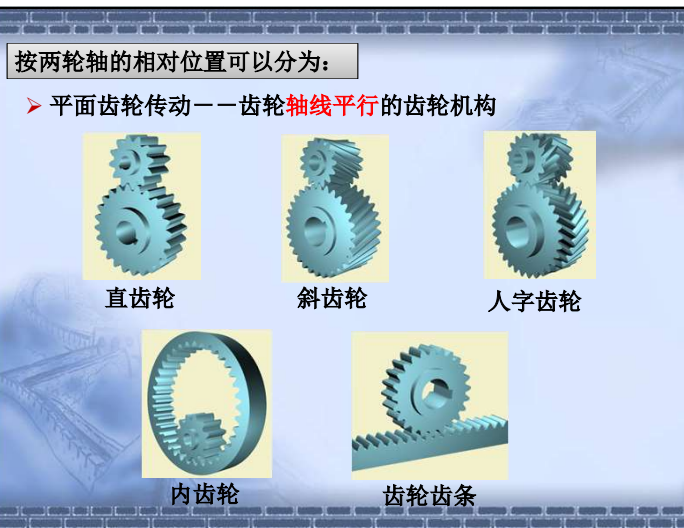
齿轮机构可以传递空间任意两轴间的运动和动力，属于高副机构。

§ 9-1 齿轮机构的应用和分类



一、齿轮传动的类型





即: $v_1 \cos \alpha_1 = v_2 \cos \alpha_2$

由于: $v_1 = \omega_1 \overline{O_1 K}$ $v_2 = \omega_2 \overline{O_2 K}$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2 K} \cos \alpha_2}{\overline{O_1 K} \cos \alpha_1}$$

分别过两圆心作公法线的垂线, 交于 N_1, N_2 ,
则 $\angle KO_1 N_1 = \alpha_1, \angle KO_2 N_2 = \alpha_2$

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2 K} \cos \alpha_2}{\overline{O_1 K} \cos \alpha_1} = \frac{\overline{O_2 N_2}}{\overline{O_1 N_1}} = \frac{\overline{O_2 P}}{\overline{O_1 P}}$$

两轮的角速度与连心线被齿廓在接触点处的公法线所分得的两线段成反比。

★欲使瞬时传动比 i_{12} 恒定, P 必须为定点。

➤ 节点: 连心线与公法线的交点, 即P点。

齿廓啮合基本定律:

在啮合传动的任一瞬时, 不论轮齿齿廓在任何位置接触, 过接触点所作齿廓的公法线须通过节点P。

➤ 节圆: 以 O_1 和 O_2 为圆心, 过节点P所作的两相切圆, 半径记为 r_1' 、 r_2' 。

➤ 对于定传动比齿轮传动——其啮合传动可以视为两齿轮在节圆上的纯滚动。

➤ 欲使齿轮传动满足定传动比, 则齿廓的形状必须符合定律条件, 通用的齿廓曲线有: **摆线、圆弧和渐开线**

§ 9-3 渐开线及渐开线齿轮

1、渐开线的形成

➤ 渐开线: 一条直线在圆上作纯滚动时, 直线上任一点的轨迹

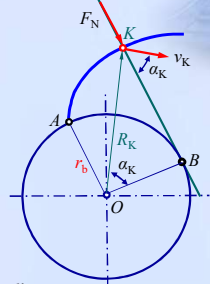
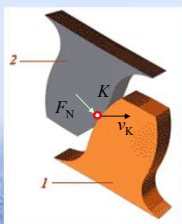
➤ BK—发生线; 基圆— r_b

2、渐开线的特性

- ① $\widehat{AB} = \overline{BK}$
- ② 渐开线上任意点的法线切于基圆。
- ③ B点为曲率中心, BK为曲率半径。
- ④ 渐开线形状完全取决于基圆的大小。
当 $r_b \rightarrow \infty$, 渐开线变成直线。
- ⑤ 基圆以内无渐开线。

弧长等于发生线, 基圆切线是法线, 曲线形状随基圆, 基圆内无渐开线。

压力角：渐开线齿廓在啮合点 K 所受力的方向（法线方向）与该点速度方向所夹的锐角称为渐开线在该点的压力角，用 α_K 表示。



$$\cos \alpha_K = \frac{OB}{OK} = \frac{r_b}{R_K}$$

⑥ 渐开线上的点离基圆越远，其压力角越大。

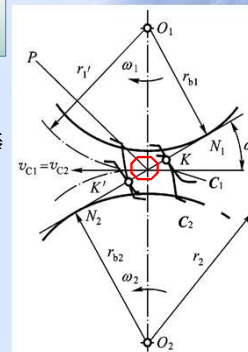
3、渐开线齿廓能够符合齿廓啮合的基本定律

回顾：渐开线上任一点的法线切于基圆（渐开线的特性）

- 过任意啮合点做两齿廓的公法线，与两齿轮的基圆相切于 N_1 、 N_2 。
- 两齿廓在任意点啮合的公法线 N_1N_2 都是两基圆的一条内公切线。
- 同一个方向内公切线只有一条。
- 无论两齿廓在何处接触，过其接触点所做齿廓公法线与两齿轮连心线交点为定点。

$$\therefore \triangle O_1PN_1 \square \triangle O_2PN_2$$

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P}{O_1P} = \frac{r_2'}{r_1'} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}} = \text{const.}$$



●**四线合一：**啮合线、公法线、两基圆的内公切线、正压力的作用线

4、渐开线齿廓啮合的特点

- 啮合线为一直线(N_1N_2)

啮合线：啮合点 K 在固定平面上的轨迹 N_1N_2 。

- 啮合角不变，等于节圆上的压力角

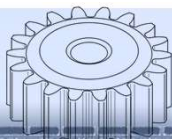
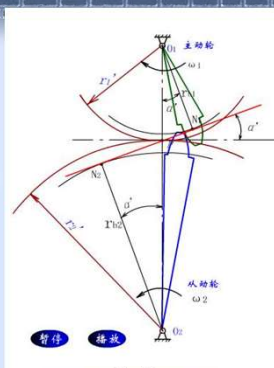
啮合角：啮合线 N_1N_2 与两齿轮节圆公切线 $t-t$ 之间所夹的锐角称为啮合角，用 α' 表示：

$$\cos \alpha' = \frac{r_{b1}}{r_1'} = \frac{r_{b2}}{r_2'}$$

节圆上的压力角：一对渐开线齿廓在节点 P 处啮合时的压力角。

- 中心距可分性

$$i_{12} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{O_2P}{O_1P} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}}$$



§ 9-4 渐开线齿轮的各部分名称及标准齿轮的尺寸

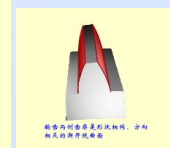
一、齿轮各部分名称



直齿圆柱外齿轮

齿数	齿槽
齿根圆	齿顶圆
齿厚	齿槽宽
齿距	模数
分度圆	齿顶高
齿根高	全齿高

单击名词看解释



图中内啮合各部分名称相同，图中标注的是渐开线齿廓

三圆

齿顶圆 (d_a 和 r_a)

齿根圆 (d_f 和 r_f)

基圆 (d_b 和 r_b)

三弧

齿距 p_K

齿厚 s_K

齿槽宽 e_K

$p_K = s_K + e_K$

三高

齿顶高 h_a

齿根高 h_f

齿全高 h

$h = h_a + h_f$

二数

齿数 z

模数 m_f

★分度圆上的尺寸为渐开线齿轮的标准尺寸。

二、标准齿轮的基本参数

1、模数 m

$\pi d = zp \Rightarrow d = \frac{p}{\pi} z$

分度圆 d (便于设计):
圆的直径 (无理数) 等于有理数 mz
齿廓上的压力角等于规定的数值

定义模数 $m = \frac{p}{\pi}$ 或 $p = \pi m$

$\therefore d = mz$ 单位: mm (m标准化)

标准模数
标准压力角

表 9-1 常用的标准模数 m mm

第一系列	1, 1.25, 1.5, 2, 2.5, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 16, 20, 25, 32, 40, 50
第二系列	1.75, 2.25, 2.75, 3.5, 4.5, 5.5, 7, 9, 14, 18, 22, 28, 36, 45

模数 m 是轮齿抗弯能力的重要标志, m 愈大, 轮齿愈厚, 抗弯能力愈强。

2、分度圆 (齿轮) 压力角 α (标准值 $\alpha = 20^\circ$)

$$r_K = \frac{r_b}{\cos \alpha_K} \Rightarrow r_b = r \cos \alpha = \frac{mz}{2} \cos \alpha$$

α 是决定渐开线齿廓形状的一个重要参数。

3、齿数 z

$$\left. \begin{aligned} d &= mz \\ r_b &= \frac{mz}{2} \cos \alpha \end{aligned} \right\} \text{表明: 齿轮的大小和渐开线齿廓的形状都与齿数有关}$$

4、齿顶高系数 h_a^* 和顶隙系数 c^*

$$h_a = h_a^* m \quad h_f = (h_a^* + c^*) m$$

一对齿轮互相啮合时, 为避免一个齿轮的齿顶与另一个齿轮的齿槽底相抵触, 同时还能贮存润滑油, 所以在一个齿轮的齿根圆与配对齿轮的齿顶圆之间必须留有间隙, 称为顶隙。

