Студент: Коротков Фёдор
Группа: 2362
Вариант: 13
Дата: 2 января 2025 г.

Математическая логика и теория алгоритмов
Индивидуальное домашнее задание №2

Задание 1. *Найдите резольвенты первого порядка следующего набора дизъюнктов:*
$B \vee \bar{C} \vee \bar{D} \vee \bar{E}, A \vee B \vee \bar{C} \vee \bar{D} \vee \bar{E}, \bar{A} \vee \bar{D}, \bar{A} \vee B \vee E$

Решение.
$R_1 = B \vee \bar{C} \vee \bar{D} \vee \bar{E}$
$R_2 = A \vee B \vee \bar{C} \vee \bar{D} \vee \bar{E}$
$R_3 = \bar{A} \vee \bar{D}$
$R_4 = \bar{A} \vee B \vee E$

(1) R_1,R_4 : $\bar{A} \vee B \vee \bar{C} \vee \bar{D}$
(2) R_2,R_3 : $B \vee \bar{C} \vee \bar{D} \vee \bar{E}$
(3) R_2,R_4 : 1

Задание 2. *Приведите данную формулу к ПНФ:*
$\neg(\exists y R(b, y) \oplus \neg\forall x P(x, c, x))$

Решение.
$\neg(\exists y R(b, y) \oplus \neg\forall x P(x, c, x)) = \neg((\exists y R(b,y) \wedge \forall x P(x, c, x)) \vee (\neg\exists y R(b,y) \wedge \neg\forall x P(x, c, x))) = (\neg\exists y R(b,y) \vee \neg x P(x, c, x)) \wedge (\exists y R(b, y) \vee \forall x P(x,c,x)) = \forall y \exists x(\neg R(b,y) \vee \neg P(x,c,x)) \wedge \exists y \forall x(R(b,y) \vee P(x,c,x)) = \forall x \exists y \forall z \exists w(R(b,y) \vee P(x,c,x))(\neg R(b,z) \vee \neg P(w,c,w))$

Задание 3. *Приведите данную формулу к СНФ:*
$\forall x \exists y \forall z \exists t \forall u((R(t) \wedge Q(x, y, z)) \wedge P(u))$

Решение.
$\forall x \exists y \forall z \exists t \forall u((R(t) \wedge Q(x, y, z)) \wedge P(u)) = \forall x \forall z \exists t \forall u((R(t) \wedge Q(x, f(x), z)) \wedge P(u)) = \forall x \forall z \forall u((R(g(x,z)) \wedge Q(x, f(x), z)) \wedge P(u))$
$y = f(x)$
$t = g(x,z)$

Задание 4. *Унифицируйте данные формулы:*
$S(q(h(q(r(x)), \varphi(a))), q(h(r(x), q(p(b)))), h(x, p(b)), f(q(\varphi(a)), u), s(r(x)))$
$S(q(h(q(z), y)), q(h(z, q(t))), h(c, t), f(q(y), g(t)), s(z))$

Решение.
$c = x$
$z = r(x)$
$y = \varphi(a)$
$t = p(b)$
$u = g(t)$

$S(q(h(q(r(x)), \varphi(a))), q(h(r(x), q(p(b)))), h(x, p(b)), f(q(\varphi(a)), g(t)), s(r(x)))$

Задание 5. *Придумайте интерпретацию, для которой данная формула а) верна; б) неверна; или докажите, что это невозможно.* $\neg((\forall x P(a, x) \wedge S(c, c, c)) \Rightarrow \forall y Q(y))$

Решение.
$\forall x P(a,x) \wedge S(c,c,c) \wedge \exists y \neg Q(y)$
$M = [0;1]$
а) Верна:
S(c, c, c) - "$c = c = c$"
P(a, x) - "$x + a \geq 0$"
Q(y) - "$y < 0$"

б) Неверна:
S(c, c, c) - "$c = c = c$"
P(a, x) - "$x + a \geq 0$"
Q(y) - "$y \geq 0$"

Задание 6. *а) Опишите язык, заданный данной грамматикой. б) Удовлетворяет ли он условию однозначности ветвления?*
$A ::= z \mid dAd$

Решение.

