

**ПОЗИЦИОННЫЕ ИГРЫ.
МЕТОД ОБРАТНОЙ ИНДУКЦИИ**

Позиционная (динамическая) игра:

- Множество игроков
- Порядок совершения ходов игроками
- возможные альтернативы каждого игрока на момент совершения своего хода
- информация, которой владеет каждый игрок на момент совершения своего хода
- выигрыши каждого игрока

Ход – действие, которое может совершить игрок в конкретной вершине дерева игры.

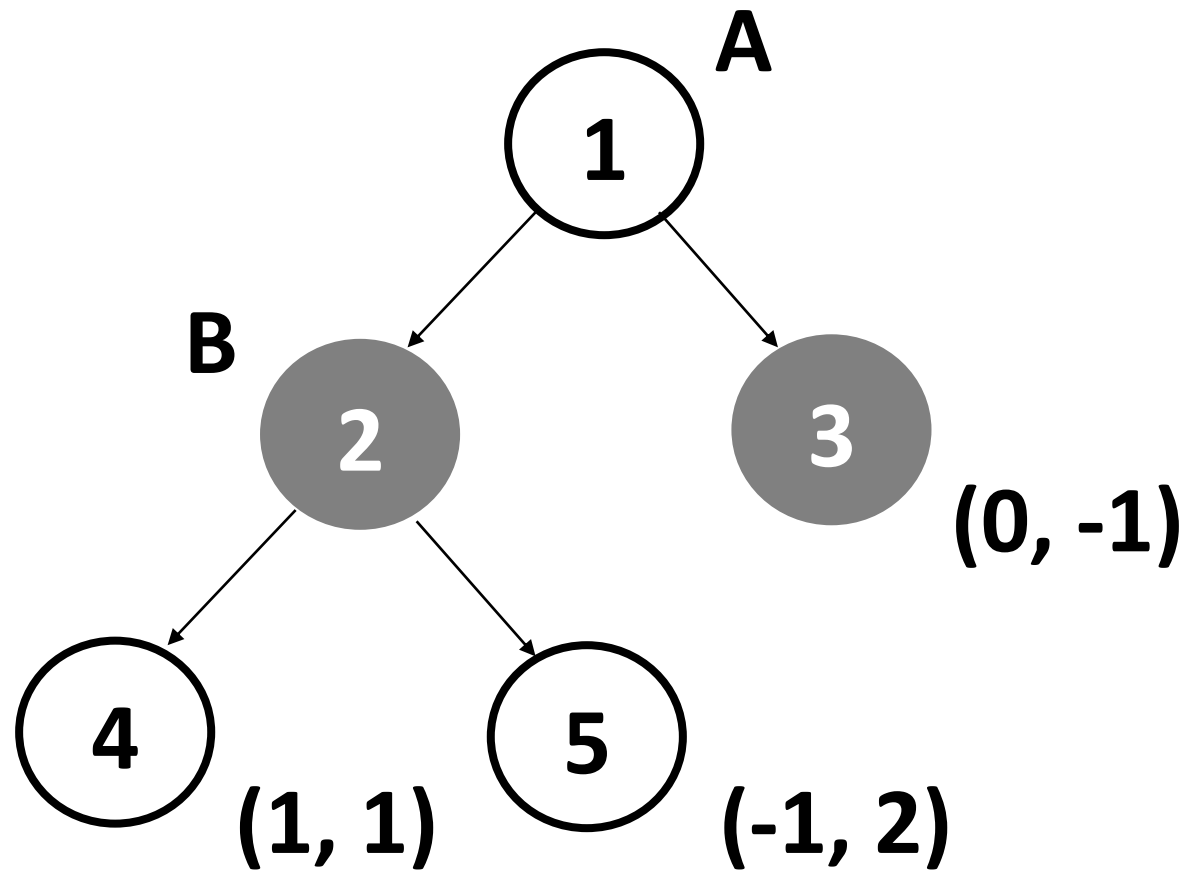
Стратегия – однозначное отображение, которое каждой вершине (позиции) игрока ставит в соответствие некоторую вершину (позицию) следующего хода противника.