标准值: $h_a^* = 1, c^* = 0.25$; 非标准短齿: $h_a^* = 0.8, c^* = 0.3$

三、标准直齿轮的几何尺寸

✓标准齿轮: m 、 α 、 h_a^* 、 c^* 均取标准值, 且分度圆齿厚等于齿槽宽的齿轮。

尺寸参数:

$$\begin{aligned} d &= mz & h_a &= h_a^* m \\ d_a &= d + 2h_a = (z + 2h_a^*)m & h_f &= (h_a^* + c^*)m \\ d_f &= d - 2h_f = (z - 2h_a^* - 2c^*)m & h &= h_a + h_f = (2h_a^* + c^*)m \\ d_b &= d \cos \alpha & p &= \pi m \\ & & s &= e = 0.5p \end{aligned}$$

① m 、 z 决定了分度圆的大小, 而齿轮的大小主要取决于分度圆, 因此, m 、 z 是决定齿轮大小的主要参数。

② 轮齿的尺寸与 m 、 h_a^* 、 c^* 有关, 与 z 无关。

③ 至于齿形 (渐开线形状), 与 m 、 z 、 α 有关。

四、标准安装

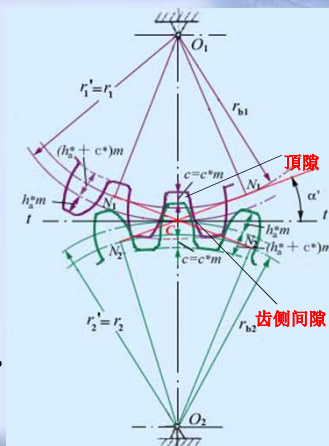
1、齿轮的无侧隙啮合：

齿侧间隙：

一对齿轮传动时，一轮节圆上的齿槽宽与另一轮节圆上的齿厚之差，称为齿侧间隙。

理想齿侧间隙应等于零。

实际不等于零，用于贮存润滑油，消除安装误差，补偿热变形(靠公差保证)。



2、标准齿轮的标准安装

一对标准齿轮啮合传动时，两分度圆相切作滚动，与节圆重合。

$$\text{外啮合: } a = \frac{d_1' + d_2'}{2} = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m}{2}(z_1 + z_2)$$

$$\text{内啮合: } a = \frac{d_2' - d_1'}{2} = \frac{d_2 - d_1}{2} = \frac{m}{2}(z_2 - z_1)$$

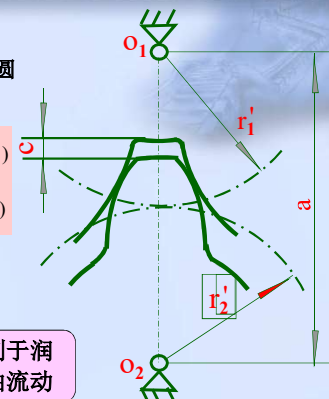
此时，两齿轮的齿顶圆与齿根圆之间的间隙为**标准顶隙**。

$$c = c^* m = 0.25m$$

$$\alpha' = \alpha$$

$$a' = a \text{ (实际中心距=标准中心距)}$$

◆ 讨论：节圆与分度圆，压力角和啮合角之间的区别



比较

分度圆：是齿轮的基准圆，本身固有，不随安装中心距的不同而变化；

节圆：一对齿轮啮合传动时才有的圆，其大小随两轮中心距的不同而变化；

压力角：齿轮分度圆上的压力角；

啮合角：恒等于节圆上的压力角，随两轮中心距而改变；

联系：当两轮按标准中心距安装时，节圆和分度圆重合，压力角等于啮合角。

习题1：

- **已知**：一对标准直齿圆柱齿轮传动，齿数 $z_1=20$ ，传动比 $i=3.5$ ，模数 $m=5\text{mm}$ 。
- **求**：两齿轮的分度圆直径，顶圆直径，根圆直径，齿距，齿厚及中心距。

解： 大齿轮齿数 $z_2 = iz_1 = 3.5 \times 20 = 70$

分度圆直径 $d_1 = mz_1 = 5 \times 20 = 100\text{mm}$
 $d_2 = mz_2 = 5 \times 70 = 350\text{mm}$

顶圆直径 $d_{a1} = m(z_1 + 2) = 5(20 + 2) = 110\text{mm}$
 $d_{a2} = m(z_2 + 2) = 5(70 + 2) = 360\text{mm}$

根圆直径 $d_{f1} = m(z_1 - 2.5) = 5(20 - 2.5) = 87.5\text{mm}$
 $d_{f2} = m(z_2 - 2.5) = 5(70 - 2.5) = 337.5\text{mm}$

- **已知：**一对标准直齿圆柱齿轮传动，齿数 $z_1=20$ ，传动比 $i=3.5$ ，模数 $m=5\text{mm}$ 。
- **求：**两齿轮的分度圆直径，顶圆直径，根圆直径，齿距，齿厚及中心距。

齿距 $p = \pi m = 5 \times \pi = 15.708\text{mm}$

齿厚 $s = \frac{p}{2} = 7.854\text{mm}$

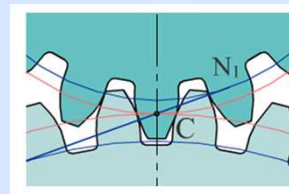
中心距 $a = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) = \frac{5}{2}(20 + 70) = 225\text{mm}$

思考：

渐开线直齿圆柱齿轮的啮合传动特点与要求：

- 一对渐开线齿廓能保证定传动比传动
- 一对齿廓若接触，接触点必在啮合线上

- ✓ 两齿廓保证正确啮合
- ✓ 保证运动的连续性
- ✓ 保证运动稳定性
- ✓ 保证足够的强度



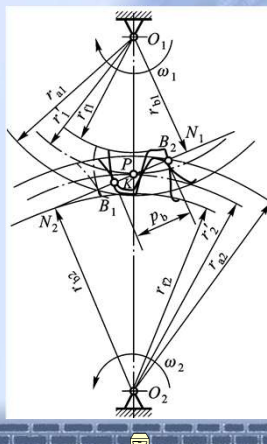
§ 9-5 一对渐开线齿轮的啮合

一、轮齿的啮合过程

- **啮合起始点 B_2 ：**从动轮齿顶圆与啮合线 N_1N_2 交点。
- **啮合结束点 B_1 ：**主动轮齿顶圆与啮合线 N_1N_2 交点。
- **实际啮合线段 B_1B_2 ：**啮合点实际走过的轨迹。
- **增大两轮的齿顶圆？** $B_1B_2 \rightarrow N_1N_2$
- **理论啮合线段 N_1N_2 ：**理论上最长的啮合线。

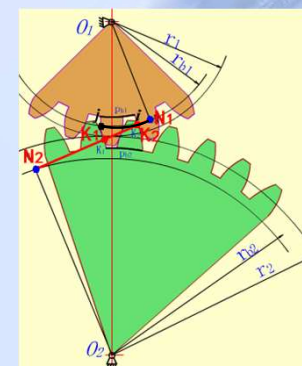
思考

是不是任意两个渐开线齿轮都可以配成一对进行正确啮合传动呢??



二、正确啮合的条件

$$\begin{aligned} \overline{K_1K_2}(\text{小}) &= \overline{K_1K_2}(\text{大}) \\ \overline{K_1K_2}(\text{小}) &= \overline{N_1K_1} - \overline{N_2K_2} = \hat{N}_1j - \hat{N}_2j \\ &= \hat{ij} = p_{b1} = \frac{\pi d_{b1}}{z_1} = \frac{\pi d_1}{z_1} \cdot \frac{d_{b1}}{d_1} \\ &= p_1 \cos \alpha_1 = \pi m_1 \cos \alpha_1 \\ \overline{K_1K_2}(\text{大}) &= \pi m_2 \cos \alpha_2 \\ &\downarrow \\ &\begin{cases} m_1 = m_2 \\ \alpha_1 = \alpha_2 \end{cases} \\ &\downarrow \\ i_{12} &= \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2'}{d_1'} = \frac{d_{b2}}{d_{b1}} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1} \end{aligned}$$



三、连续传动的条件

➤ **啮合弧**：一对齿从开始啮合到终止啮合时，其分度圆上任一点所经过的弧线距离。（如圆弧 DC ）

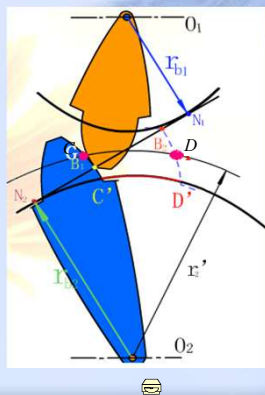
连续传动

前一对轮齿尚未脱离啮合时，后一对轮齿就要及时进入啮合。

$\widehat{CD} > p$ 能连续传动

$\widehat{CD} = p$ 恰能连续传动

$\widehat{CD} < p$ 不能连续传动



➤ 定义**重合度**：啮合弧与齿距之比 $\varepsilon = \frac{\text{啮合弧}}{\text{齿距}} = \frac{\widehat{CD}}{p}$

或实际啮合线段长度与法向齿距之比 $\varepsilon = \frac{\text{实际啮合线段}}{\text{法向齿距}} = \frac{B_1B_2}{p_n}$

➤ **重合度的意义**：

- ① 衡量齿轮连续传动的条件，连续传动要求 $\varepsilon \geq 1$ ；
- ② 代表同时参与啮合的轮齿对数的平均值；

例： $\varepsilon = 1.3$ ：啮合线上的 B_1D 和 CB_2 区间是双齿啮合区， CD 区间是单齿啮合区。
 $\varepsilon = 1.3$ 表明在齿轮转过一个齿距的时间内有30%的时间是双齿啮合，70%的时间是单齿啮合。