а) $d^n z d^n, n \geq 0$
б) Удовлетворяет:

(1) Правило A::=z позволяет сразу закончить построение, так как z — конечный символ.
(2) Правило A::=dAd однозначно показывает, что к базовой строке A добавляются символы d с двух сторон.

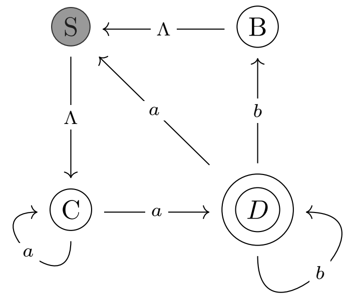
Задание 7. *Дана грамматика некоторого языка:*
$S ::= C$

$B ::= S$

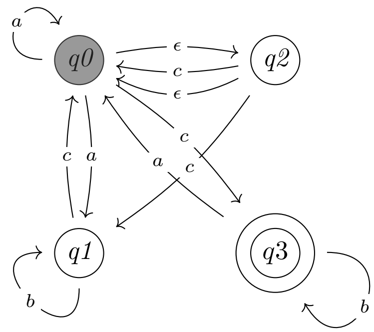
$C ::= aC \mid aD$

$D ::= aS|bD|bB \mid \Lambda$
Постройте (любой) конечный автомат, распознающий этот язык.

Решение.

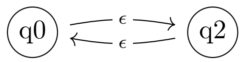


Задание 8. *Постройте детерминированный конечный автомат, эквивалентный данному:*

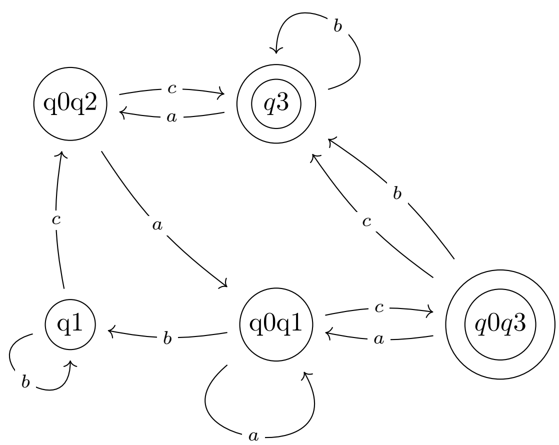


Решение.

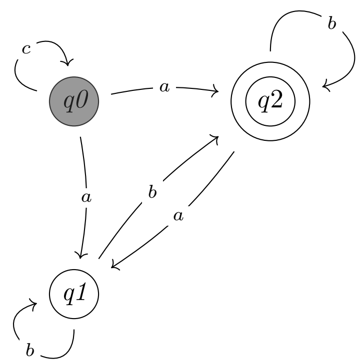
Пустые переходы:



Итоговый детерминированный конечный автомат:



Задание 9. *Постройте регулярное выражение, задающее язык, распознаваемый этим автоматом.*



Решение.

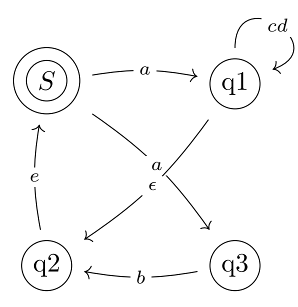
$$\begin{cases} q_0 = cq_0 + aq_2 + aq_1 \\ q_1 = bq_1 + bq_2 \\ q_2 = bq_2 + aq_1 + \varepsilon \end{cases}$$

$$\begin{cases} q_0 = c^*a(q_2 + q_1) \\ q_1 = b^*bq_2 \\ q_2 = b^*(aq_1 + \varepsilon) = b^*aq_1 + b^* \end{cases}$$

$q_1 = b^*b(b^*aq_1 + b^*) = b^*bb^*aq_1 + b^*bb^* = (b^*bb^*a)^*b^*bb^*$
$q_2 = b^*ab^*bq_2 + b^* = (b^*ab^*b)^*b^*$
$q_0 = c^*a((b^*bb^*a)^*b^*bb^* + (b^*ab^*b)^*b^*)$

