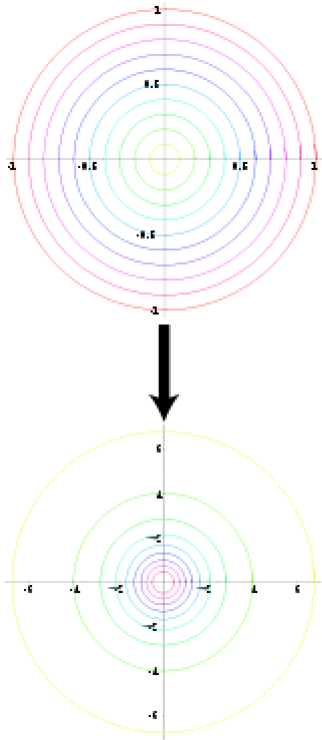
ВикипедиЯ

Преобразование Бокса — Мюллера

Материал из Википедии — свободной энциклопедии



Преобразование Бокса — Мюллера — метод моделирования стандартных нормально распределённых случайных величин. Имеет два варианта. Метод является точным, в отличие, например, от методов, основывающихся на центральной предельной теореме.

Метод был опубликован в 1958 году Джорджем Боксом и Мервином Мюллером.

Содержание

Первый вариант

Пусть r и φ — независимые случайные величины, равномерно распределённые на интервале $(0,\ 1]$. Вычислим z_0 и z_1 по формулам

$$z_0 = \cos(2\pi\varphi)\sqrt{-2\ln r},$$
$$z_1 = \sin(2\pi\varphi)\sqrt{-2\ln r}.$$

Тогда z_0 и z_1 будут независимы и распределены нормально с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1. При реализации на компьютере обычно быстрее не вычислять обе тригонометрические функции — $\cos(\cdot)$ и $\sin(\cdot)$ — а рассчитать одну из них через другую. Ещё лучше воспользоваться вместо этого вторым вариантом преобразования Бокса — Мюллера.

Второй вариант

Пусть x и y — независимые случайные величины, равномерно распределённые на отрезке $[-1,\ 1]$. Вычислим $s = x^2 + y^2$. Если окажется, что $s > 1$ или $s = 0$, то значения x и y следует «выбросить» и сгенерировать заново. Как только выполнится условие $0 < s \leqslant 1$, по формулам

$$z_0 = x \cdot \sqrt{\frac{-2\ln s}{s}}$$

и

$$z_1 = y \cdot \sqrt{\frac{-2\ln s}{s}}$$

следует рассчитать z_0 и z_1, которые, как и в первом случае, будут независимыми величинами, удовлетворяющими стандартному нормальному распределению.

Коэффициент использования базовых случайных величин для первого варианта, очевидно, равен единице. Для второго варианта это отношение площади окружности единичного радиуса к площади квадрата со стороной два, то есть $\pi/4 \approx 0{,}785$. Тем не менее, на практике второй вариант обычно оказывается быстрее, за счёт того, что в нём используется только одна трансцендентная функция, $\ln(\cdot)$. Это преимущество для большинства реализаций перевешивает необходимость генерации большего числа равномерно распределённых случайных величин.

Переход к общему нормальному распределению

После получения стандартной нормальной случайной величины z, можно легко перейти к величине $\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$ распределённой нормально с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ по формуле

$$\xi = \mu + \sigma z.$$

Это уже не является частью преобразования Бокса — Мюллера, но позволяет завершить генерацию нормальной случайной величины.

См. также

- Алгоритм Зиккурат

Ссылки

- Преобразование равномерно распределенной случайной величины в нормально распределенную (http://habrahabr.ru/post/208684/) Архивная копия (https://web.archive.org/web/20140826115853/http://habrahabr.ru/post/208684/) от 26 августа 2014 на Wayback Machine