重合度大，表明同时啮合的轮齿对数多，传动愈平稳，每对轮齿所承受的载荷愈小。

设计要求： $\varepsilon \geq [\varepsilon]$

重合度的许用值

I级精度齿轮	1.05	汽车拖拉机制造业	1.1~1.2
II级精度齿轮	1.08	机床制造业	1.3
III级精度齿轮	1.15	纺织机器制造业	1.3~1.4
IV级精度齿轮	1.35	一般机器制造业	1.4

§ 9-6 轮齿切削加工方法的原理

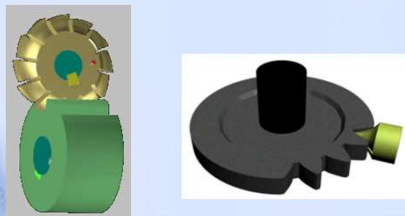
- 切削加工法
- 铸造法
- 冲压法（轧制法）
- 线切割法（激光加工法）
- 粉末冶金法等

最常用的齿轮轮齿加工方法是切削加工法。从加工原理来分，则可以分为**仿形法**和**范成法**两种。

一、仿形法

➤ **工作原理**：在普通铣床上用**轴向剖面形状**与被切齿轮**齿槽形状**完全相同的铣刀切削齿轮的方法，铣完一个齿槽后，分度头将齿坯转过 $360^\circ/z$ ，再铣下一个齿槽，直到铣出所有的齿槽。

➤ **刀具类型**：盘状铣刀、指状铣刀。

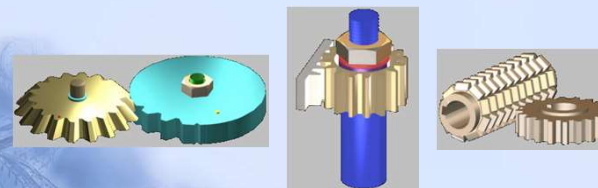


➤ **特点**：加工简单；生产率低、精度低。

二、范成法（展成法）

➤ **工作原理**：利用一对齿轮**无侧隙啮合**时两轮的**齿廓**互为包络线的原理加工齿轮。加工时刀具与齿坯的运动就像一对互相啮合的齿轮，最后刀具将齿坯切出渐开线齿廓。

➤ **刀具类型**：齿轮插刀、齿条插刀、齿轮滚刀。



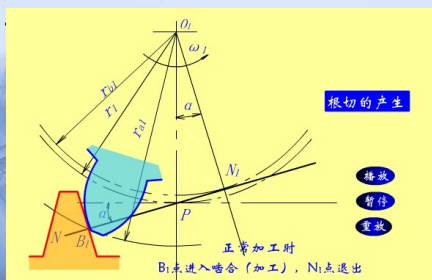
➤ **特点**：只要刀具与被切齿轮的模数和压力角相同，不论被加工齿轮的齿数是多少，都可以用同一把刀具来加工。

§ 9-7 根切、最少齿数及变位齿轮的概念

一、根切及原因

➤ **根切现象**：用范成法加工齿轮时，刀具顶部把被加工齿轮齿根部分已经切制出来的渐开线齿廓切去一部分的现象。

➤ **原因**：刀具的齿顶线（或齿顶圆）超过理论啮合线极限点 N_1



根切的后果：

- ① 削弱轮齿的抗弯强度；
- ② 会使齿轮啮合线缩短，重合度降低，影响传动的平稳性。

二、避免根切的措施

1、限制小齿轮的最少齿数；2、采用变位齿轮。

➤ **不发生根切的条件**：

$$h_a \leq \overline{N_1Q}$$

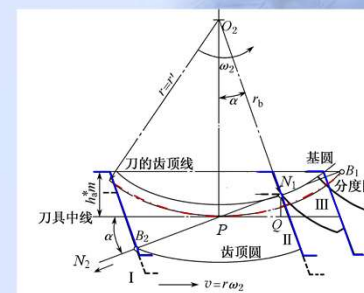
$$h_a^* m \leq r \sin^2 \alpha = (mz/2) \sin^2 \alpha$$

$$z \geq \frac{2h_a^*}{\sin^2 \alpha}$$

最小齿数： $z_{\min} = \frac{2h_a^*}{\sin^2 \alpha}$

当 $\alpha=20^\circ$ ， $h_a^*=1$ 时， $z_{\min}=17$ （正常齿）；

当 $\alpha=20^\circ$ ， $h_a^*=0.8$ 时， $z_{\min}=14$ （短齿）；



三、变位齿轮

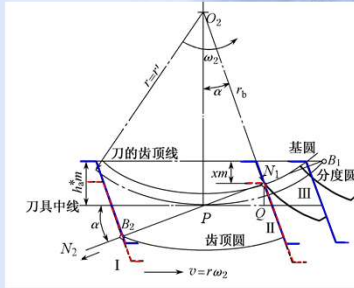
➤ 为避免加工齿数小于17的齿轮时根切，将齿条刀具向远离轮坯轮心方向移动一段距离 xm ，使刀具齿顶线位于理论啮合点之下的方法。

xm ——移距， x ——变位系数。

➤ 变位齿轮

由刀具改变一个位置而加工出来的齿轮称为**变位齿轮**。

注：采用变位修正法加工变位齿轮，不仅可以避免根切，而且与标准齿轮相比，齿厚等参数发生了变化，因而可以用这种方法来提高齿轮的弯曲强度，改善齿轮的传动性能。



§ 9-8 齿轮的材料



齿轮的齿体应有较高的抗折断能力，齿面应有较强的抗点蚀、抗磨损和较高的抗胶合能力，即要求：**齿面硬、齿芯韧、加工工艺性能及热处理性能良好。**

常用的齿轮材料

金属材料

锻钢：制造齿轮的主要材料，一般用含碳量为0.1%~0.6%的碳素钢或合金钢。

• **软齿面齿轮：**齿面硬度 ≤ 350 HBS的齿轮。

先热处理后切削加工。

小齿轮转速高、受力次数多，设计时应使小齿轮齿面硬度比大齿轮高30~50 HBS。

• **硬齿面齿轮：**齿面硬度 > 350 HBS的齿轮。

先精加工后热处理。

铸钢

铸铁

非金属材料：夹布塑胶、尼龙等。

特点及适用场合

金属材料

锻钢：

• **软齿面齿轮：**综合机械性能好，加工工艺简单，成本低，用于一般机械传动中。

• **硬齿面齿轮：**加工工艺复杂，成本高，常用于高速、重载、精度高及结构紧凑的场合中。

铸钢：当齿轮的尺寸较大或结构较复杂轮坯不易锻造时，采用铸钢。

铸铁：铸铁的弯曲强度低、冲击韧性差，常用于低速、无冲击和大尺寸和开式传动。

非金属材料：用于高速、小功率和精度要求不高的齿轮传动。

常用的齿轮材料列于表9-4a。

§ 9-9 轮齿的失效形式及计算准则

一、轮齿的失效形式

失效形式 { 轮齿折断



- **产生原因:** 齿根弯曲应力大、齿根过渡圆角处应力集中大。
- **类型:** 疲劳折断、过载折断。
- **出现场合:** 主要出现在闭式的硬齿面齿轮传动中。
- **防范措施:** 1) 增大 m 或齿宽 b ; 2) 增大齿根圆角半径, 减小齿根处应力集中; 3) 对齿根进行强化处理, 选高强度材料等。

一、轮齿的失效形式

失效形式 { 轮齿折断
齿面磨损



- **产生原因:** 有坚硬的杂质落入啮合齿面间, 润滑情况差。
- **类型:** 主要为磨粒磨损。开式齿轮传动易发生磨粒磨损。
- **出现场合:** 主要出现在开式齿轮传动中。
- **防范措施:** 1) 改开式为闭式传动; 2) 提高齿面硬度; 3) 改善润滑和密封条件。

一、轮齿的失效形式

失效形式 { 轮齿折断
齿面磨损
齿面点蚀

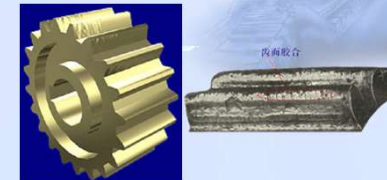


- **产生原因:** 齿轮承载时, 工作面受到交变的接触应力作用→齿面出现裂纹→裂纹扩展→齿面形成麻点状脱落→点蚀。
- **出现场合:** 主要出现在闭式的软齿面齿轮传动中。
- **防范措施:** 1) 提高齿面硬度; 2) 降低表面粗糙度; 3) 增加润滑油粘度。

点蚀是闭式软齿面齿轮传动的主要破坏形式。
一般出现在齿根表面靠近节线处。

一、轮齿的失效形式

失效形式 { 轮齿折断
齿面磨损
齿面点蚀
齿面胶合



- **产生原因:** 载荷大, 润滑不良; 滑动速度大, 散热不好→表面粘连→沿运动方向撕裂→齿面胶合。
- **出现场合:** 主要出现在高速重载齿轮传动中。
- **防范措施:** 1) 提高齿面硬度和减小其粗糙度; 2) 低速传动采用高粘度润滑油; 3) 高速传动采用抗胶合能力强的润滑油。

计算准则

对一般工况下的齿轮传动，其设计准则是：

- 保证足够的**齿根弯曲疲劳强度**，以免发生齿根折断。
- 保证足够的**齿面接触疲劳强度**，以免发生齿面点蚀。

对高速重载齿轮传动，除以上两设计准则外，还应按**齿面抗胶合能力**的准则进行设计。

齿轮工作条件	主要失效形式	设计准则
软齿面闭式齿轮传动	齿面点蚀	按齿面接触强度设计 校核齿根弯曲强度
硬齿面闭式齿轮传动	齿根折断	按齿根弯曲强度设计 校核齿面接触疲劳强度
开式齿轮传动	磨粒磨损 轮齿折断	只按齿根弯曲疲劳强度设计 适当降低许用应力以及增大模数值 考虑磨损对齿厚的影响

