БЕСКОНЕЧНЫЕ НЕАНТАГОНИСТИЧЕСКИЕ ИГРЫ

(ЭКОНОМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ)

ДУОПОЛИЯ А. КУРНО (1838)

Конкуренция между 2-мя игроками (фирмами-производителями однородного продукта) по <u>объемам выпуска</u>:

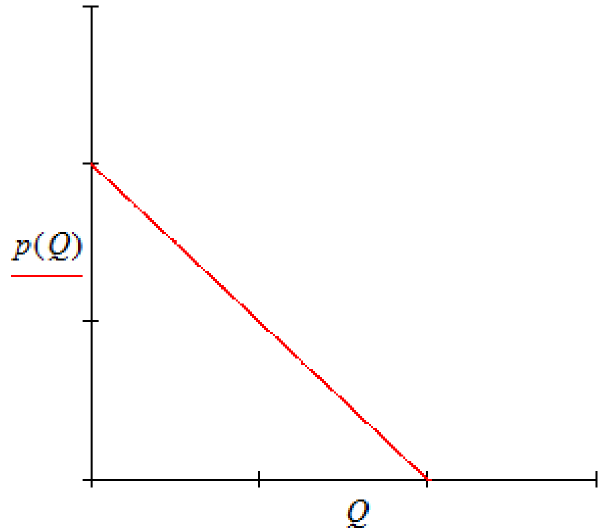
$$q_1, q_2 \geq 0$$

Однородный продукт:
затраты (себестоимость)

$$c_1 = c_2 = c$$

<u>Ценовая модель</u>: обратная функция спроса:

$$p(Q) = p_{\max} - kQ$$



где $Q = q_1 + q_2$ – суммарный объем выпуска;

$p_{\max} \geq 0$ – макс. цена;

k – трансформирующий коэффициент (без ограничения общности, $k = 1$)

Стратегии игроков:

принять решение по объемам выпуска

$$q_1, q_2 \geq 0 \quad - ?$$

Очевидно, что целесообразно

$$q_1, q_2 \in [0, p_{\max}]$$

<u>Полезности игроков</u> (функции прибыли):

$$u_1(q_1, q_2) = q_1 p(Q) - q_1 c = q_1 (p_{\max} - q_1 - q_2 - c)$$
$$u_2(q_1, q_2) = q_2 p(Q) - q_2 c = q_2 (p_{\max} - q_1 - q_2 - c)$$

Наилучшие ответы на действия друг друга:

$$\max_{q_1} u_1(q_1, q_2) = \max_{q_1} q_1 (p_{\max} - q_1 - q_2 - c)$$
$$\max_{q_2} u_2(q_1, q_2) = \max_{q_2} q_2 (p_{\max} - q_1 - q_2 - c)$$

В силу выпуклости функций полезностей:

$$\frac{\partial u_1(q_1, q_2)}{\partial q_1} = 0 \quad \Rightarrow \quad q_1(q_2) = \frac{p_{\max} - q_2 - c}{2}$$

$$\frac{\partial u_2(q_1, q_2)}{\partial q_2} = 0 \quad \Rightarrow \quad q_2(q_1) = \frac{p_{\max} - q_1 - c}{2}$$

Решим систему:

$$\begin{cases} q_1 = \dfrac{p_{\max} - q_2 - c}{2} \\ q_2 = \dfrac{p_{\max} - q_1 - c}{2} \end{cases}$$

Получим:

$$\boxed{q_1{}^* = q_2{}^* = \frac{p_{\max} - c}{3}}$$ *- равновесие по Нэшу-Курно*

В точке Нэша-Курно:

$$u_1(q_1^*, q_2^*) = u_2(q_1^*, q_2^*) = \frac{(p_{\max} - c)^2}{9}$$

$$p = p_{\max} - \frac{2}{3}(p_{\max} - c)$$

Отклонение от точки равновесия одним из игроком уменьшает <u>его</u> прибыль:

$$u_1(q_1, q_2^*) \le u_1(q_1^*, q_2^*)$$
$$u_2(q_1^*, q_2) \le u_2(q_1^*, q_2^*)$$

ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛОГ ДУОПОЛИИ (по Штакельбергу)

Конкуренция между 2-мя игроками А и В (производителями однородного продукта) по объемам выпуска:

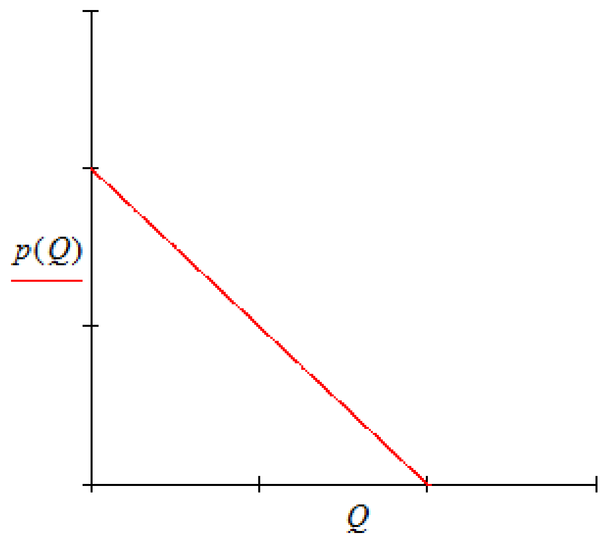
$$q_1, q_2 \in [0, p_{\max}]$$

Однородный продукт:
затраты (себестоимость)

$$c_1 = c_2 = c$$

<u>Ценовая модель</u>: обратная функция спроса:

$$p(Q) = p_{\max} - Q$$



где $Q = q_1 + q_2$ – суммарный объем выпуска;

$p_{\max} \geq 0$ – макс. цена.

