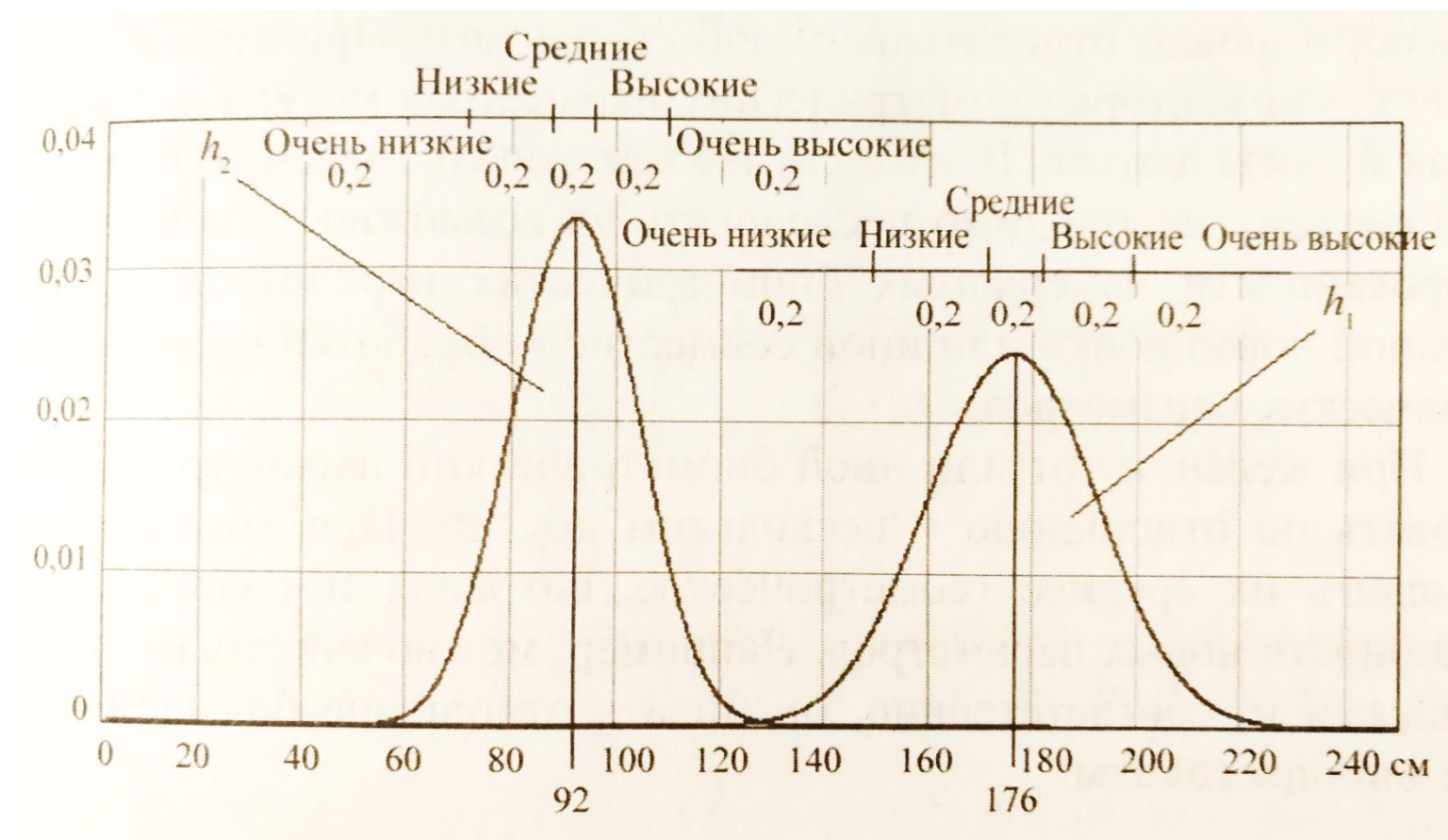
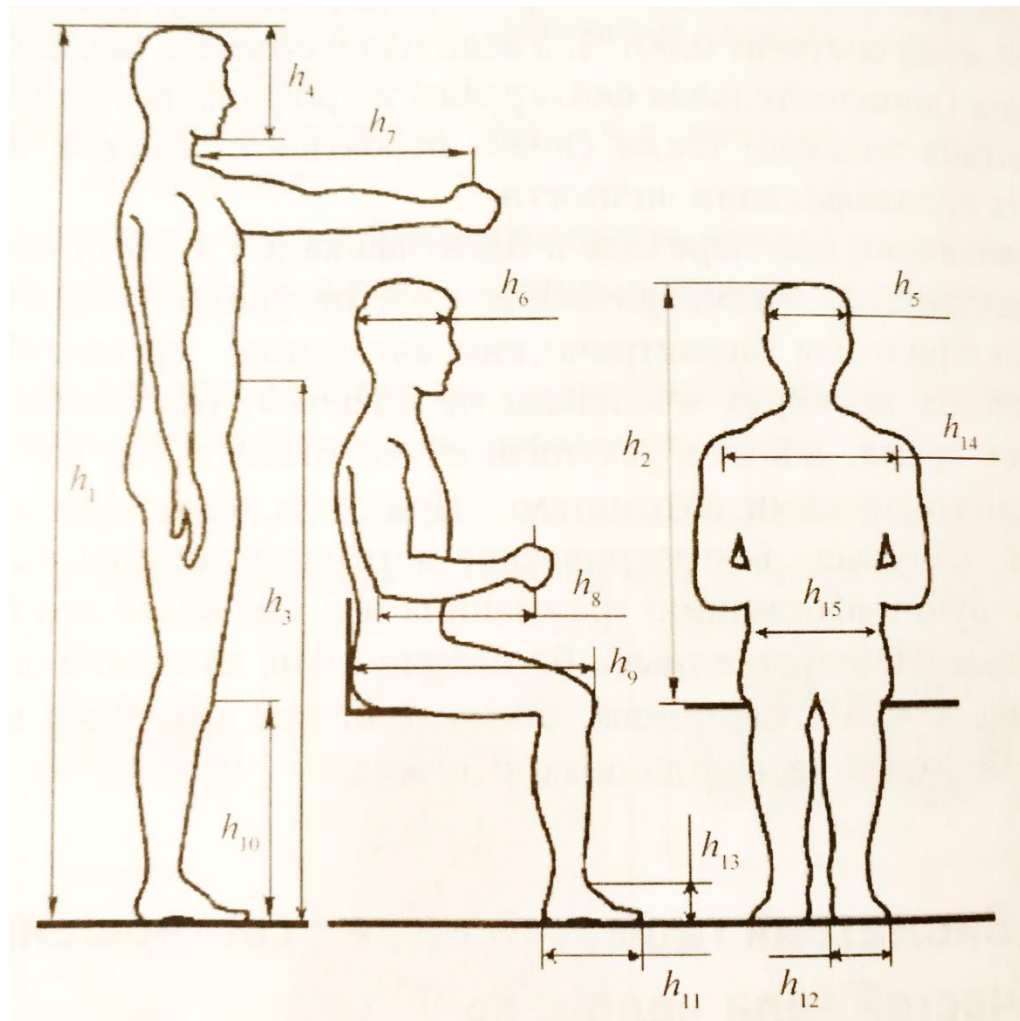