§ 9-10 直齿圆柱齿轮轮齿表面的接触疲劳强度计算

一、单个轮齿上的作用力

- 一对直齿圆柱齿轮，若**略去齿面间的摩擦力**，假定齿面上的总作用力（法向力 F_n ）集中作用于齿宽中点啮合节点处，轮齿节点 P 处的法向力 F_n 可分解为两个互相垂直的分力：**切于分度圆上的圆周力 F_t** ，和**通过圆心的径向力 F_r** 。

齿轮高副间实际存在的力

过齿轮所在轴线不能传递扭矩

垂直于齿轮所在轴线传递有用转矩

力	直齿圆柱齿轮1	直齿圆柱齿轮2
圆周力	$F_{t1}=2T_1/d_1$	$F_{t2}=-F_{t1}$
法向力	$F_{n1}=F_{t1}/\cos\alpha$	$F_{n2}=-F_{n1}$
径向力	$F_{r1}=F_{t1}\tan\alpha$	$F_{r2}=-F_{r1}$

已知： n_1 —主动轮转向
 n_2 —从动轮转向
 F_{r1} —主动轮径向力
 F_{r2} —从动轮径向力
 F_{t1} —主动轮圆周力
 F_{t2} —从动轮圆周力

若 P 为小齿轮轴传递的名义功率(kW)， n_1 为小齿轮的转速(r/min)，则小齿轮传递的名义转矩为

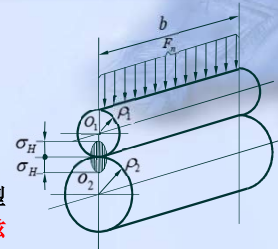
$$T_1 = 9.55 \times 10^6 \frac{P}{n_1} \text{ N} \cdot \text{mm}$$

作用力的方向及判断

圆周力：主动轮上 F_{t1} 与转向相反，从动轮上 F_{t2} 与转向相同；
径向力： F_{r1} 和 F_{r2} 指向各自的轮心。

二、轮齿的接触疲劳强度计算

- 疲劳点蚀与齿面接触应力大小有关。
- 方法：限制轮齿齿面最大接触应力 σ_H ，使其不要超过许用值 $[\sigma_H]$ 。
- 最大接触应力的计算：将一对轮齿的啮合简化为两个圆柱体接触的模型，齿面最大接触应力可近似地用赫兹公式表示，



$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F_n}{\pi b} \frac{1 \pm \frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2}}{1 - \mu_1^2 + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2}}}$$

F_n — 作用在圆柱体上的载荷

ρ_1 、 ρ_2 — 两圆柱体接触处的半径

“+”号—外接触；“-”号—内接触

μ_1 、 μ_2 — 两圆柱体材料的泊松比
 E_1 、 E_2 为两圆柱体材料的弹性模量

实践证明，点蚀通常首先发生在齿根部靠近节线处，故取节点处的接触应力为计算依据。节点处的齿廓曲率半径分别为：

$$\rho_1 = N_1 P = \frac{d_1}{2} \sin \alpha$$

$$\rho_2 = N_2 P = \frac{d_2}{2} \sin \alpha$$

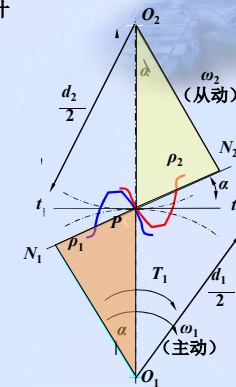
令齿数比 $i = z_2/z_1 = d_2/d_1$ ，则

$$\frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2} = \frac{\rho_2 \pm \rho_1}{\rho_1 \rho_2} = \frac{2(d_2 \pm d_1)}{d_1 d_2 \sin \alpha}$$

$$= \frac{i \pm 1}{i} \cdot \frac{2}{d_1 \sin \alpha}$$

中心距：

$$a = \frac{1}{2}(d_2 + d_1) = \frac{d_1}{2}(i \pm 1)$$



考虑附加动载荷对接触强度的影响，引入载荷系数 K ，则计算载荷 F_{ca} ：

$$F_{ca} = KF_n = \frac{KF_t}{\cos \alpha} = \frac{2KT_1}{d_1 \cos \alpha}$$

对于一对钢制齿轮， $E_1 = E_2 = 2.06 \times 10^5 \text{ MPa}$ ， $\mu_1 = \mu_2 = 0.3$ ，标准齿轮压力角 $\alpha = 20^\circ$ ，可得钢制标准齿轮传动的齿面接触强度校核方式：

$$\sigma_H = 335 \sqrt{\frac{(i \pm 1)^3 KT_1}{ib a^2}} \leq [\sigma_H]$$

校核公式

将 $b = \psi_a a$ 代入上式，可得齿面接触强度设计方式

$$a \geq (i \pm 1) \sqrt[3]{\left(\frac{335}{[\sigma_H]}\right)^2 \frac{KT_1}{\psi_a \cdot i}}$$

设计公式

◆ 齿面接触疲劳强度计算说明：

1、配对齿轮材料改变，系数也改变：

钢对灰铸铁：335、48→290、44；

钢对球墨铸铁：335、48→320、47；

灰铸铁对灰铸铁：335、48→258、40。

2、 $\sigma_{H1} = \sigma_{H2}$ 。材料不同→ $[\sigma_{H1}] \neq [\sigma_{H2}]$ ， $[\sigma_H]$ 值由表9-5查取。

$[\sigma_H] \downarrow$ ，接触强度越差→设计时取 $[\sigma_H] = \min\{[\sigma_{H1}], [\sigma_{H2}]\}$ 。

3、相同条件下，

零件产生的接触应力 σ_H 大，接触疲劳强度弱，反之则强；

零件许用接触应力 $[\sigma_H]$ 大，接触疲劳强度强，反之则弱；

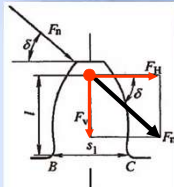
4、在其它参数相同的条件下，接触疲劳强度与 d_1 或中心距 a 成正比，即与 mz 乘积成正比，而不与 m 或 z 单独相关。

5、公式中 T_1 代入小齿轮的数据。

§ 9-11 直齿圆柱齿轮轮齿的弯曲疲劳强度计算

一、受力分析:

- 轮齿近似地看成一个**悬臂梁**，沿啮合线方向作用于齿顶的法向力 F_n 可分解为互相垂直的两个分力 $F_{nt}=F_n \cos \delta$ 和 $F_{nt}=F_n \sin \delta$ 。
- 前者使齿根产生**弯曲应力** σ_F 和**剪应力** τ ，后者使齿根产生**压应力** σ_c ，因剪应力和压应力的数值较小，可忽略不计；故在计算轮齿弯曲疲劳强度时只考虑**弯曲应力**。



- 危险截面：取齿根的危险截面为一矩形。宽度为 s_1 ，长度为 b ，与分力的距离为 l 。齿根弯曲疲劳强度：

$$\sigma_F = \frac{M}{W} = \frac{KF_t l \cos \delta}{\frac{bs_1^2}{6}} = \frac{6KF_t l \cos \delta}{bs_1^2 \cos \alpha} = \frac{KF_t}{bm} \cdot \frac{6 \frac{l}{m} \cos \delta}{\left(\frac{s_1}{m}\right)^2 \cos \alpha}$$

◆ 定义齿形系数：
$$Y_F = \frac{6 \frac{l}{m} \cos \delta}{\left(\frac{s_1}{m}\right)^2 \cos \alpha}$$

二、轮齿弯曲强度的验算公式

$$\sigma_F = \frac{KF_t Y_F}{bm} = \frac{2KT_1 Y_F}{bd_1 m} = \frac{2KT_1 Y_F}{bz_1 m^2} \leq [\sigma_F]$$

三、轮齿弯曲强度设计公式：

将 $b = \psi_a \cdot a = \psi_a z_1 m (i+1)/2$ 代入上式，可得齿根弯曲疲劳强度设计公式：

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{4KT_1 Y_F}{\psi_a z_1^2 (i+1) [\sigma_F]}} \quad \text{mm}$$

公式中 T_1 、 d_1 、 z_1 代入小齿轮的数据。

➤ 齿根弯曲疲劳强度计算说明：

1、齿形系数 Y_F ：
$$Y_F = \frac{6 \frac{l}{m} \cos \delta}{\left(\frac{s_1}{m}\right)^2 \cos \alpha}$$

只与齿形有关，与模数 m 无关；由表9-6查取。

2、 $z_1 \neq z_2 \rightarrow Y_{F1} \neq Y_{F2} \rightarrow \sigma_{F1} \neq \sigma_{F2}$ 。 $Y_F \uparrow$ ， $\sigma_F \uparrow$ 。

材料不同 $\rightarrow [\sigma_F]_1 \neq [\sigma_F]_2$ ， $[\sigma_F] \downarrow$ ，弯曲强度 $\downarrow \rightarrow$ 校核时，两齿轮分别进行校核或仅校核 $Y_F/[\sigma_F]$ 中的较大者：

$$\sigma_{F1} = \frac{2KT_1 Y_{F1}}{bz_1 m^2} \leq [\sigma_F]_1 \quad \sigma_{F2} = \frac{2KT_1 Y_{F2}}{bz_2 m^2} \leq [\sigma_F]_2$$

