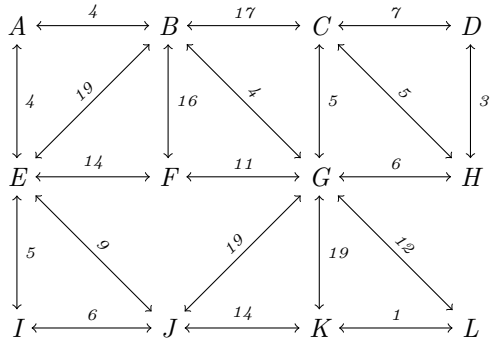


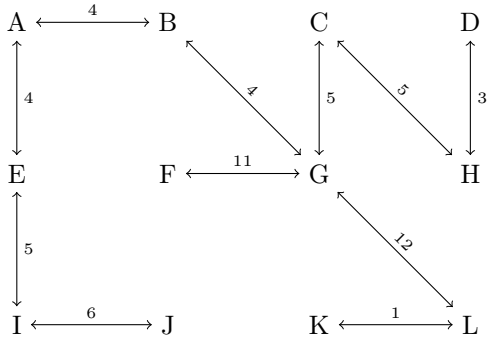
Комбинаторика и теория графов
 Индивидуальное домашнее задание №3

Задание 1. Для заданного на рисунке графа постройте минимальное остовное дерево, применив алгоритм Прима (построение начинать с вершины D). В ответе укажите порядок включения ребер.

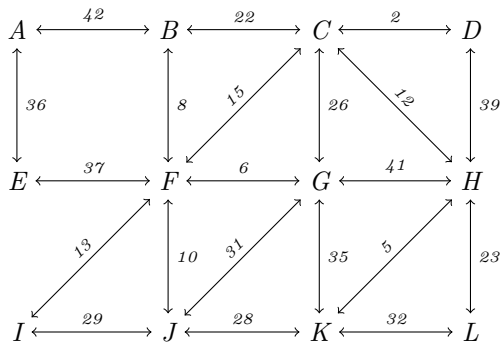


Решение.

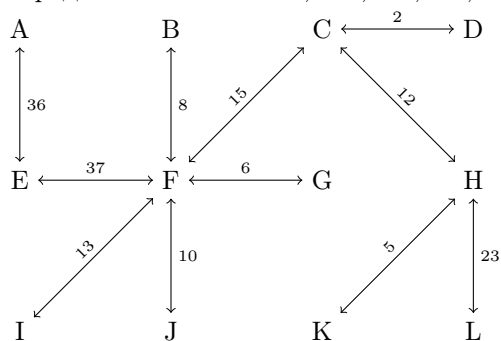
Порядок включения: DH, CH, GC, BG, AB, EA, IE, JI, FG, LG, KL



Задание 2. Для заданного на рисунке графа постройте минимальное остовное дерево, применив алгоритм Краскала.



Порядок включения: CD, НК, FG, BF, FJ, CH, FI, CF, HL, AE, EF



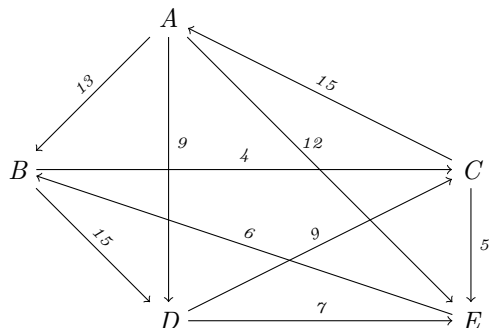
Алгоритм Дейкстры:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
8	0	3	∞	4	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
8		3	∞	4	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
8			∞	4	∞	∞	∞	6	∞	∞	∞
8			∞		∞	∞	∞	6	15	∞	∞
8			∞		24	∞	∞		15	25	∞
8			∞		24	34	∞			25	∞
8			39			34	39			25	∞
8			39				39			25	∞
							39			25	∞
							30	32		25	27
							30	32			27
				35			30	32			
			35				32				
							32				
8	0	3	35	4	24	30	32	6	15	25	27

Алгоритм Форда-Беллмана:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
∞	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
8	0	3	∞	4	24	30	32	6	15	25	27
8	0	3	35	4	24	30	32	6	15	25	27
8	0	3	35	4	24	30	32	6	15	25	27
8	0	3	35	4	24	30	32	6	15	25	27
8	0	3	35	4	24	30	32	6	15	25	27
8	0	3	35	4	24	30	32	6	15	25	27
8	0	3	35	4	24	30	32	6	15	25	27
8	0	3	35	4	24	30	32	6	15	25	27
8	0	3	35	4	24	30	32	6	15	25	27
8	0	3	35	4	24	30	32	6	15	25	27
8	0	3	35	4	24	30	32	6	15	25	27
8	0	3	35	4	24	30	32	6	15	25	27
8	0	3	35	4	24	30	32	6	15	25	27

Задание 4. С помощью алгоритма Флойда определите кратчайшие пути между всеми парами вершин графа, а также сами пути. В решении представить все матрицы, соответствующие последовательному расширению множества промежуточных вершин. Смените знак весам двух любых ребер так, чтобы в графе не возникало циклов отрицательного суммарного веса, и примените к нему алгоритм Джонсона.