## Биометрия геометрических соотношений



$$N(\mu_i, \sigma_i^2): \text{pdf}_i(x) = \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu_i)^2}{2\sigma_i^2}}, \quad i = 1, 2$$

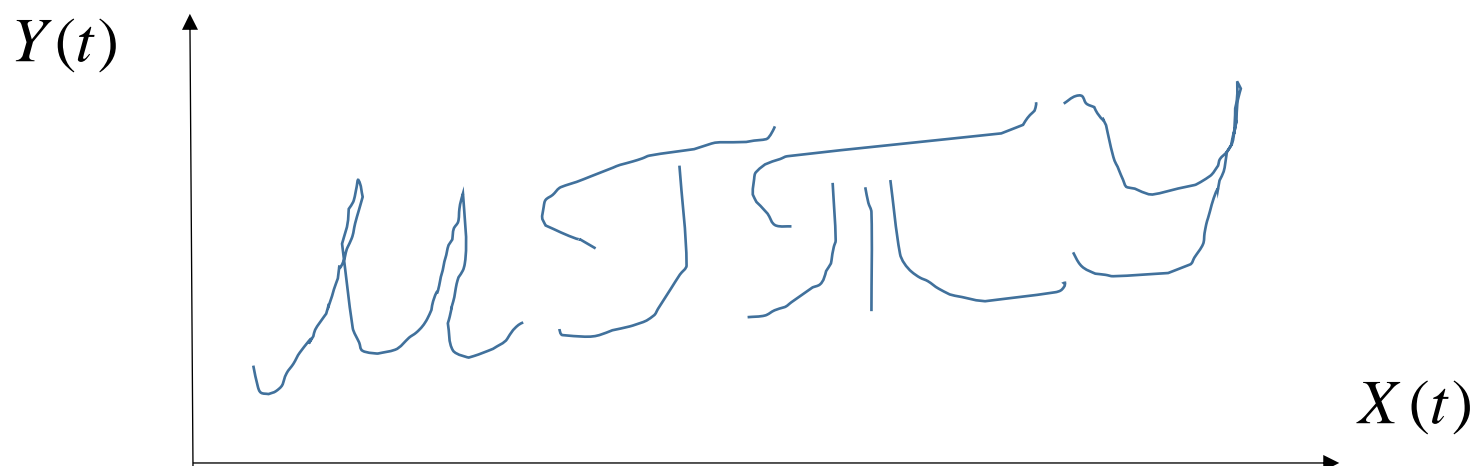
## Решение проблемы корреляции параметров



$$\rho_{6/5} = \frac{h_6}{h_5}, \quad \rho_{6/5,1} = \frac{h_6}{\sqrt{h_5 h_1}}, \quad \rho_{6/5,1,12} = \frac{h_6}{\sqrt{h_5 h_1 h_{12}}}$$