设计时取：
$$\frac{Y_F}{[\sigma_F]} = \max \left\{ \frac{Y_F}{[\sigma_F]_1}, \frac{Y_F}{[\sigma_F]_2} \right\}$$

3、齿数的选择：满足 $\sigma_F \leq [\sigma_F]$ 的情况下， $z_1 \uparrow \rightarrow$ 重合度 $\uparrow \rightarrow$ 传动平稳，摩擦损失小，制造费用低。

闭式软齿面齿轮传动： $z_1 = 20 \sim 40$ ；

开式齿轮传动或闭式硬齿面齿轮传动：为减小齿轮尺寸，可适当减小齿数， $z_1 > 17$ 。

总结

一、接触疲劳强度计算

校核公式：

$$\sigma_H = \frac{335}{a} \sqrt{\frac{(i+1)^3 KT_1}{ib}} \leq [\sigma_H]$$

设计公式：

$$a \geq 48(i+1) \sqrt{\frac{KT_1}{i\psi_a [\sigma_H]^2}}$$

二、弯曲疲劳强度计算

校核公式：

$$\sigma_F = \frac{2KT_1 Y_F}{bd_1 m} = \frac{2KT_1 Y_F}{bz_1 m^2} \leq [\sigma_F]$$

设计公式：

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{4KT_1 Y_F}{\psi_a z_1^2 (i+1) [\sigma_F]}}$$

1、 $b_1 - b_2 = 5 \sim 10 \text{mm}$ ，在计算时取小者计算；

2、无论计算哪个齿轮，公式中的 T_1 、 z_1 、 d_1 不变；

3、接触疲劳强度设计计算时取 $[\sigma_H] = \min\{[\sigma_H]_1, [\sigma_H]_2\}$ 。

4、弯曲疲劳强度设计计算时取：
$$\frac{Y_F}{[\sigma_F]} = \max \left\{ \frac{Y_F}{[\sigma_F]_1}, \frac{Y_F}{[\sigma_F]_2} \right\}$$

总结

一、接触疲劳强度计算

校核公式:

$$\sigma_H = \frac{335}{a} \sqrt{\frac{(i \pm 1)^3 K T_1}{ib}} \leq [\sigma_H]$$

设计公式:

$$a \geq 48(i \pm 1) \sqrt[3]{\frac{K T_1}{i \psi_a [\sigma_H]^2}}$$

二、弯曲疲劳强度计算

校核公式:

$$\sigma_F = \frac{2 K T_1 Y_F}{b d_1 m} = \frac{2 K T_1 Y_F}{b z_1 m^2} \leq [\sigma_F]$$

设计公式:

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{4 K T_1 Y_F}{\psi_a z_1^2 (i \pm 1) [\sigma_F]}}$$

5、在齿轮的齿宽系数、齿数及材料已选定的情况下,影响齿轮弯曲疲劳强度的主要因素是模数。模数愈大,齿轮的弯曲疲劳强度愈高。

在齿轮的齿宽系数、材料及传动比已选定的情况下,影响齿面接触疲劳强度的主要因素是小齿轮的直径。小齿轮的直径愈大,齿轮的齿面接触强度愈高。

总结

一、接触疲劳强度计算

校核公式:

$$\sigma_H = \frac{335}{a} \sqrt{\frac{(i \pm 1)^3 K T_1}{ib}} \leq [\sigma_H]$$

设计公式:

$$a \geq 48(i \pm 1) \sqrt[3]{\frac{K T_1}{i \psi_a [\sigma_H]^2}}$$

二、弯曲疲劳强度计算

校核公式:

$$\sigma_F = \frac{2 K T_1 Y_F}{b d_1 m} = \frac{2 K T_1 Y_F}{b z_1 m^2} \leq [\sigma_F]$$

设计公式:

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{4 K T_1 Y_F}{\psi_a z_1^2 (i \pm 1) [\sigma_F]}}$$

6、模数 m 应向大的方向靠标准值;

7、中心距 a 应为整数,便于箱体座孔的加工测量。

设计参数选择: z , ψ_a , K ,

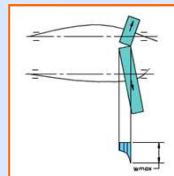
1、齿宽系数 ψ_a 的选择:

ψ_a 越大,齿宽 b 越宽,有利于提高强度,但是会增加载荷分布的不均匀性;

ψ_a 值取推荐值: 轻型减速器 $\psi_a = 0.2 \sim 0.4$ 、
中型减速器 $\psi_a = 0.3 \sim 0.6$ 、
重型减速器 $\psi_a = 0.8$ 。

2、载荷系数 K 的选择:

$K = 1.3 \sim 1.6$, 齿轮相对于支承 **对称** 布置时取小些,
非对称 布置时取大些。

3、齿数 z 的选择:

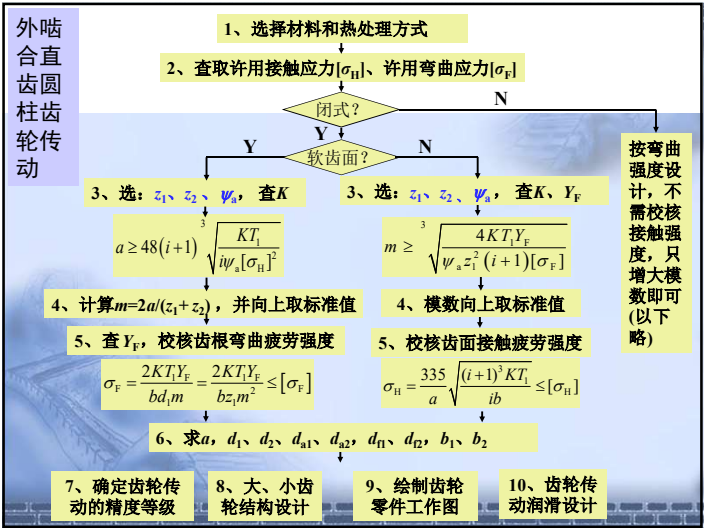
满足 $\sigma_F \leq [\sigma_F]$ 的情况下, $z_1 \uparrow \rightarrow$ 重合度 $\uparrow \rightarrow$ 传动平稳

$\rightarrow m \downarrow \rightarrow$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{齿高} \downarrow \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{齿坯尺寸} \downarrow, \text{切削量} \downarrow, \text{制造费用} \downarrow \\ \text{滑动速度} \downarrow, \text{磨损及胶合可能性} \downarrow \end{array} \right. \\ \text{齿厚} \downarrow, \text{弯曲强度} \downarrow \end{array} \right.$

闭式软齿面 齿轮传动,齿数应多一些: $z_1 = 20 \sim 40$;

开式 齿轮传动或 **闭式硬齿面** 齿轮传动,轮齿主要为磨损失效,为使轮齿不致过小,故小齿轮不宜选用过多齿数, $z_1 = 17 \sim 20$ 。为使轮齿磨损均匀,一般使 z_1 和 z_2 互为质数。

4、**齿面硬度**: 当配对齿轮副中的齿面均属 **软齿面** 时,小齿轮的齿面硬度应大于大齿轮的齿面硬度;当两者均属 **硬齿面** 时,两齿轮的材料、热处理方法及硬度可取相同值。



直齿圆柱齿轮设计实例

设计一带式运输机的单级减速器中的圆柱齿轮传动。已知减速器中的输入功率10kW，满载转速 $n=960\text{r/min}$ ，传动比 $i=4$ ，单向运转、载荷平稳。

1. 选择齿轮材料、确定许用应力

本设计中载荷中等且平稳、速度不高、传动尺寸无特殊要求，因此两齿轮均可采用软齿面齿轮，且保证大、小齿轮齿面硬度差30~50 HBS。选择小齿轮材料为45钢调质，大齿轮材料为45钢正火。由表9-5和表9-7查得两齿轮的硬度、接触疲劳强度和弯曲疲劳强度的许用应力为：

☆ 小齿轮：齿面硬度为230HBS，

$$[\sigma_H]_1=380+0.7\text{HBS}=541\text{MPa}, [\sigma_F]_1=140+0.2\text{HBS}=186\text{MPa}$$

☆ 大齿轮：齿面硬度为190HBS，

$$[\sigma_H]_2=380+0.7\text{HBS}=513\text{MPa}, [\sigma_F]_2=140+0.2\text{HBS}=178\text{MPa}$$

2. 选取设计参数

(1) 小齿轮齿数：

对于闭式软齿面齿轮传动，通常 z_1 在20~40之间选取。取 $z_1=24$ ，则 $z_2=i z_1=4 \times 24=96$ 。

(2) 齿宽系数 ψ_a ：

单级齿轮传动，齿轮相对于两支承对称布置，两轮均为软齿面，取 $\psi_a=0.4$ 。

(3) 载荷系数 K ：

齿轮相对于两支承对称布置，且载荷平稳，取 $K=1.3$ 。

(4) 齿形系数 Y_F ：

查表9-6，用插值法得： $Y_{F1}=2.67$ ， $Y_{F2}=2.214$ 。

3. 按齿面接触疲劳强度设计

(1) 小齿轮的转矩：

$$T_1=9.55 \times 10^6 \times \frac{P}{n}=9.55 \times 10^6 \times \frac{10}{960}=9.95 \times 10^4 \text{N} \cdot \text{mm}$$

(2) 按齿面接触疲劳强度确定中心距：

$$a \geq 48(i+1) \sqrt[3]{\frac{KT_1}{i\psi_a[\sigma_H]^2}}=48 \times (4+1) \times \sqrt[3]{\frac{1.3 \times 9.95 \times 10^4}{4 \times 0.4 \times 513^2}}=161.94 \text{mm}$$