*(Для игры в нормальной форме:
ход=стратегия)*

Дерево решений

- Вершины соответствуют моментам принятия решения (ходам) игроков
- Дуги, исходящие из вершин, соответствуют действиям, доступным игрокам на момент совершения ходов
- На окончечных (терминальных) вершинах задаются степени полезности игроков
- Путь на дереве из начальной вершины в терминальную – *партия*.

Пример 1



Игроки принимают решения в
разные моменты времени



асимметрия в степени информированности

Информационное множество: это набор неразличимых для игрока, делающего ход, вершин дерева игры
(игрок не различает, в какой вершине он находится)

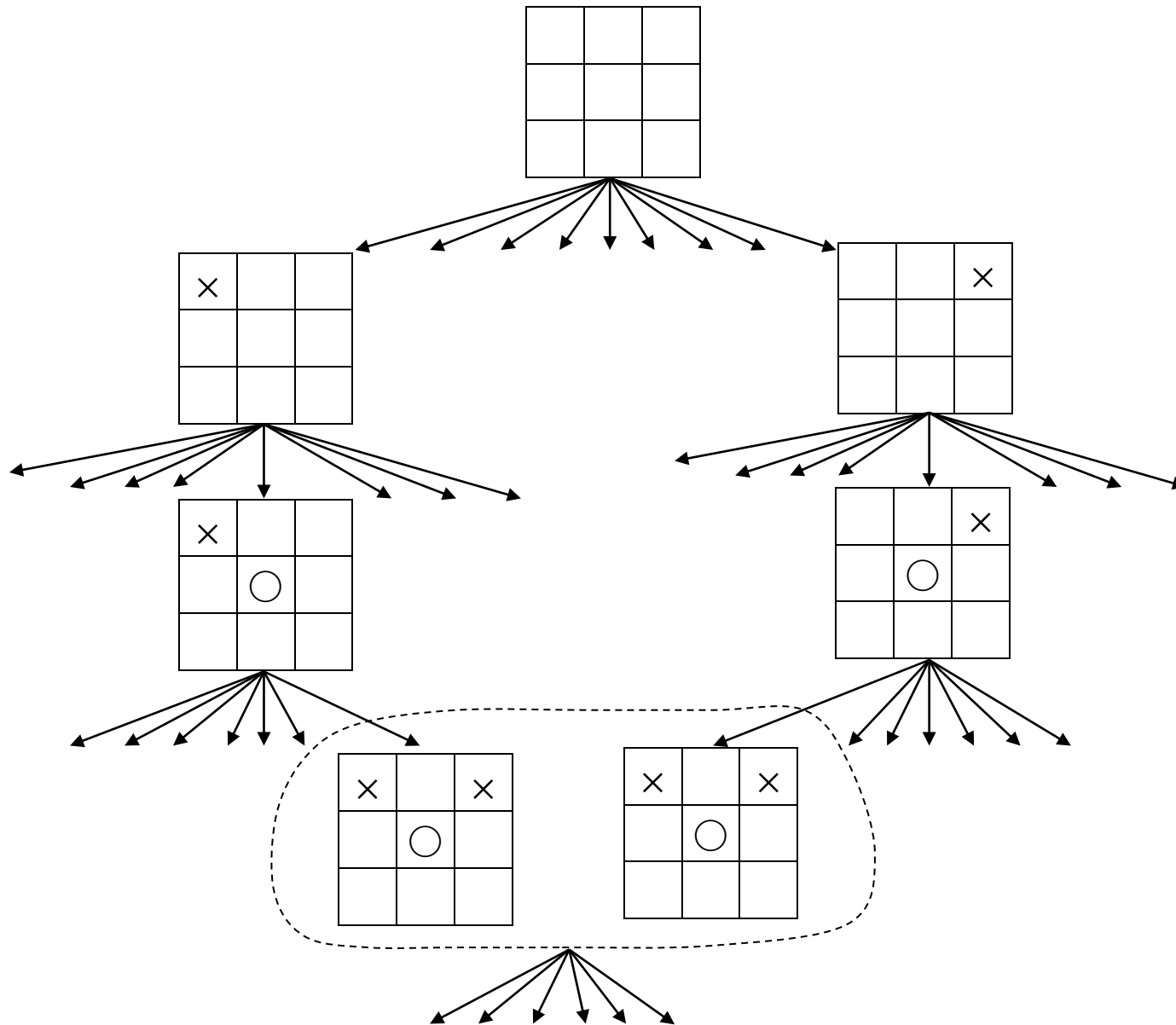
Игра с совершенной информацией:

информационное множество состоит из одной вершины («с записью ходов» - шашки, шахматы, ретроспективный анализ).

