Ejercicio 1.- En álgebra lineal una matriz idempotente se define como $A^2 = A$, es decir si se multiplica por sí misma el producto sigue siendo la misma matriz. Desarrolla un programa que determine si una matriz cuadrada de orden n es decir $\forall (a_{ij}) \in K^{n\times n}, K \in R$ es idempotente.

Ejemplo:
Para el caso cuando $A \in K^{2\times 2}$ es de orden 2.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+0 & 0+0 \\ 0+0 & 0+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+0 & 0+0 \\ 3+0 & 0+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Para el caso cuando $A \in K^{3\times 3}$ es de orden 3.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow A \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 2 .- **Series de Maclaurin notables**
En cálculo, una serie de Taylor es una aproximación de funciones mediante una serie de potencias o suma de potencias enteras de polinomios como $(x-a)^n$ llamados términos de la serie, dicha suma se calcula a partir de las derivadas de la función para un determinado valor o punto a, suficientemente derivable sobre la función y un entorno sobre el cual converge la serie. A la serie centrada sobre el punto cero, $a = 0$, se le denomina tmabién como **serie de Maclaurin.**
A continuación se muestran dos series de Taylor de funciones básicas. Hacer un programa para determinar la serie de función W de lambert y para el arcsen x.

$$W_0(x) = \sum_{i=1}^{n} \frac{(-n)^{n-1}}{n!} x^n , \quad \forall |x| < e^{-1}$$

$$arcsin\, x = \sum_{i=1}^{n} \frac{2(n)!}{4^n(n!)(2n+1)} x^{2n+1}, \quad \forall |x| < 1$$

Ejercicio 3 .- En álgebra lineal, una matriz triangular es un tipo especial de matriz cuadrada cuyos elementos por encima o por debajo de su diagonal principal son ceros. Elabora un programa que determine si una matriz de 3x3 es triangular superior o triangular inferior.
Ejemplo:

Entrada	Salida
$\begin{pmatrix} 1 & 7 & -2 \\ 0 & -3 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$	Es una Matriz triangular superior
$\begin{pmatrix} -8 & -1 & 3 \\ -1 & 7 & 4 \\ 3 & 4 & 9 \end{pmatrix}$	No es una Matriz triangular
$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$	Es una matriz triangular inferior

***Ejercicio 4** .- En álgebra lineal existe un método para calcular el determinante de una matriz, mediante la fórmula de expansión por cofactores. Sea A una matriz de 3x3 de orden n $\forall a(ij) \in K^{3x3}, K \in R$ calcula su determinante.

- Respecto al i-ésimo renglón de A_i , $(i = 1, 2, 3, ..., n)$.

$$det(A) = a_{i1}(-1)^{i+1}M_{i1} + a_{i2}(-1)^{i+2}M_{i2} + ... + a_{in}(-1)^{n+j}M_{in}$$

- Respecto al j-ésima columna de A_j, $(j = 1, 2, 3, ..., n)$.

$$det(A) = a_{1j}(-1)^{1+j}M_{1j} + a_{2j}(-1)^{2+j}M_{2j} + ... + a_{nj}(-1)^{n+j}M_{nj}$$

Ejemplo:

Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ calcula $|A|$ usando cofactores.

Solución:

$$|A| = 1(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + 2(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3(-1)^{1+3}\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix}$$

$$|A| = (45 - 48) + (-2)(36 - 42) + 3(32 - 35) = (-3) + 12 + (-9) = 0$$

Elabora un programa para crear matrices de 3x3 y que calcule su determinante con el método anterior.

Ejercicio 5 .- En análisis numérico el método de la secante es un método para encontrar los ceros de una función de forma iterativa. El método se define por la relación de recurrencia:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})} f(x_n).$$

Como se puede ver, este método necesitará dos aproximaciones iniciales de la raíz $(x_0 \ y \ x_1)$ para poder inducir una pendiente inicial. El algoritmo deberá parar cuando $\left| \frac{x_{n+1} - x_n}{x_n} \right|$ sea menor que la precisión requerida.

En el caso del ejemplo se establece la siguiente relación:
x_n Es el valor actual de $X(x_1)$
x_{n-1} Es el valor anterior de $X(x_0)$
x_{n+1} Es el valor siguiente de $X(x_2)$
Ejemplo:
Usar el método de la secante para calcular la raíz aproximada de la función $f(x) = x^2 - 4$. Comenzando con $x_0 = 4$, $x_1 = 3$ y hasta que $| \in_r | < 1\%$.
Aplicando la primera iteración con la fórmula $x_2 = x_1 - \frac{x_1 - x_0}{f(x_1) - f(x_0)} f(x_1)$, se tendría un valor para $x_2 = 2.2857$. Si se calcula el error relativo con los valores x_2 como valor real y x_1 como valor aproximado se tendrá: $\in_r = \left| \frac{3 - .2.2857}{2.2857} \right| * 100\% = 31.25\%$, Ahora si se calcula en una segunda iteración $x_3 = x_2 - \frac{x_2 - x_1}{f(x_2) - f(x_1)} f(x_2)$, se tendría un valor para $x_3 = 2.0541$, con un error relativo $\in_r = \left| \frac{2.2857 - 2.0541}{2.0541} \right| * 100\% = 11.28\%$, Ahora si se continúa realizando los cálculos iterativamente, se tendrán valores como los mostrados en la siguiente tabla.

Resultados al aplicar el método de la secante a la función $f(x) = x^2 - 4$ con $x_0 = 4$ y $x_1 = 3$

i	x_i	x_{i+1}	x_{i+2}	$\in_a$	$\in_r$
0	4	3	2.2857	0.7143	31.25%
1	3	2.2857	2.0541	0.2316	11.28%
2	2.2857	2.0541	2.0036	0.0505	2.52%
3	2.0541	2.0036	2.0000	0.0036	0.18%