(3) 模数：

$$m=\frac{2a}{z_1+z_2} \geq \frac{2 \times 161.94}{24+96}=2.70 \text{mm}$$

查表9-1，取标准模数 $m=2.75\text{mm}$ 。

4. 齿轮几何尺寸计算

(1) 小齿轮分度圆直径及齿顶圆直径:

$$d_1 = mz_1 = 2.75 \times 24 = 66 \text{ mm}$$

$$d_{a1} = mz_1 + 2h_a^* m = 66 + 5.5 = 71.5 \text{ mm}$$

(2) 大齿轮分度圆直径及齿顶圆直径:

$$d_2 = mz_2 = 2.75 \times 96 = 264 \text{ mm}$$

$$d_{a2} = mz_2 + 2h_a^* m = 264 + 5.5 = 269.5 \text{ mm}$$

(3) 标准中心距:

$$a = (d_1 + d_2) / 2 = (66 + 264) / 2 = 165 \text{ mm}$$

(4) 大、小齿轮齿宽: $b = \psi_a a = 0.4 \times 165 = 66 \text{ mm}$

$$\text{取: } b_2 = 66 \text{ mm}, b_1 = b_2 + 5 = 71 \text{ mm}$$

5. 校核弯曲疲劳强度

(1) 小齿轮:

$$\sigma_{F1} = \frac{2KT_1Y_{F1}}{bd_1m} = \frac{2 \times 1.3 \times 9.95 \times 10^4 \times 2.67}{66 \times 66 \times 2.75} = 57.66 \text{ MPa} \leq [\sigma_F]_1$$

(2) 大齿轮:

$$\sigma_{F2} = \frac{2KT_1Y_{F2}}{bd_1m} = \frac{2 \times 1.3 \times 9.95 \times 10^4 \times 2.214}{66 \times 66 \times 2.75} = 47.81 \text{ MPa} \leq [\sigma_F]_2$$

6. 确定齿轮的精度等级

小齿轮圆周速度:

$$v_1 = \frac{\pi d_1 n_1}{60000} = \frac{\pi \times 66 \times 960}{60000} = 3.32 \text{ m/s}$$

根据表9-3选用8级精度。

§ 9-12 斜齿圆柱齿轮传动

回顾: 直齿圆柱齿轮的特点

1. 一对直齿轮相啮合时, 其轮齿沿整个齿宽同时进入接触或同时分离。

→ 容易引起冲击、振动和噪音。

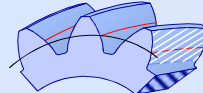
2. 直齿轮传动的重合度小。

- 每对轮齿的负荷大;
- 传动不够平稳;
- 不适用于高速重载的传动。

斜齿轮传动



直齿圆柱齿轮

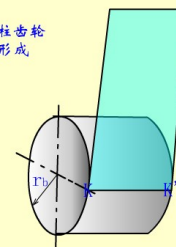


斜齿圆柱齿轮

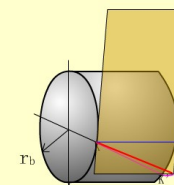
一、斜齿圆柱齿轮的形成原理

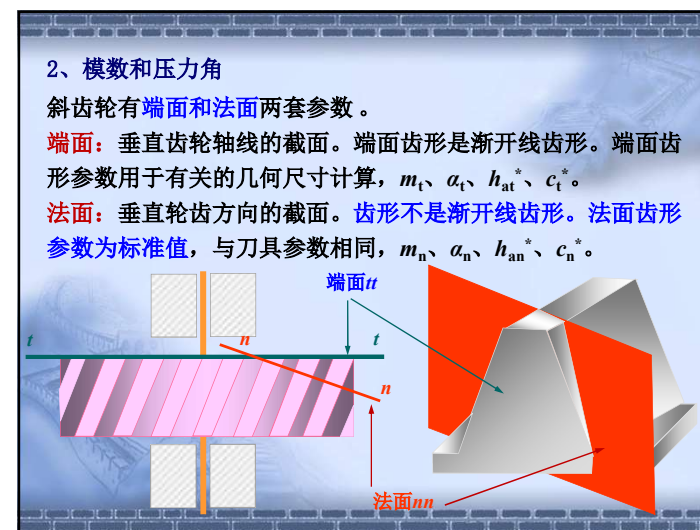
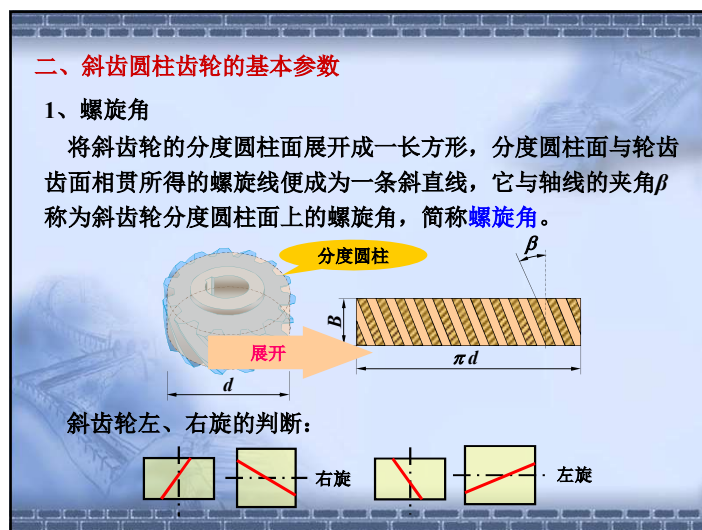
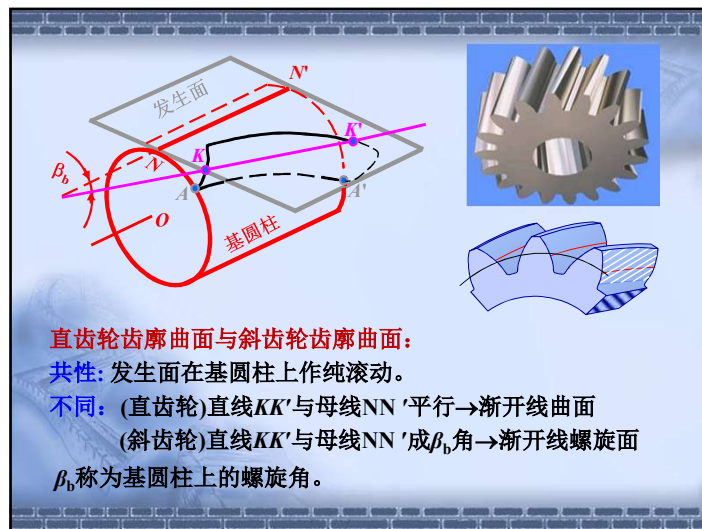
➢ 直齿圆柱齿轮齿渐开线曲面的形成与斜齿圆柱齿轮齿渐开线曲面的形成的比较:

直齿圆柱齿轮齿渐开线曲面的形成



斜齿圆柱齿轮齿渐开线曲面的形成

播放
暂停
重放



法面模数 m_n 与端面模数 m_t

$$p_n = \pi m_n$$

$$p_t = \pi m_t \quad \rightarrow \quad m_n = m_t \cos \beta$$

$$p_n = p_t \cos \beta \quad m_n \text{ 取为标准值}$$

分度圆柱

将轮齿与斜齿轮分度圆柱面相交图形展开

3、齿顶高系数和顶隙系数

斜齿轮法面和端面上的齿顶高和齿根高都是相同的：

$$h_a = h_{an}^* m_n = h_{at}^* m_t \quad \rightarrow \quad h_{at}^* = h_{an}^* m_n / m_t = h_{an}^* \cos \beta$$

$$c = c_n^* m_n = c_t^* m_t \quad \rightarrow \quad c_t^* = c_n^* m_n / m_t = c_n^* \cos \beta$$

h_{an}^* — 法面齿顶高系数，其值与直齿轮的 h_a^* 一样，是标准值1；

h_{at}^* — 端面齿顶高系数， $h_{at}^* = h_{an}^* \cos \beta$ ；

c_n^* — 法面顶隙系数，其值与直齿轮的 c^* 一样，是标准值0.25；

c_t^* — 端面顶隙系数， $c_t^* = c_n^* \cos \beta$ ；

4、重合度

直齿轮

斜齿轮

啮合区

分度圆柱展开面

FF 位置：沿整个齿顶开始啮合
 GG 位置：沿整个齿根终止啮合
 啮合弧： FG

F 点：轮齿前端面齿顶开始啮合
 F' 点：轮齿后端面齿顶开始啮合
 G 点：轮齿前端面齿根终止啮合
 G' 点：轮齿后端面齿根终止啮合
 啮合弧： FH

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \frac{B \tan \beta}{p_t} = \varepsilon_\alpha + \frac{B \sin \beta}{p_n} > \varepsilon_\alpha$$

