

Математическая логика и теория алгоритмов
Индивидуальное домашнее задание №2

Задание 1. Найдите резольвенты первого порядка следующего набора дизъюнктов:
 $B \vee \bar{C} \vee \bar{D} \vee \bar{E}, A \vee B \vee \bar{C} \vee \bar{D} \vee \bar{E}, \bar{A} \vee \bar{D}, \bar{A} \vee B \vee E$

Решение.

$$R_1 = B \vee \bar{C} \vee \bar{D} \vee \bar{E}$$

$$R_2 = A \vee B \vee \bar{C} \vee \bar{D} \vee \bar{E}$$

$$R_3 = \bar{A} \vee \bar{D}$$

$$R_4 = \bar{A} \vee B \vee E$$

$$(1) R_1, R_4 : \bar{A} \vee B \vee \bar{C} \vee \bar{D}$$

$$(2) R_2, R_3 : B \vee \bar{C} \vee \bar{D} \vee \bar{E}$$

$$(3) R_2, R_4 : 1$$

Задание 2. Приведите данную формулу к ПНФ:

$$\neg(\exists y R(b, y) \oplus \neg \forall x P(x, c, x))$$

Решение.

$$\begin{aligned} \neg(\exists y R(b, y) \oplus \neg \forall x P(x, c, x)) &= \neg((\exists y R(b, y) \wedge \forall x P(x, c, x)) \vee (\neg \exists y R(b, y) \wedge \neg \forall x P(x, c, x))) = (\neg \exists y R(b, y) \vee \\ &\neg x P(x, c, x)) \wedge (\exists y R(b, y) \vee \forall x P(x, c, x)) = \forall y \exists x (\neg R(b, y) \vee \neg P(x, c, x)) \wedge \exists y \forall x (R(b, y) \vee P(x, c, x)) = \forall x \exists y \forall z \exists w (R(b, y) \vee \\ &P(x, c, x)) (\neg R(b, z) \vee \neg P(w, c, w)) \end{aligned}$$

Задание 3. Приведите данную формулу к СНФ:

$$\forall x \exists y \forall z \exists t \forall u ((R(t) \wedge Q(x, y, z)) \wedge P(u))$$

Решение.

$$\forall x \exists y \forall z \exists t \forall u ((R(t) \wedge Q(x, y, z)) \wedge P(u)) = \forall x \forall z \exists t \forall u ((R(t) \wedge Q(x, f(x), z)) \wedge P(u)) = \forall x \forall z \forall u ((R(g(x, z)) \wedge$$

$$Q(x, f(x), z)) \wedge P(u))$$

$$y = f(x)$$

$$t = g(x, z)$$

Задание 4. Унифицируйте данные формулы:

$$S(q(h(q(r(x)), \varphi(a))), q(h(r(x), q(p(b)))), h(x, p(b)), f(q(\varphi(a)), u), s(r(x)))$$

$$S(q(h(q(z), y), q(h(z, q(t))), h(c, t), f(q(y), g(t)), s(z))$$

Решение.

$$c = x$$

$$z = r(x)$$

$$y = \varphi(a)$$

$$t = p(b)$$

$$u = g(t)$$

$$S(q(h(q(r(x)), \varphi(a))), q(h(r(x), q(p(b)))), h(x, p(b)), f(q(\varphi(a)), g(t)), s(r(x)))$$

Задание 5. Придумайте интерпретацию, для которой данная формула а) верна; б) неверна; или докажите, что это невозможно. $\neg((\forall x P(a, x) \wedge S(c, c, c)) \Rightarrow \forall y Q(y))$

Решение.

$$\forall x P(a, x) \wedge S(c, c, c) \wedge \exists y \neg Q(y)$$

$$M = [0; 1]$$

а) Верна:

$$S(c, c, c) - "c = c = c"$$

$$P(a, x) - "x + a \geq 0"$$

$$Q(y) - "y < 0"$$

б) Неверна:

$$S(c, c, c) - "c = c = c"$$

$$P(a, x) - "x + a \geq 0"$$

$$Q(y) - "y \geq 0"$$

Задание 6. а) Опишите язык, заданный данной грамматикой. б) Удовлетворяет ли он условию однозначности ветвления?

$$A ::= z \mid dAd$$

Решение.

