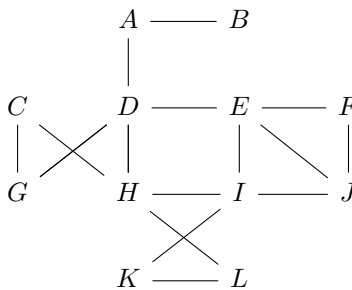


Студент: Карабанов Егор
Группа: 2362
Вариант: 34
Дата: 9 апреля 2024 г.

Комбинаторика и теория графов

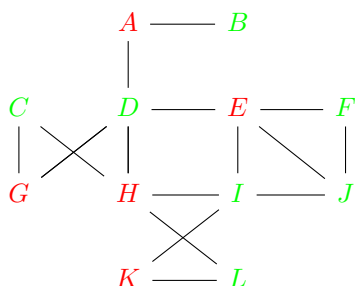
Индивидуальное домашнее задание №2

Задание 1. *Определить, является ли данный граф эйлеровым, полуэйлеровым, гамильтоновым, полугамильтоновым, двудольным, вершинно-двусвязным, рёберно-двусвязным. Построить дерево блоков и точек сочленения.*

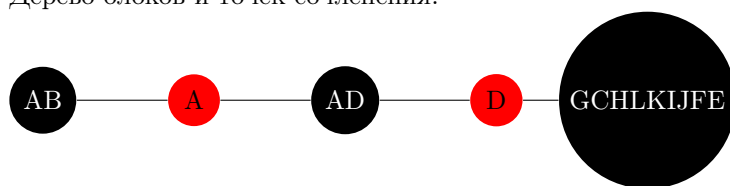


Решение.

- Не является эйлеровым, т.к. не все вершины имеют четную степень
- Является полуэйлеровым, т.к. ровно 2 вершины имеют нечетную степень: В, J
- Не является гамильтоновым
- Является полугамильтоновым, т.к. существует путь, проходящий по всем вершинам ровно 1 раз: В, А, D, E, F, J, I, K, L, H, G, С
- Не является двудольным, т.к. смежные вершины I, J, F оказываются одного цвета при раскрашивании графа



- Не является вершинно двусвязным, т.к. в графе присутствуют шарниры: А, D
- Не является реберно двусвязным, т.к. в графе присутствуют мосты: ВА, AD
- Дерево блоков и точек сочленения:



Задание 2.

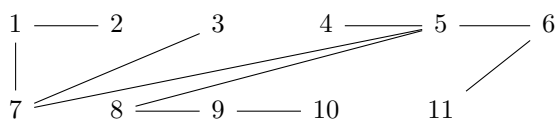
Решение.

Задание 3.

Решение.

Задание 4.

а) построить код Прюфера для данного дерева:

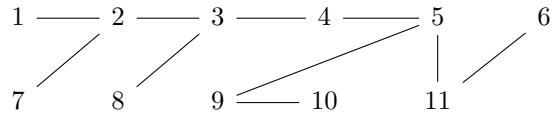


б) Построить дерево по коду Прюфера: 2 11 2 3 3 4 5 9 5

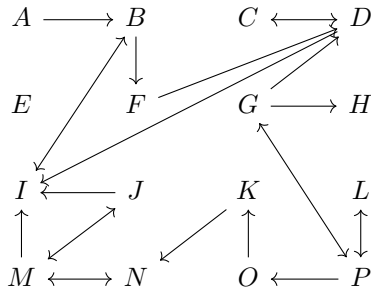
Решение.

а) Код Прюфера: 1 7 7 5 5 9 8 5 6

б) Получившиеся дерево по коду Прюфера:



Задание 5. При помощи алгоритма Kosaraju найти компоненты сильной связности данного графа:

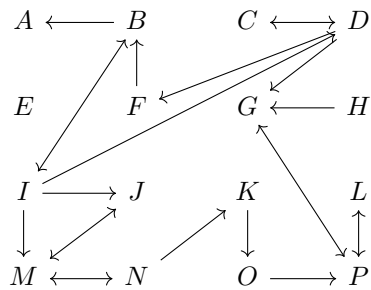


Решение.