5、当量齿数

➤ 对于斜齿轮来讲，其受力和强度设计都是以法面为依据。

➤ 用仿形法加工斜齿轮时，铣刀沿着螺旋齿槽方向进刀，必须按照法面齿形来选择铣刀的号码。

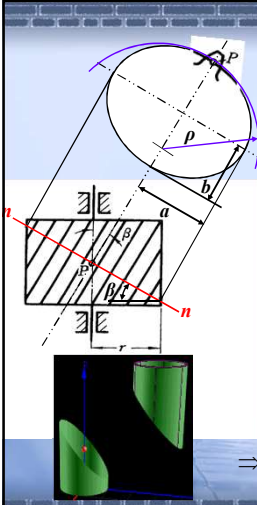
(1) 当量齿轮的概念

虚拟一个齿形与斜齿轮的法面齿形相当的直齿圆柱齿轮，将这个齿轮称为斜齿轮的当量齿轮。

(2) 当量齿数

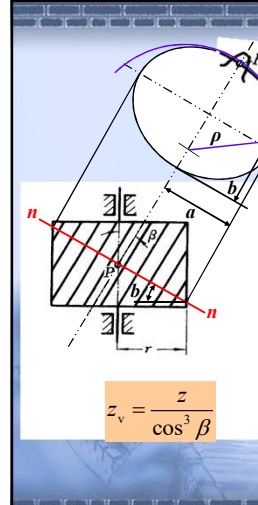
当量齿轮轮齿的个数，用 z_v 表示。

(3) 如何构造当量齿轮、计算当量齿数？



当量齿轮 过分度圆柱面上任意齿上的节点P作轮齿螺旋线的法平面nn, 它与分度圆柱面的交线为一椭圆。其长半轴 $a=d/(2\cos\beta)$, 短半轴 $b=d/2$, 以椭圆在P点的曲率半径 $\rho=a^2/b$ 为分度圆半径, 以斜齿轮的法面模数 m_n 为模数, 以 $\alpha_n=20^\circ$, 作一直齿圆柱齿轮, 其齿形与斜齿轮的法面齿形十分接近。——**斜齿轮的当量齿轮**

$$\rho = \frac{a^2}{b} = \frac{(d/2\cos\beta)^2}{d/2} = \frac{d}{2\cos^2\beta}$$

$$\Rightarrow z_v = \frac{2\pi\rho}{p_n} = \frac{\pi d}{p_n \cos^2\beta} = \frac{\pi m_n z}{\pi m_n \cos^2\beta} = \frac{z}{\cos^3\beta}$$


当量齿数

- 斜齿轮的当量齿数总是大于实际齿数, 并且往往不是整数。
- 因斜齿轮的当量齿轮为一直齿圆柱齿轮, 其不发生根切的最少齿数 $z_{vmin}=17$, 则斜齿轮不发生根切的最少齿数为

$$z_{min} = z_{vmin} \cdot \cos^3\beta = 17\cos^3\beta$$

(4) 当量齿轮的作用

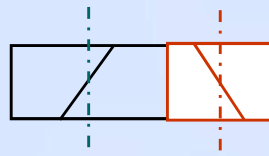
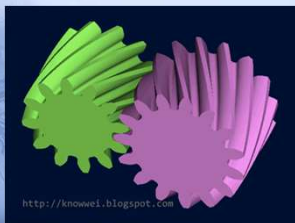
- 代替斜齿轮进行受力与强度计算;
- 其齿数作为仿形法加工斜齿轮选择铣刀的依据。

三、斜齿圆柱齿轮传动的正确啮合条件

斜齿轮正确啮合时, 除满足直齿轮正确啮合条件, 螺旋角要匹配。

正确啮合条件:

- $m_{n1} = m_{n2}, \alpha_{n1} = \alpha_{n2} \quad (m_{t1} = m_{t2}, \alpha_{t1} = \alpha_{t2})$
- 外啮合:** $\beta_1 = -\beta_2$
- 内啮合:** $\beta_1 = \beta_2$

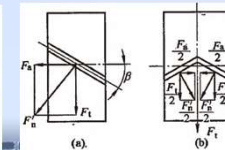


四、斜齿圆柱齿轮的特点

- 轮齿逐渐进入和脱开啮合, 传动平稳, 冲击和噪声小;
- 重合度大, 故承载能力高, 运动平稳, 适用于高速传动;
- 不产生根切的最小齿数比直齿轮少, 故结构紧凑;

$$z_{min} = z_{vmin} \cos^3\beta = 17\cos^3\beta$$

- 在工作时有轴向推力 F_a 。 $\beta \uparrow \rightarrow \varepsilon \uparrow$, 但 $F_a \uparrow$, 给轴承等零部件设计带来一些麻烦。故一般取 $\beta=8^\circ \sim 20^\circ$; 如果通过采用人字齿或其它方法抵消了全部或部分轴向力, 则可取 $\beta=23^\circ \sim 35^\circ$ 。



§ 9-13 斜齿圆柱齿轮传动的强度计算

一、受力分析

$$\text{圆周力: } F_t = \frac{2T_1}{d_1}$$

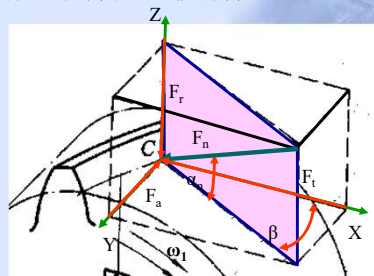
沿分度圆切线方向指向齿面

$$\text{径向力: } F_r = \frac{F_t \tan \alpha}{\cos \beta}$$

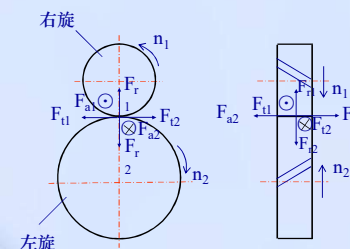
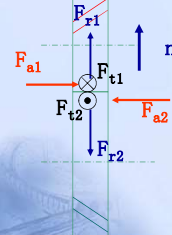
沿半径方向指向齿面

$$\text{轴向力: } F_a = F_t \tan \beta$$

与轴线平行并指向齿面

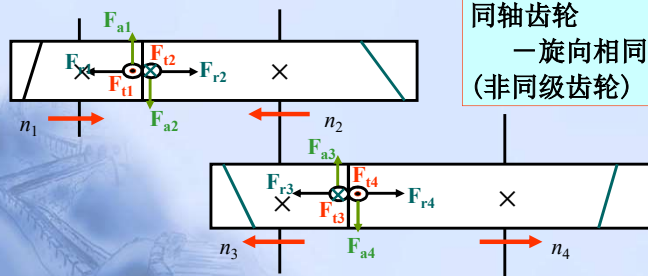


- ◆ 轴向力：主动轮轴向力 F_{a1} 的方向根据主动轮螺旋方向和回转方向用“主动轮左(右)手法则”判断。
- ❖ 当主动轮右旋时，用右手握住齿轮的轴线，让四指的弯曲方向与主动轮的转动方向相同，大拇指所指的方向即为轴向力的方向；主动轮左旋时，用左手来判断，方法同上。

圆周力：主动轮上 F_{t1} 与转向相反径向力： F_{r1} 和 F_{r2} 指向各自的轮心轴向力：主动轮上 F_{a1} 用左右手法则判定

例：分析齿轮传动的受力关系。要求：二级齿轮传动中轴的轴向力最小； n_1 已知，主动齿轮1为右旋。

* 配对齿轮一旋向相反

同轴齿轮
一旋向相同
(非同级齿轮)

二、强度计算

斜齿轮啮合传动时，载荷作用在法面内，而法面齿形近似于当量齿轮的齿形，因此，斜齿轮传动的强度计算可转换为当量直齿轮强度计算。

1、接触疲劳强度计算

校核公式：

$$\sigma_H = \frac{312}{a} \sqrt{\frac{(i \pm 1)^3 K T_1}{i b}} \leq [\sigma_H]$$

设计公式：

$$a \geq 46(i \pm 1) \sqrt[3]{\frac{K T_1}{\psi_a i [\sigma_H]^2}}$$

2、弯曲疲劳强度计算

校核公式：

$$\sigma_F = \frac{1.6 K T_1 Y_F}{b m_n d_1} = \frac{1.6 K T_1 Y_F \cos \beta}{b m_n^2 z_1} \leq [\sigma_F]$$

设计公式：

$$m_n \geq \sqrt[3]{\frac{3.2 K T_1 Y_F \cos^2 \beta}{\psi_a (i \pm 1) z_1^2 [\sigma_F]}}$$

➤ 计算说明:

1、配对齿轮材料改变, 系数也改变:

钢对灰铸铁: 312、46→269、42; 钢对球墨铸铁: 312、46→298、45; 灰铸铁对灰铸铁: 312、46→240、39。

2、按接触疲劳强度进行设计的步骤: 求出的中心距 a 后→选 z_1 、 $\beta \rightarrow z_2 = iz_1 \rightarrow$ 由下式计算模数 m_n ,

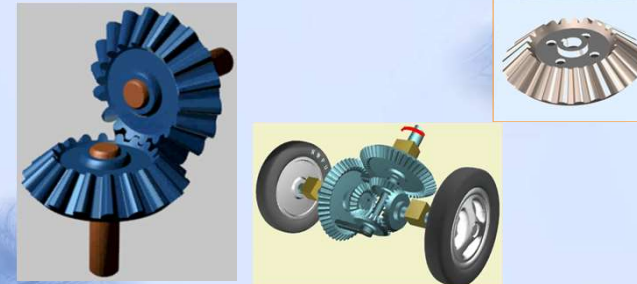
$$m_n = \frac{2a \cos \beta}{z_1 + z_2}$$