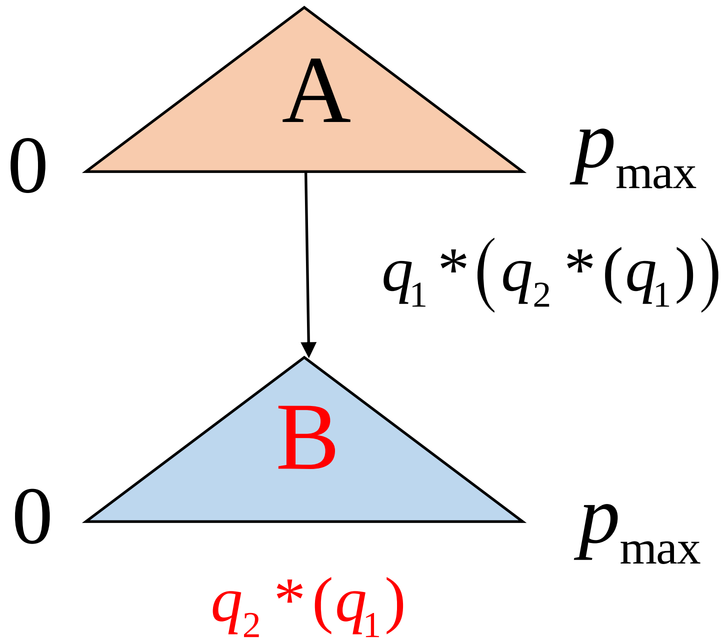
Отличие от дуополии Курно

первым ходит игрок A: $q_1 \in [0, p_{\max}]$

потом – игрок B: $q_2 = q_2(q_1) \in [0, p_{\max}]$

Решение: метод обратной индукции.

Обратная индукция:

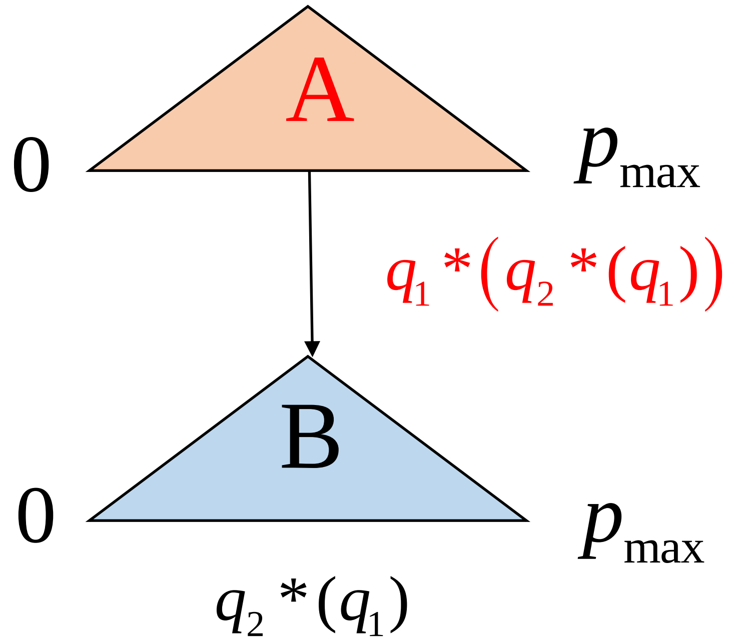


BR игрока B:

$$I = \max_{q_2} u_2(q_1, q_2) = \max_{q_2} q_2(p_{\max} - q_1 - q_2 - c)$$

$$\frac{\partial u_2(q_1, q_2)}{\partial q_2} = 0 \quad \Rightarrow \quad q_2 * (q_1) = \frac{p_{\max} - q_1 - c}{2}$$

Обратная индукция:



BR игрока A:

$$J=\max_{q_1} u_1(q_1, q_2*)=\max_{q_1} q_1(p_{\max}-q_1-q_2*(q_1)-c)=$$

$$=\max_{q_1} q_1\left(p_{\max}-q_1-\frac{p_{\max}-q_1-c}{2}-c\right)=\max_{q_1} q_1\left(\frac{p_{\max}-q_1-c}{2}\right)$$

$$\frac{\partial u_1(q_1, q_2)}{\partial q_1} = 0 \quad \Rightarrow \quad q_1{*} = \frac{p_{\max} - c}{2}$$

Дуополия Курно:

$$q_1{*} = \frac{p_{\max} - c}{2},$$

$$q_2{*} = \frac{p_{\max} - c}{4}$$

Дуополия Штакельберга:

$$q_1{*} = q_2{*} = \frac{p_{\max} - c}{3}$$