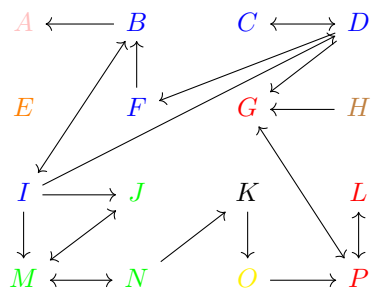
Начинаем поиски в глубину с вершин: A, E, L

Полученный стек: [I, C, D, F, B, A, E, H, G, J, M, N, K, O, P, L

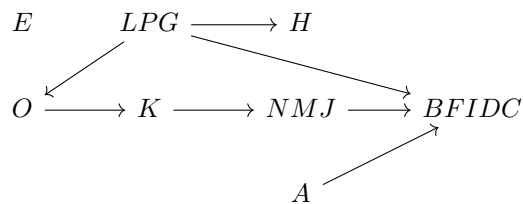
Транспонированный граф:



Граф после поисков в глубину в порядке доставания вершин из стека и окрашивания вершин в рамках одного поиска:



Таким образом, граф герца для данного графа:



Задание 6.

Решение.

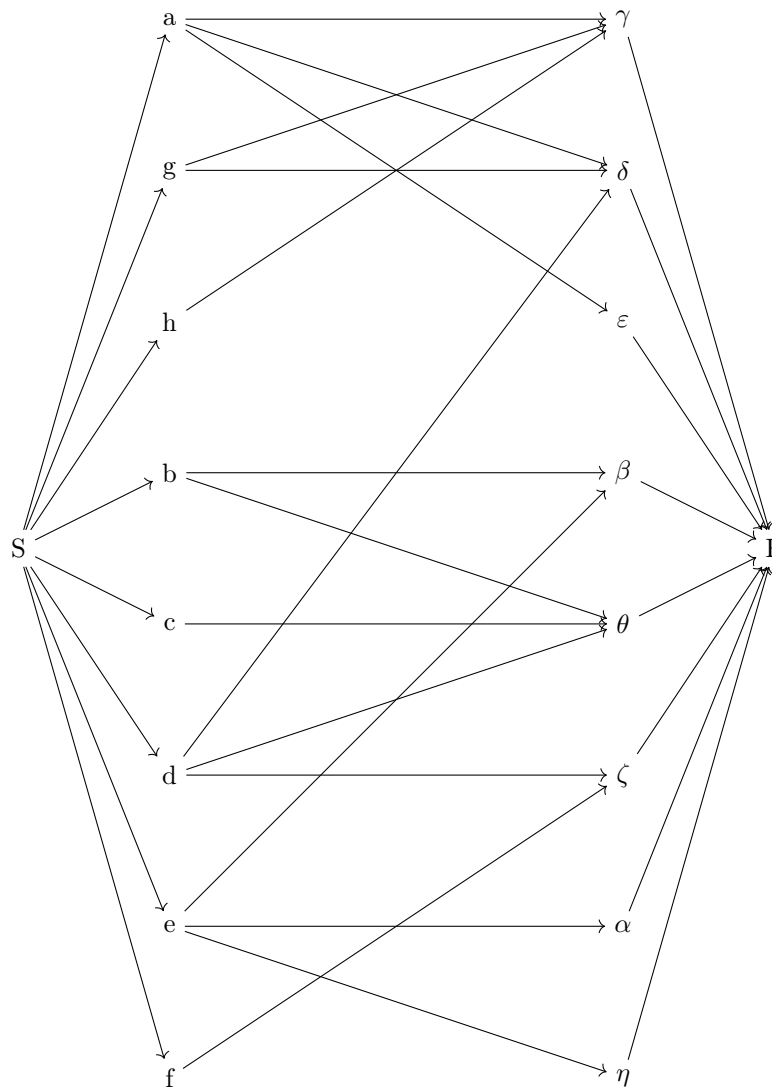
Задание 7.