Игра с Несовершенной информацией:

информационное множество состоит из более, чем одной вершины (из вершин одного информационного множества невозможно однозначно восстановить предшествующие ходы).

Пример 2

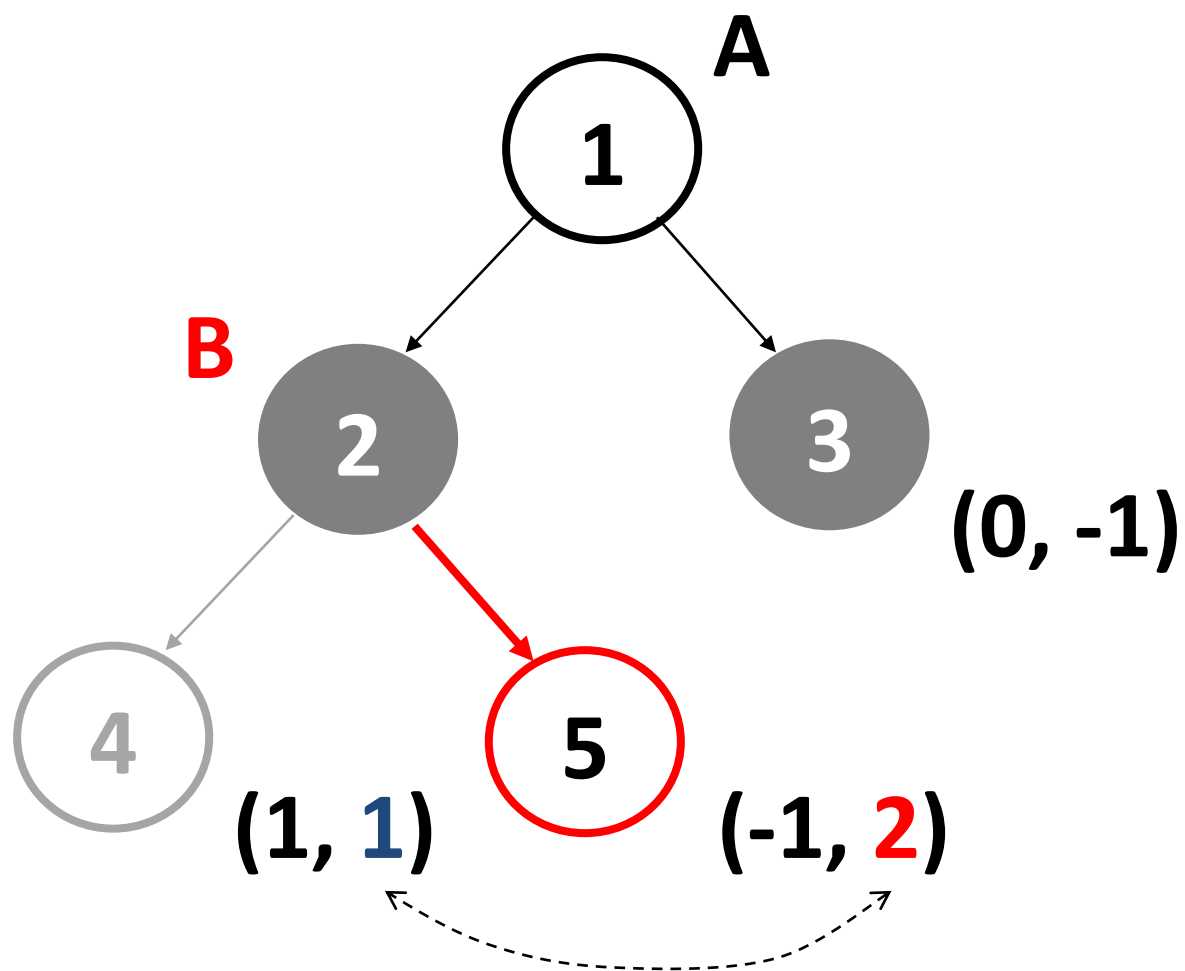


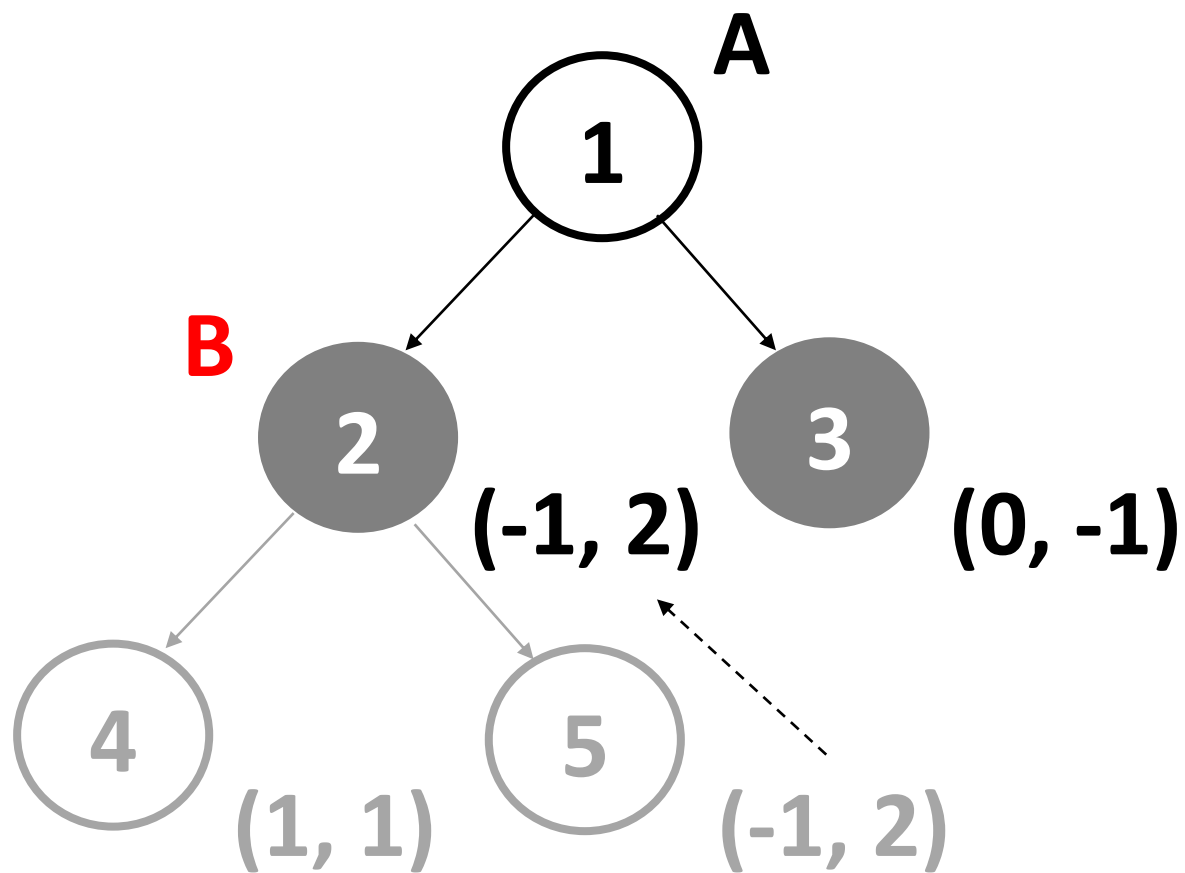
Метод обратной индукции:

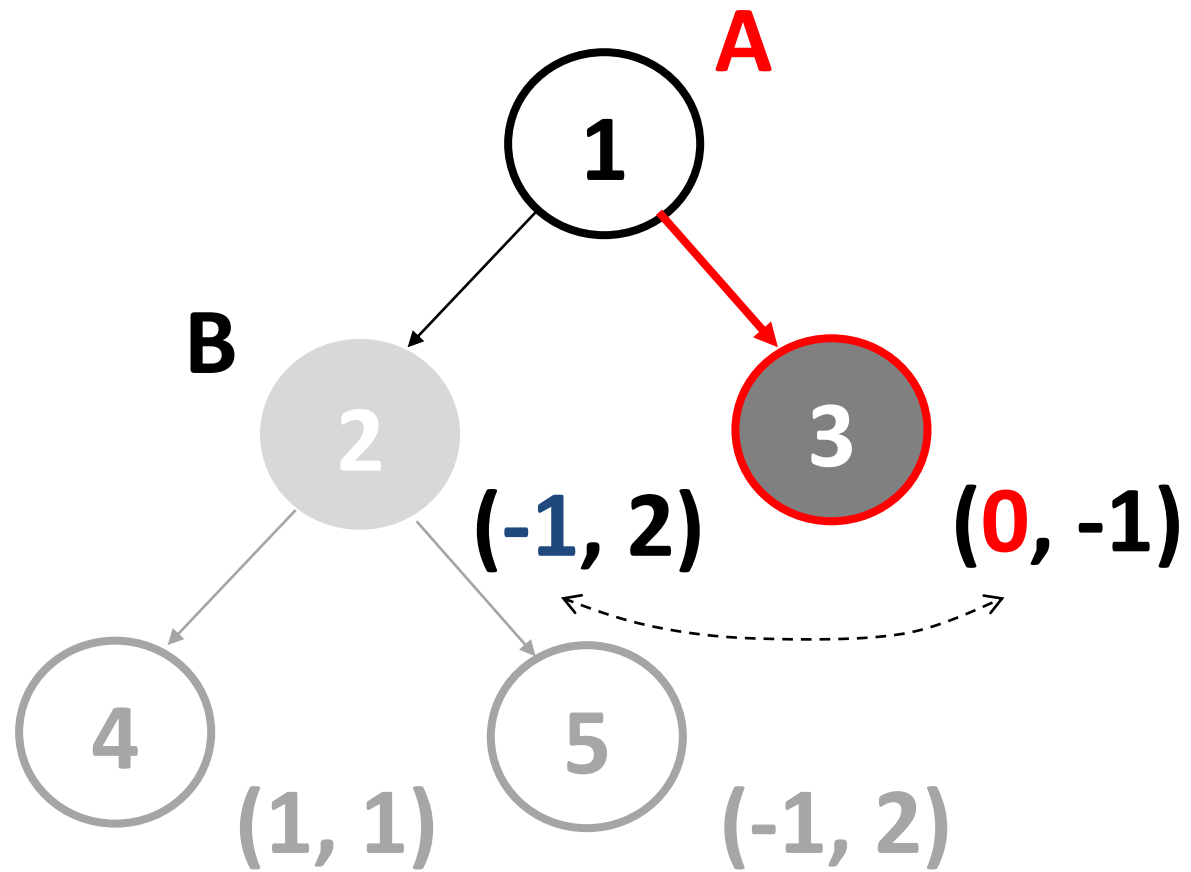
последовательное сворачивание дерева игры от конечных вершин к начальным.