求得的 m_n 应取为标准值→由下式修正螺旋角 β ,

$$\beta = \arccos \frac{m_n (z_1 + z_2)}{2a}$$

3、齿形系数 Y_F 的选择: 按当量齿数查表9-6。

§ 9-14 锥齿轮传动



圆锥齿轮传动是用来传递两相交轴之间的运动和动力的。

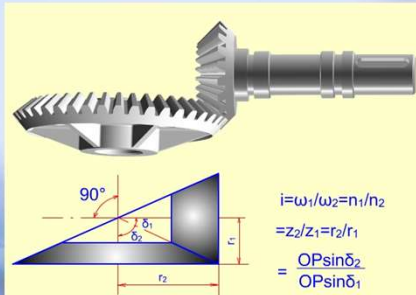
直齿圆锥齿轮常用于高速重载的传动中, 如: 汽车、飞机和拖拉机等传动机构中。

一、直齿圆锥齿轮的各部分名称和几何计算

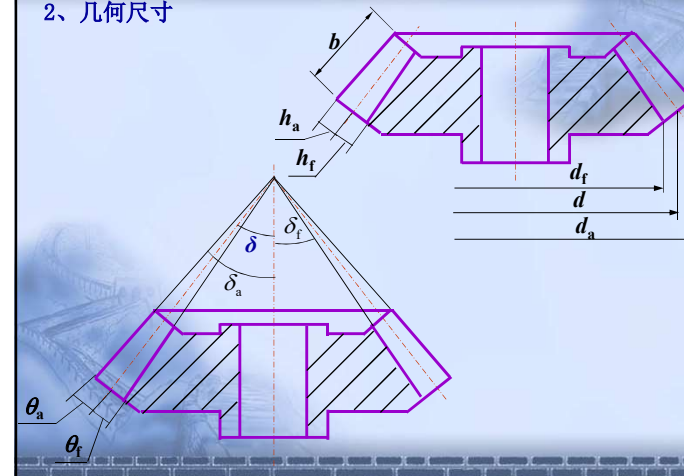
1、分度圆锥角及传动比

分度圆锥角: 齿轮的分度圆锥母线与轴线所夹的角。大、小锥齿轮的分度圆锥角分别用 δ_1 和 δ_2 表示。之和为轴交角 Σ 。

传动比:



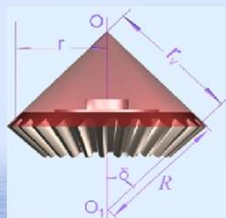
2、几何尺寸



二、背锥与当量齿数

背锥：做一圆锥与圆锥齿轮大端的分度圆相切，该圆锥称为直齿圆锥齿轮的背锥，其锥距，

$$r_v = \frac{r}{\cos \delta}$$

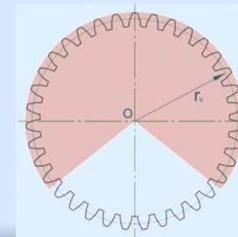


将背锥展开，以背锥展开后的齿形近似地作为圆锥齿轮大端球面渐开线齿形。

背锥展开后是一扇形齿轮，将扇形缺口补齐成圆形齿轮。该齿轮就是以背锥距为分度圆半径，具有大端模数和压力角的圆柱齿轮。

将此展开后的齿轮称为圆锥齿轮当量齿轮。它的齿数称为圆锥齿轮当量齿数 z_v 。

$$\left. \begin{aligned} r_v &= \frac{r}{\cos \delta} = \frac{mz}{2 \cos \delta} \\ r_v &= \frac{m z_v}{2} \end{aligned} \right\} z_v = \frac{z}{\cos \delta}$$



不产生根切的最小齿数，

$$z_{\min} = z_{v\min} \cos \delta = 17 \cos \delta$$

§ 9-15 直齿锥齿轮传动的强度计算

一、受力分析

合力作用点：锥齿轮齿宽中点处，该处分度圆直径为 d_m 。

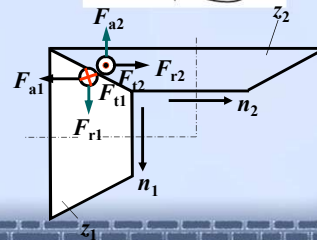
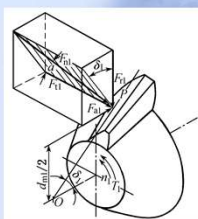
力的分解方法： F_{n1} 分解成圆周力 F_{t1} ，径向力 F_{r1} 和轴向力 F_{a1} 。

切向力 $\rightarrow F_{t1} = \frac{2T_1}{d_{m1}}$

径向力 $\rightarrow F_{r1} = F_{t1} \tan \alpha \cos \delta_1$

轴向力 $\rightarrow F_{a1} = F_{t1} \tan \alpha \sin \delta_1$

法向力 (合力) $\rightarrow F_{n1} = \frac{F_{t1}}{\cos \alpha}$

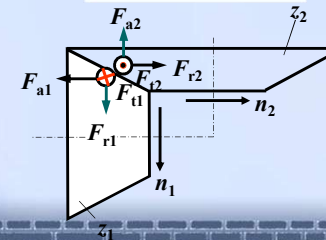
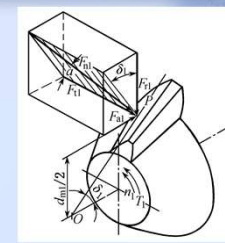


受力方向判断：

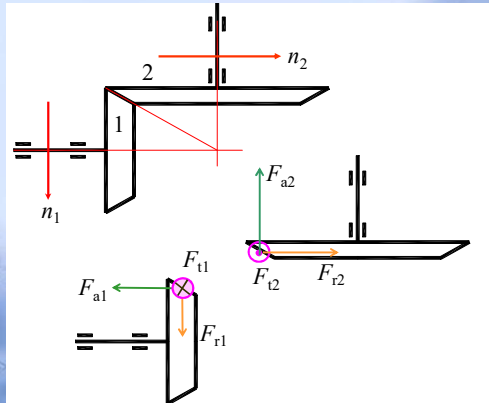
$$\left\{ \begin{aligned} F_t &\begin{cases} F_{t1} \text{ (主)} : \text{与 } n_1 \text{ 反向} \\ F_{t2} \text{ (从)} : \text{与 } n_2 \text{ 同向} \end{cases} \\ F_r &\text{由啮合点指向轮心} \\ F_a &\text{由小端指向大端} \end{aligned} \right.$$

若 $\Sigma = 90^\circ$ ，则：

$$\begin{aligned} F_{t1} &= -F_{t2} \\ F_{a1} &= -F_{r2} \\ F_{r1} &= -F_{a2} \end{aligned}$$



例:



二、强度计算

认为一对直齿圆锥齿轮传动和位于齿宽中点的一对当量圆柱齿轮传动的强度相等。

1、接触疲劳强度计算

校核公式:

$$\sigma_H = \frac{335}{R-0.5b} \sqrt{\frac{\sqrt{(i^2+1)^3} KT_1}{ib}} \leq [\sigma_H]$$

设计公式:

$$R \geq 48 \sqrt{i^2+1}^3 \sqrt{\frac{KT_1}{(1-0.5\psi_a)^2 \psi_a i [\sigma_H]^2}}$$

$$i=1\sim 5, \psi_R=0.25\sim 0.3$$

2、弯曲疲劳强度计算

校核公式:

$$\sigma_F = \frac{2KT_1 Y_F}{bm_m d_{m1}} = \frac{2KT_1 Y_F}{bm_m^2 z_1} \leq [\sigma_F]$$

设计公式:

$$m_m \geq \sqrt[3]{\frac{4KT_1 Y_F (1-\psi_a)}{\sqrt{i^2+1} \psi_a z_1^2 [\sigma_F]}}$$

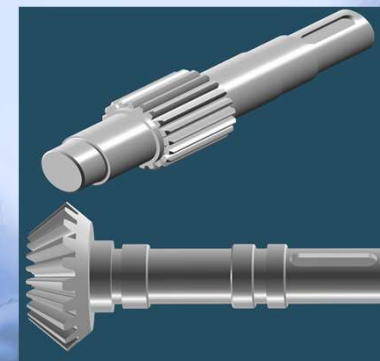
$$m = \frac{m_m}{1-0.5\psi_a}$$

§ 9-16 齿轮的构造

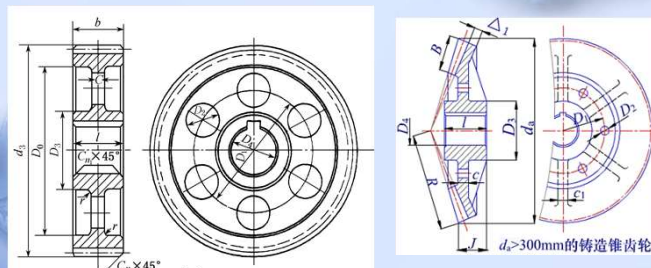
1. **实心齿轮:** 齿轮的直径很小时, 一般都做成实心式结构。



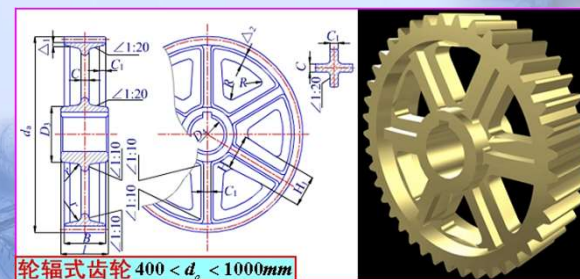
2. **齿轮轴:** 当齿根圆到键槽底部的距离e很小时, 便将齿轮和轴做在一起, 称为齿轮轴。



3. 腹板式结构齿轮：齿顶圆直径在160~500mm



4. 轮辐式齿轮：齿顶圆直径大于400mm。



作业

作业1:

作业2: 确定两级齿轮减速器中齿轮3和4的旋向, 画出齿轮2和3所受各力 (\$F_t\$, \$F_r\$, \$F_a\$)。要求: 中间轴上的轴向力最小; \$n_1\$ 已知。