Решение.

Алгоритм Флойда-Уоршелла:

	A	B	C	D	E
A	0	13	∞	9	12
B	∞	0	4	15	∞
C	15	∞	0	∞	5
D	∞	∞	9	0	7
E	∞	6	∞	∞	0

	A	B	C	D	E
A	0	13	∞	9	12
B	∞	0	4	15	∞
C	15	28	0	24	5
D	∞	∞	9	0	7
E	∞	6	∞	∞	0

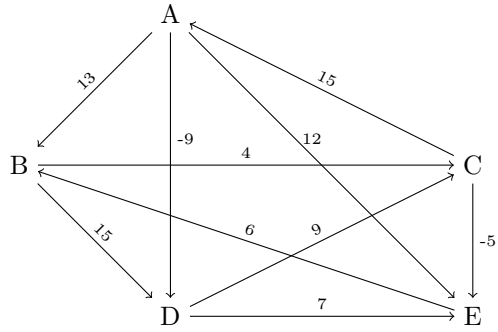
	A	B	C	D	E
A	0	13	17	9	12
B	∞	0	4	15	∞
C	15	28	0	24	5
D	∞	∞	9	0	7
E	∞	6	10	21	0

	A	B	C	D	E
A	0	13	17	9	12
B	19	0	4	15	9
C	15	28	0	24	5
D	24	37	9	0	7
E	25	6	10	21	0

	A	B	C	D	E
A	0	13	17	9	12
B	19	0	4	15	9
C	15	28	0	24	5
D	24	37	9	0	7
E	25	6	10	21	0

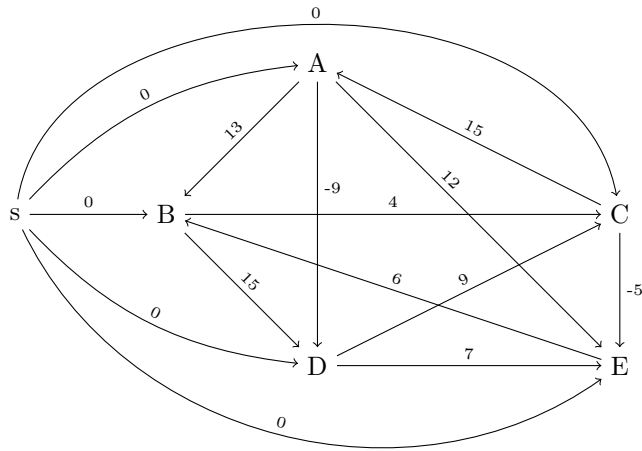
	A	B	C	D	E
A	0	13	17	9	12
B	19	0	4	15	9
C	15	11	0	24	5
D	24	13	9	0	7
E	25	6	10	21	0

Сменим знак рёбрам CE и AD:



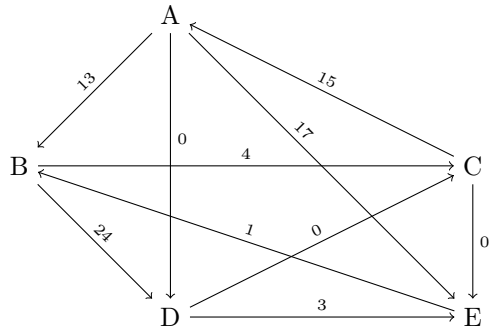
Применим алгоритм Джонсона:

Добавим вершину s и применим алгоритм Беллмана-Форда:



	A	B	C	D	E
s	0	0	0	-9	-5

Изменим веса рёбер, чтобы исключить отрицательные:



Применим алгоритм Дейкстры и восстановим веса рёбер:

	A	B	C	D	E
A	0	1	0	0	0
B	19	0	4	19	4
C	15	1	0	15	0
D	15	1	0	0	0
E	20	1	5	20	0

 \Rightarrow

	A	B	C	D	E
A	0	1	0	-9	-5
B	19	0	4	10	-1
C	15	1	0	6	-5
D	24	10	9	0	4
E	25	6	10	16	0