4. Исследование нелинейной нейросетевой модели системы биометрической аутентификации

Цель работы

Исследовать модель системы бинарной классификации «Свой-Чужой» с использованием однослойной нелинейной искусственной нейронной сети.

Постановка задачи и сведения из теории

Постановка задачи.

С помощью метода Бокса–Мюллера сгенерировать искусственные выборки объектов двух классов («Свой», «Чужой») на основе моделирования двумерных эмпирических функций распределения вероятностей, соответствующих нормальному гауссовому закону с двумерной функцией плотности вероятности:

$$N(\mu_x,\mu_y;\sigma_x^2,\sigma_y^2):\quad \mathrm{pdf}(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y}e^{-\left(\frac{(x-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2}+\frac{(y-\mu_y)^2}{2\sigma_y^2}\right)}. \tag{4.1}$$

Класс «Чужой» получить объединением двух подклассов «Чужой-1», «Чужой-2».

Для разделения классов в соответствии с вариантом построить оптимальную дискриминантную кривую, определяемую вектором синаптических весовых коэффициентов $\mathbf{w}=(w_{ij})_{i+j\le n}$, с помощью однослойной нелинейной искусственной нейронной сети (ИНС) с правилом обучения Видроу–Хоффа. Нейронная сеть должна иметь входы $x_1^i x_2^j \in \mathbb{R}$, соответствующие варианту, единичный вход смещения $x_0=1$, двоичный выход $y\in\{0,1\}$ и пороговую функцию активации $f:\mathbb{R}\to\{0,1\}$.

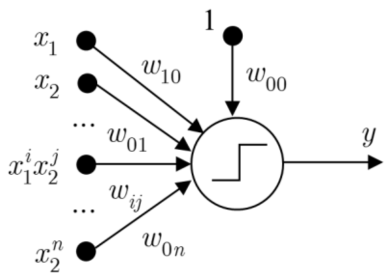

Рис. 4.1. Архитектура ИНС

Рабочий режим НС. Алгоритм функционирования ИНС имеет вид:

$$\text{net} = \sum_{0 \le i+j \le n} w_{ij} x_1^i x_2^j; \quad y(\text{net}) = \begin{cases} 1, & \text{net} \ge 0, \\ 0, & \text{net} < 0, \end{cases} \tag{4.2}$$

где net – комбинированный вход; y – реальный выход ИНС.

Режим обучения НС. Для необученной ИНС ее реальный выход y в общем случае отличается от целевого выхода t, представляющего собой маркеры известных классов «Свой» (1) и «Чужой» (0), т.е. имеется ошибка

$$\delta = t - y. \tag{4.3}$$

На каждой эпохе обучения $k = 0,1,\ldots,K$ на вход ИНС последовательно предъявляется образец обучающей выборки $\mathbf{x}^{(l)} = \left(x_{ij}^{(l)}\right)_{i+j \le n}$ ($l = 1,2,\ldots,L$), и вектор весовых коэффициентов $\mathbf{w}$ корректируется по рассчитанному согласно (4.2) выходному значению $y^{(Lk+l)}$ и соответствующему целевому выходу $t^{(l)}$ в соответствии с правилом Видроу-Хоффа (дельта-правило):

$$\begin{aligned} w_{ij}^{(Lk+l)} &= w_{ij}^{(Lk+l-1)} + \Delta w_{ij}^{(Lk+l)}, \\ \Delta w_{ij}^{(Lk+l)} &= \eta \delta^{(Lk+l)} x_{ij}^{(l)}, \end{aligned} \tag{4.4}$$

где $x_{ij}^{(l)} = \left[x_1^{(l)}\right]^i \left[x_2^{(l)}\right]^j$ – компоненты обучающего l-го вектора на k-м шаге обучения; $\delta^{(Lk+l)}$ – ошибка (4.3) на l-м шаге внутри эпохи k; $\Delta w_{ij}^{(Lk+l)}$ – коррекция веса; $\eta \in (0,1]$ – норма обучения.