Решение.

Задание 8. Найдите наибольшее паросочетание в двудольном графе, заданном набором рёбер (a, γ) (a, δ) (a, ϵ) (b, β) (b, θ) (c, θ) (d, δ) (d, ζ) (d, θ) (e, α) (e, β) (e, η) (f, ζ) (g, γ) (g, δ) (h, γ)

Решение.

Изначальный граф:

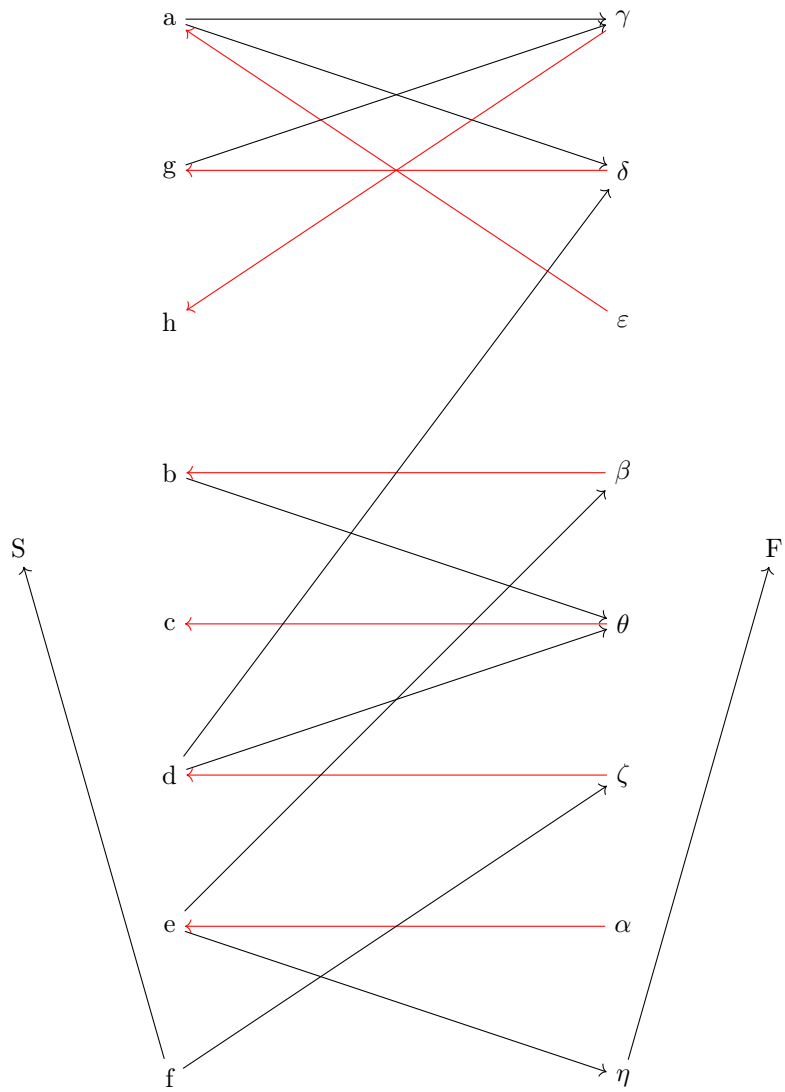


Ответ: (a, η) (b, β) (c, α) (d, ϵ) (e, θ) (f, δ) (g, ζ) (h, γ)

Пройденные пути:

$\{S, a, \gamma, F\}$, $\{S, g, \delta, F\}$, $\{S, h, \gamma, a, \epsilon, F\}$, $\{S, b, \beta, F\}$, $\{S, c, \theta, F\}$, $\{S, d, \zeta, F\}$, $\{S, e, \alpha, F\}$

Граф после применения алгоритма:



Ответ: $\tilde{E} = \{a\varepsilon, g\delta, h\gamma, b\beta, c\theta, d\zeta, e\alpha\}$