а) $d^n z d^n, n \geq 0$

б) Удовлетворяет:

- (1) Правило $A ::= z$ позволяет сразу закончить построение, так как z — конечный символ.
- (2) Правило $A ::= dAd$ однозначно показывает, что к базовой строке A добавляются символы d с двух сторон.

Задание 7. Дана грамматика некоторого языка:

$$S ::= C$$

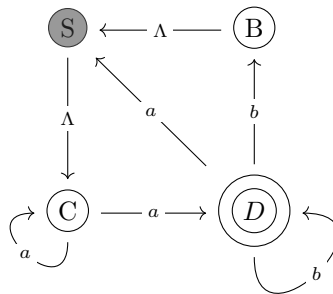
$$B ::= S$$

$$C ::= aC \mid aD$$

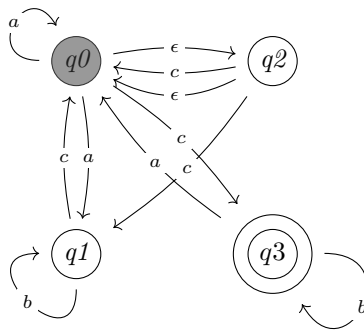
$$D ::= aS \mid bD \mid bB \mid \Lambda$$

Постройте (любой) конечный автомат, распознающий этот язык.

Решение.

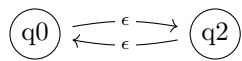


Задание 8. Постройте детерминированный конечный автомат, эквивалентный данному:

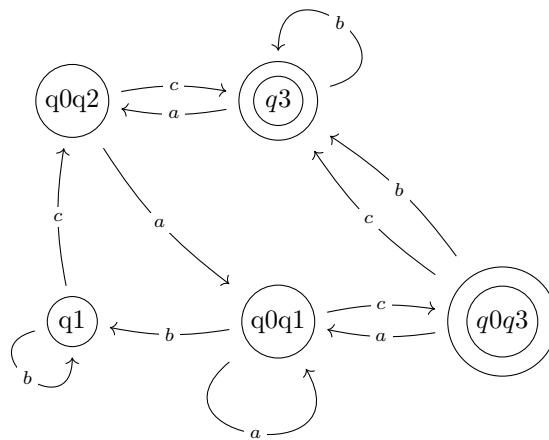


Решение.

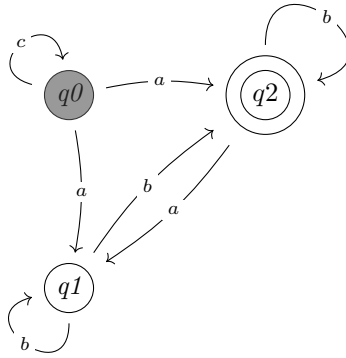
Пустые переходы:



Итоговый детерминированный конечный автомат:



Задание 9. Постройте регулярное выражение, задающее язык, распознаваемый этим автоматом.



Решение.

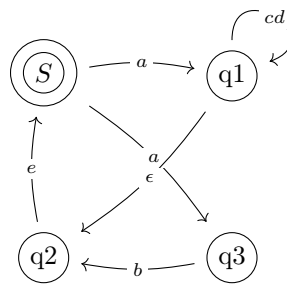
$$\begin{cases}
 q_0 = cq_0 + aq_2 + aq_1 \\
 q_1 = bq_1 + bq_2 \\
 q_2 = bq_2 + aq_1
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 q_0 = c^*a(q_2 + q_1) \\
 q_1 = b^*bq_2 = (b^*bb^*a)^* \\
 q_2 = b^*aq_1 = (b^*ab^*b)^*
 \end{cases}$$