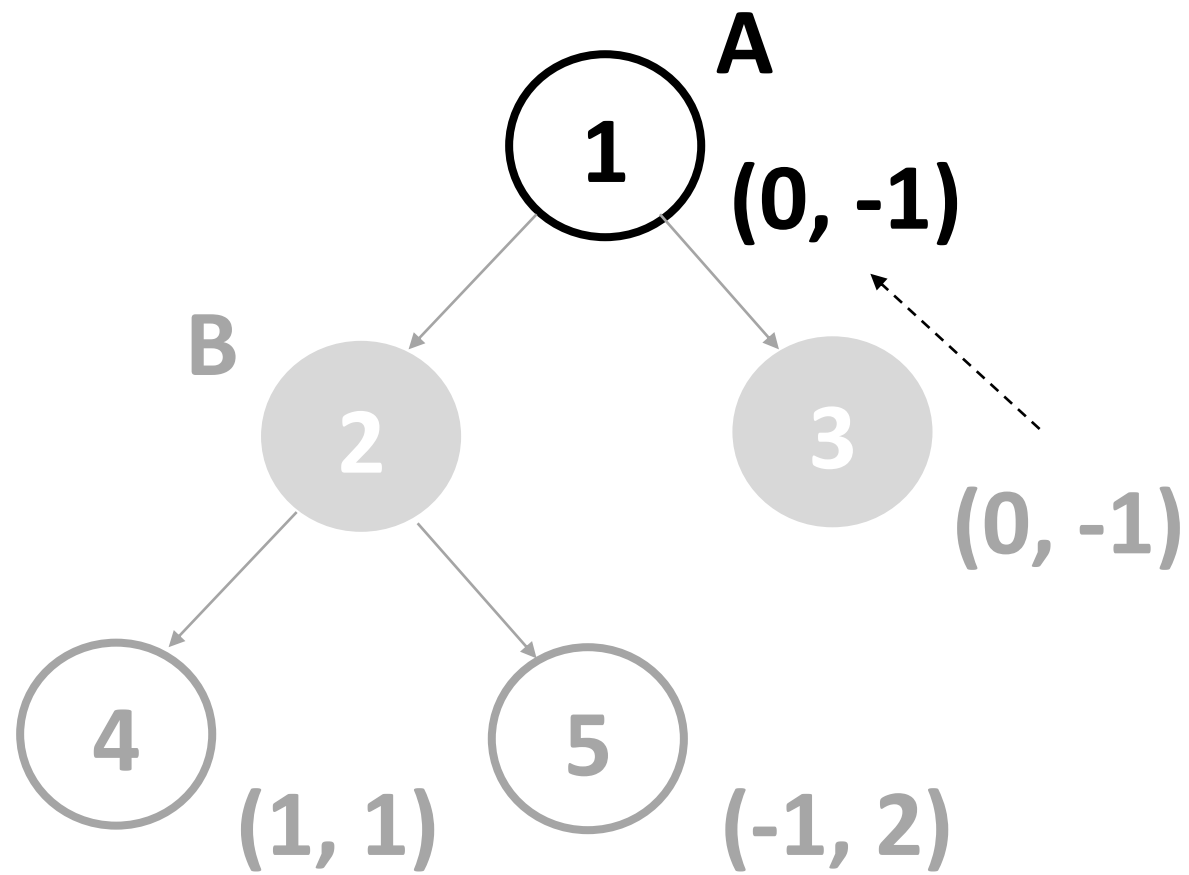
- Метод обратной индукции дает хотя бы одно решение в конечной позиционной игре с совершенной информацией;
- решение единственное, если значения полезности всех игроков во всех терминальных вершинах различны.

Пример 2









Решение:

$$A: 1 \rightarrow 3$$

Выигрыши:

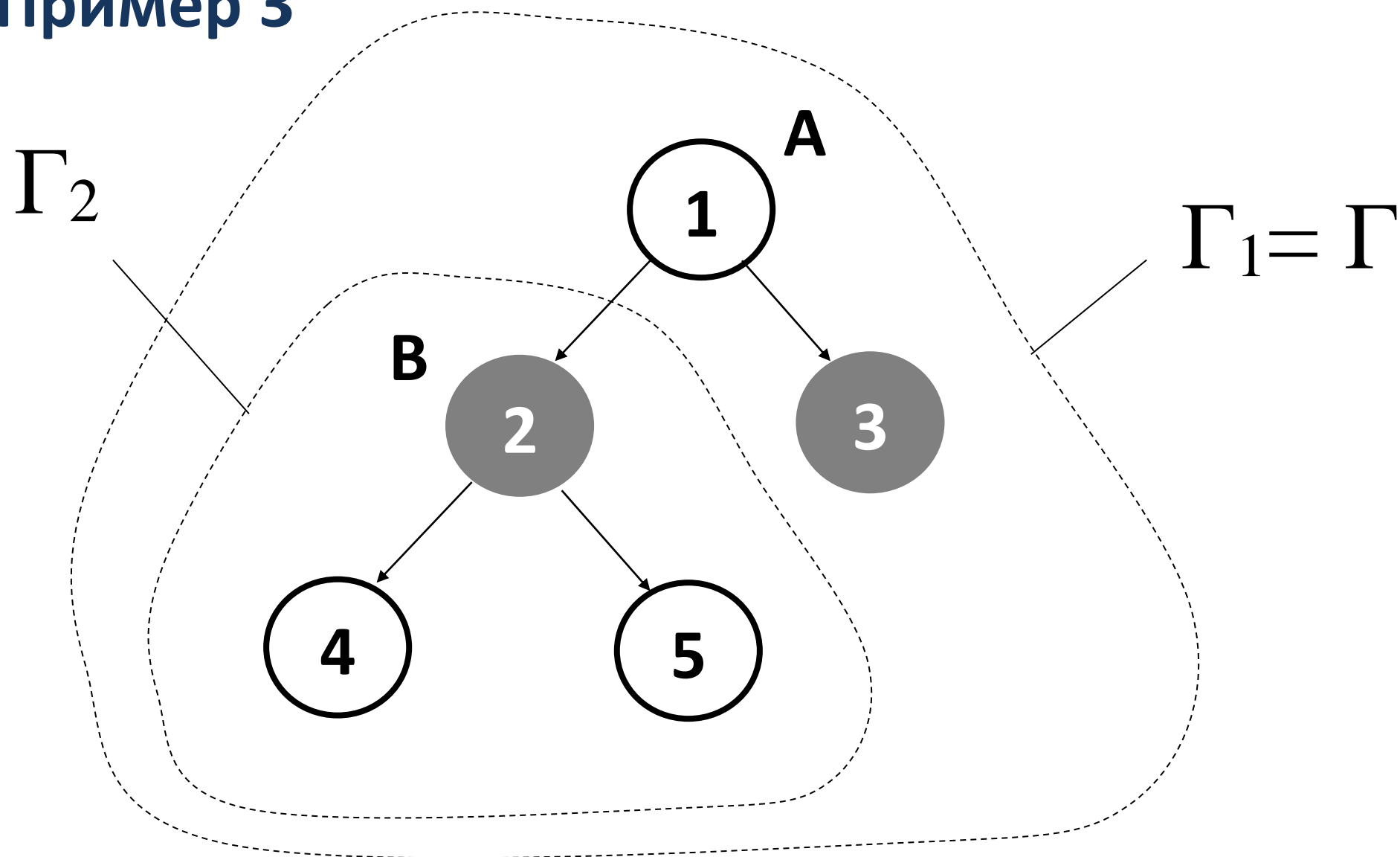
$$A: 0$$

$$B: -1$$

Под-игра: это часть игры, для которой:

- начинается из нетерминальной вершины, расположенной в однотоечном информационном множестве;
- содержит все вершины исходной игры, следующие за начальной, и только их;
- для любой вершины под-игры все вершины, входящие с ней в одно информационное множество, тоже принадлежат под-игре.

Пример 3



Под-игра может рассматриваться как самостоятельная игра, не связанная с развитием истории игры.

В этой связи метод обратной индукции может рассматриваться как синтез элементарных подигр в под-игры более высокой степени иерархии.

Совершенное подигровое равновесие в позиционной игре: ситуация (набор стратегий), индуцирующая равновесие по Нэшу в каждой под-игре.

В под-играх игрокам невыгодно индивидуально отклоняться от действий в рамках совершенного подигрового равновесия.

В любой позиционной игре с совершенной информацией существует совершенное подигровое равновесие в чистых стратегиях; оно единственное, если во всех терминальных вершинах выигрыши игроков различные (множество решений совпадает со множеством, решений, получаемых методом обратной индукции).

Пример 4 («камень-ножницы-бумага»)