## Динамика рукописного почерка

1. По «следу» («мертвой» подписи)
2. По динамике («живой» подписи) ~ клавиатурный почерк



$X(t), Y(t), Z(t)$

$t \in [0, T]$

(м.б. 1-, 2- или 3-координатные системы)

Обобщения:  $X'(t), Y'(t), Z'(t), \dots$

Тензор

График зависимости  $Y(t)$  — колебаний пера по вертикали

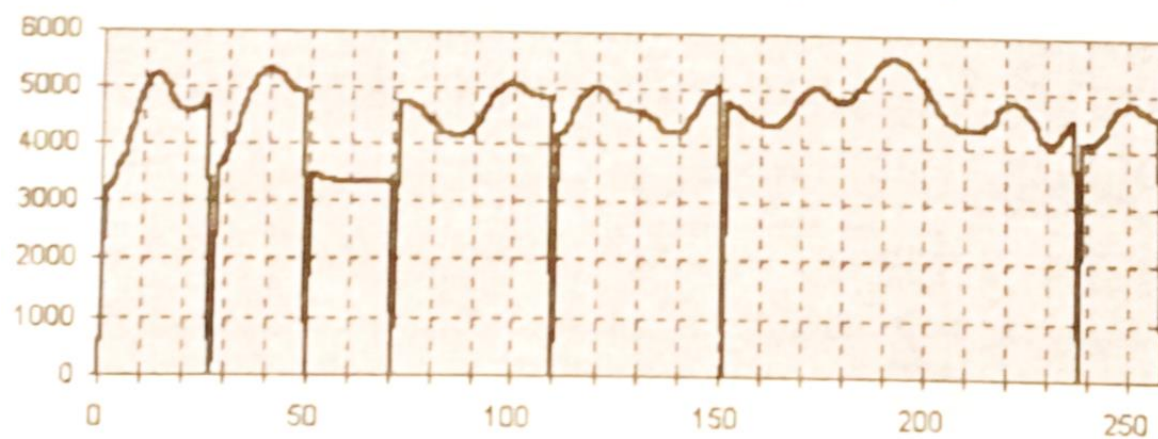
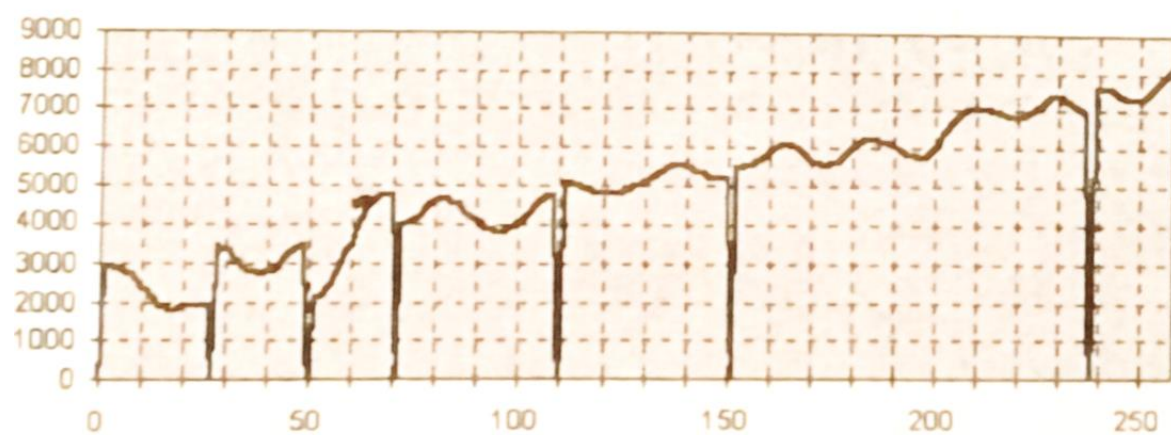