$$q_0 = c^*a((b^*bb^*a)^* + (b^*ab^*b)^*)$$

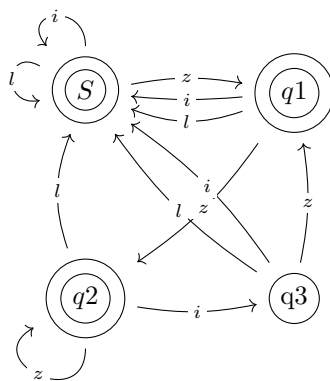
Задание 10. Постройте автомат, распознающий язык, задаваемый этим регулярным выражением: $(a(b + (cd)^*)e)^*$

Решение.



Задание 11. Постройте детерминированный конечный автомат, распознающий слова в алфавите i, l, z , которые не оканчиваются на zzi .

Решение.



Задание 12. Дана машина Тьюринга с начальным состоянием q_0 и конечным состоянием q_2 . Какой результат даст эта машина Тьюринга для ленты $kdddk$? Считывающая головка находится на крайнем левом символе. Пустой символ — $*$.

$q_1^* \rightarrow q_0 dR$
 $q_1 d \rightarrow q_1 kL$
 $q_1 k \rightarrow q_0 kL$
 $q_0 d \rightarrow q_2 kL$
 $q_0 k \rightarrow q_1 dR$

Решение.

- (1) $\overset{q_0}{k} d d d k$
- (2) $\overset{q_1}{d} d d d k$
- (3) $\overset{q_1}{d} k d d k$
- (4) $\overset{q_1}{*} k k d d k$
- (5) $\overset{q_0}{d} k k d d k$
- (6) $\overset{q_1}{d} d k d d k$
- (7) $\overset{q_0}{d} d k d d k$
- (8) $\overset{q_2}{d} k k d d k$

Задание 13. а) Что следующий алгоритм Маркова делает со словом $zxuxux$?

б) Из некоторого слова после применения 1 шага данного алгоритма Маркова получилось $uzxuxu$. Каким могло быть исходное слово?

$zzz \rightarrow zx$
 $yzx \rightarrow zx$
 $xxx \rightarrow zy$
 $yxx \rightarrow zy$
 $xy \rightarrow zxx$

Решение.

а)

- (1) $zxuxux$
- (2) $zzxxxux$
- (3) $zzzyux$
- (4) $zxxyux$
- (5) $zzxxux$

(6) zzzzxxx

(7) zzzzzу

б) $yzxxуzy \leftarrow yzzzxуzy$

Задание 14. Дан автомат с магазинной памятью. Входной алфавит a, x ; алфавит стека p ; q_0 — начальное состояние, q_1 — конечное.

Правила

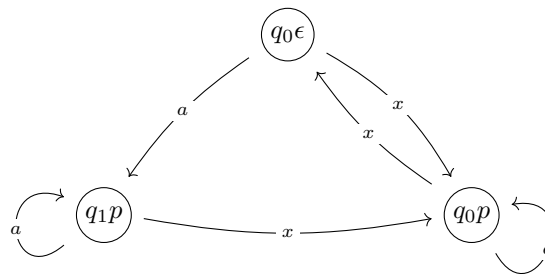
1) $q_0 \epsilon a \rightarrow q_1 p$ 2) $q_0 \epsilon x \rightarrow q_0 p$ 3) $q_0 p a \rightarrow q_0 p$

4) $q_0 p x \rightarrow q_0 \epsilon$ 5) $q_1 \epsilon a \rightarrow q_0 \epsilon$ 6) $q_1 \epsilon x \rightarrow q_0 \epsilon$

7) $q_1 p a \rightarrow q_1 p$ 8) $q_1 p x \rightarrow q_0 p$

Придумайте пример шестибуквенного слова в алфавите a, x , которое этот автомат а) распознаёт; б) не распознаёт. в) Есть ли у этого автомата бесполезные правила, которые не будут выполняться ни при каком поданном на вход автомата слове?

Решение.



а) не существует

б) $axaxax$

в) 5) и 6)