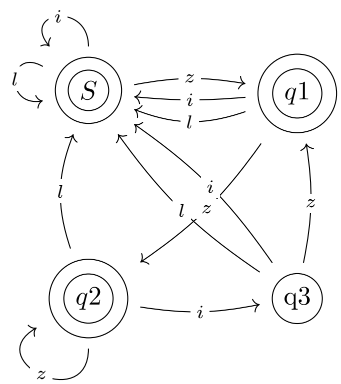
Задание 10. *Постройте автомат, распознающий язык, задаваемый этим регулярным выражением:* $(a(b + (cd)^*)e)^*$

Решение.



Задание 11. *Постройте детерминированный конечный автомат, распознающий слова в алфавите i, l, z, которые не оканчиваются на zzi.*

Решение.



Задание 12. *Дана машина Тьюринга с начальным состоянием q0 и конечным состоянием q_2. Какой результат даст эта машина Тьюринга для ленты kdddk? Считывающая головка находится на крайнем левом символе. Пустой символ — *.*

$q_1 * \to q_0 dR$
$q_1 d \to q_1 kL$
$q_1 k \to q_0 kL$
$q_0 d \to q_2 kL$
$q_0 k \to q_1 dR$

Решение.

(1) $\overset{q_0}{k}dddk$
(2) $d\overset{q_1}{d}ddk$
(3) $\overset{q_1}{d}kddk$
(4) $\overset{q_1}{*}kkddk$
(5) $d\overset{q_0}{k}kddk$
(6) $dd\overset{q_1}{k}ddk$
(7) $d\overset{q_0}{d}kddk$
(8) $\overset{q_2}{d}kkddk$

Задание 13. *а) Что следующий алгоритм Маркова делает со словом zxyxyx?*
б) Из некоторого слова после применения 1 шага данного алгоритма Маркова получилось yzxxyzy. Каким могло быть исходное слово?

$zzz \to zx$
$yzx \to zx$
$xxx \to zy$
$yxx \to zy$
$xy \to zxx$

Решение.
а)

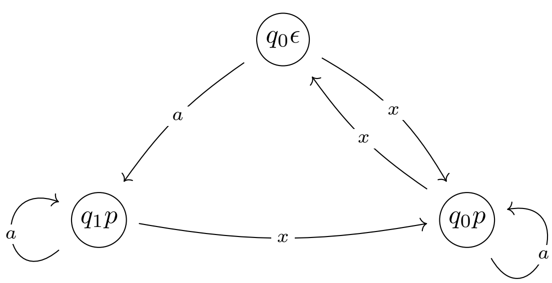
(1) z**xy**xyx
(2) zz**xxx**yx
(3) **zzz**yyx
(4) z**xy**yx
(5) zzx**xy**x

(6) zzxz**xxx**
(7) zzxzzy

б)
y**zx**xyzy ← y**zzz**$xyzy$
y**zx**$xyzy$ ← y**yzx**$xyzy$
y**zxx**yzy ← y**xy**yzy

Задание 14. *Дан автомат с магазинной памятью. Входной алфавит a, x; алфавит стека p; q0 — начальное состояние, q1 — конечное.*
Правила
1) $q_0 \epsilon a \to q_1 p$ *2)* $q_0 \epsilon x \to q_0 p$ *3)* $q_0 p a \to q_0 p$
4) $q_0 p x \to q_0 \epsilon$ *5)* $q_1 \epsilon a \to q_0 \epsilon$ *6)* $q_1 \epsilon x \to q_0 \epsilon$
7) $q_1 p a \to q_1 p$ *8)* $q_1 p x \to q_0 p$
Придумайте пример шестибуквенного слова в алфавите a, x, которое этот автомат а) распознаёт; б) не распознаёт. в) Есть ли у этого автомата бесполезные правила, которые не будут выполняться ни при каком поданном на вход автомата слове?

Решение.



а) не существует
б) $axaxax$
в) 5) и 6)