Начальные значения весовых коэффициентов $w_{ij}^{(0)}$ инициализируются случайным образом из интервала $[-1,1]$.

На каждой эпохе k суммарная ошибка (1 и 2 рода) $E(k)$ равна расстоянию Хемминга между векторами целевого и реального выхода по всем векторам обучающей выборки $l = 1,2,\ldots,L$. В качестве обучающей выборки следует взять долю равновероятно выбранных образцов из каждого класса. Обучение следует проводить до достижения стабилизации, когда в течение последовательных $T = 10$ эпох суммарная ошибка не уменьшается.

Режим тестирования. Для тестирования следует выбрать оставшиеся элементы совокупности обоих классов. Рассчитать ошибки 1 и 2 рода классификации объектов тестовой выборки.

Требования к отчету

Отчет должен содержать: титульный лист; цель работы; постановку задачи; распределения образов обоих классов, приведенные на одном графике; найденные синаптические коэффициенты дискриминантной кривой и ее график; график динамики ошибки в зависимости от номера эпохи обучения; матрица ошибок.

Варианты работы

Исходные данные:

- количество образов класса «Свой»: $N_{\text{friend}} = 300$;
- количество образов подкласса «Чужой-1»: $N_{\text{foe1}} = 500$;
- количество образов подкласса «Чужой-2»: $N_{\text{foe2}} = 400$;
- дисперсия распределений класса «Свой» и подклассов «Чужой-1», «Чужой-2»: $\sigma^2 = 1$;
- количество элементов обучающей выборки: $M = 200$ (по 100 из каждого класса, «Свой», «Чужой).

Таблица 4.1. Варианты заданий

№	μ_x, μ_y			входы ИНС
	«Свой»	«Чужой-1»	«Чужой-2»	
1	(0, 0)	(6, 0)	(0, -6)	$\{1, x_1, x_2, x_1^2, x_1^3\}$
2	(0, 0)	(0, -6)	(6, 6)	$\{1, x_1, x_2, x_2^2\}$
3	(0, 0)	(6, 0)	(-6, 0)	$\{1, x_1, x_2, x_1^2, x_2^2\}$
4	(0, 0)	(6, 6)	(0, -6)	$\{1, x_1, x_2, x_1x_2, x_1^2, x_2^2\}$
5	(0, 0)	(6, 6)	(0, -6)	$\{1, x_1, x_2, x_1^2, x_1^3\}$
6	(0, 0)	(6, 6)	(6, -6)	$\{1, x_1, x_2, x_1^2, x_2^2\}$
7	(0, 0)	(6, 6)	(-6, -6)	$\{1, x_1, x_2, x_1x_2\}$
8	(0, 0)	(-6, -6)	(6, 6)	$\{1, x_1, x_2, x_1^2, x_2^2\}$
9	(0, 0)	(6, 6)	(-6, -6)	$\{1, x_1, x_2, x_1x_2, x_1^2, x_2^2\}$
10	(0, 0)	(6, 0)	(-6, 6)	$\{1, x_1, x_2, x_2^2, x_2^3\}$
11	(0, 0)	(6, 0)	(-6, 0)	$\{1, x_1, x_2, x_1^2\}$
12	(0, 0)	(0, 6)	(0, -6)	$\{1, x_1, x_2, x_1^2, x_2^2\}$
13	(0, 0)	(6, -6)	(-6, 6)	$\{1, x_1, x_2, x_1x_2, x_1^2, x_2^2\}$
14	(0, 0)	(6, 0)	(0, -6)	$\{1, x_1, x_2, x_2^2, x_2^3\}$
15	(0, 0)	(6, -6)	(-6, 6)	$\{1, x_1, x_2, x_1^2, x_2^2\}$
16	(0, 0)	(-6, -6)	(6, 6)	$\{1, x_1, x_2, x_1x_2\}$