График зависимости  $X(t)$  — горизонтальных колебаний пера



## Анализ Фурье

$$X(t) \approx \frac{a_{x0}}{2} + \sum_{k=1}^{K_x} \left( a_{xk} \cos \frac{2\pi k}{T} t + b_{xk} \sin \frac{2\pi k}{T} t \right),$$

$$Y(t) \approx \frac{a_{y0}}{2} + \sum_{k=1}^{K_y} \left( a_{yk} \cos \frac{2\pi k}{T} t + b_{yk} \sin \frac{2\pi k}{T} t \right),$$

$$Z(t) \approx \frac{a_{z0}}{2} + \sum_{k=1}^{K_z} \left( a_{zk} \cos \frac{2\pi k}{T} t + b_{zk} \sin \frac{2\pi k}{T} t \right);$$

$$a_{xk} = \frac{1}{T} \int_0^T X(t) \cos \frac{2\pi k}{T} t \, dt, \quad b_{xk} = \frac{1}{T} \int_0^T X(t) \sin \frac{2\pi k}{T} t \, dt;$$

$$a_{yk} = \frac{1}{T} \int_0^T Y(t) \cos \frac{2\pi k}{T} t \, dt, \quad b_{yk} = \frac{1}{T} \int_0^T Y(t) \sin \frac{2\pi k}{T} t \, dt;$$

$$a_{zk} = \frac{1}{T} \int_0^T Z(t) \cos \frac{2\pi k}{T} t \, dt, \quad b_{zk} = \frac{1}{T} \int_0^T Z(t) \sin \frac{2\pi k}{T} t \, dt.$$

## Масштабирование

Эталонная подпись:  $\tilde{X}(t), \tilde{Y}(t), \tilde{Z}(t)$

Набор  $\{\tilde{a}_{xk}, \tilde{b}_{xk}, \tilde{a}_{yk}, \tilde{b}_{yk}, \tilde{a}_{zk}, \tilde{b}_{zk}\} \quad (k = 1, 2, \dots, 16)$

$$\tilde{C}_x = \sqrt{\tilde{a}_{xk}^2 + \tilde{b}_{xk}^2}, \quad \tilde{C}_y = \sqrt{\tilde{a}_{yk}^2 + \tilde{b}_{yk}^2}, \quad \tilde{C}_z = \sqrt{\tilde{a}_{zk}^2 + \tilde{b}_{zk}^2}.$$

Текущая подпись:  $X(t), Y(t), Z(t)$

Набор  $\{a_{xk}, b_{xk}, a_{yk}, b_{yk}, a_{zk}, b_{zk}\} \quad (k = 1, 2, \dots, 16)$

$$C_x = \sqrt{a_{xk}^2 + b_{xk}^2}, \quad C_y = \sqrt{a_{yk}^2 + b_{yk}^2}, \quad C_z = \sqrt{a_{zk}^2 + b_{zk}^2}.$$

Масштабирующие коэффициенты:

$$\mu_x = \frac{\tilde{C}_x}{C_x}, \quad \mu_y = \frac{\tilde{C}_y}{C_y}, \quad \mu_z = \frac{\tilde{C}_z}{C_z}.$$

## Измерение близости к эталону по мере Хемминга

Вектор биометрических параметров

(возможно существенно коррелированных):

$$\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_K).$$

Реализации вектора  $\mathbf{v}$ :  $\mathbf{v}^{(i)} \quad (i = 1, 2, \dots, N).$

Интервал изменения каждого параметра:

$$\Delta_j = [\min v_j, \max v_j] \quad (j = 1, 2, \dots, K)$$

Реальный входной вектор:  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_K).$

Вектор ошибок:  $\mathbf{e} = (e_1, e_2, \dots, e_K);$

$$e_j = \begin{cases} 0, & x_j \in \Delta_j \\ 1, & x_j \notin \Delta_j \end{cases}$$

Большие выборки:

$$\min v_j \approx m(v_j) - t(N, 1 - P_1) \sigma(v_j),$$

$$\max v_j \approx m(v_j) + t(N, 1 - P_1) \sigma(v_j)$$

$$m(v_j) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_j^{(i)} - \text{матожидание};$$

$$\sigma^2(v_j) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left( v_j^{(i)} - m(v_j) \right)^2 - \text{СКО};$$

$P_1$  - заданная вероятность ошибок 1 рода (ложный отказ);

$t(N, 1 - P_1)$  - коэффициенты Стьюдента.

Рекуррентная схема:

$$\begin{cases} m^{(i)}(v_j) = \frac{i-1}{i} m^{(i-1)}(v_j) + \frac{1}{i} v_j^{(i)}, & (i = 1, 2, \dots, N) \\ [\sigma^{(i)}]^2(v_j) = \frac{i-2}{i-1} [\sigma^{(i-1)}]^2(v_j) + \frac{1}{i-1} \left( v_j^{(i)} - m^{(i)}(v_j) \right)^2 \end{cases}$$