

UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

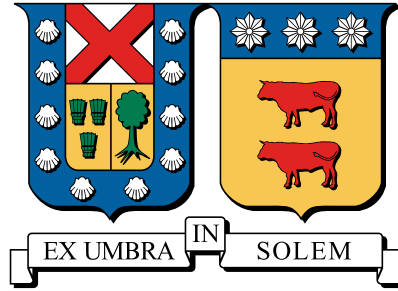
VALPARAISO- CHILE

**“SISTEMA DE PREDICCIÓN EÓLICA DE ALTA
RESOLUCIÓN A CORTO PLAZO EN TERRENO
COMPLEJO MEDIANTE ACOPLAMIENTO
MESO-MICROESCALA, SIMULACIÓN DE
GRANDES VÓRTICES Y ASIMILACIÓN DE
DATOS”**

Pablo Andrés Cárdenas Zamorano

Magíster en Ciencias de la Ingeniería Mecánica

Julio - 2019



UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MECÁNICA
VALPARAISO- CHILE

**“SISTEMA DE PREDICCIÓN EÓLICA DE ALTA RESOLUCIÓN A CORTO
PLAZO EN TERRENO COMPLEJO MEDIANTE ACOPLAMIENTO
MESO-MICROESCALA, SIMULACIÓN DE GRANDES VÓRTICES Y
ASIMILACIÓN DE DATOS”**

PABLO ANDRÉS CÁRDENAS ZAMORANO

Tesis de grado para optar al grado de:
Magíster en Ciencias de la Ingeniería Mecánica
y al título de:
Ingeniero Civil Mecánico

Profesor Guía: Dr. Ing. Alex Flores

Profesor Correferente: XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

Profesor Correferente externo: Dr. XXXXX XXXXXXXXXX

Julio - 2019

TITULO DE LA TESIS:

**“SISTEMA DE PREDICCIÓN EÓLICA DE ALTA RESOLUCIÓN A CORTO PLAZO
EN TERRENO COMPLEJO MEDIANTE ACOPLAMIENTO MESO-MICROESCALA,
SIMULACIÓN DE GRANDES VÓRTICES Y ASIMILACIÓN DE DATOS”**

AUTOR:

Pablo Andrés Cárdenas Zamorano

TRABAJO DE TESIS, presentado en cumplimiento parcial de los requisitos para el Grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería Mecánica de la Universidad Técnica Federico Santa María.

Dr. Ing. Alex Flores

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

Dr. XXXXX XXXXXXXXXXXX

VALPARAISO, CHILE- 2019

The more we learn about the world, and the deeper our learning, the more conscious, specific, and articulate will be our knowledge of what we do not know, our knowledge of our ignorance. For this, indeed, is the main source of our ignorance — the fact that our knowledge can be only finite, while our ignorance must necessarily be infinite

Karl Popper

Agradecimientos

Quiero agradecer enormemente a todas las personas que fueron parte de este largo proceso de tesis y en general a todas aquellas que me influenciaron directa e indirectamente a lo largo de mi vida. Sus influencias se manifiestan en mayor o menor medida en cada una de los parrafos de este trabajo.

Especialmente quiero agradecer a mis grandes amigos Laura, Sebastián y Pablo por todos los buenos momentos compartidos dentro de la universidad, por hacer de esta, una etapa inolvidable dentro de mi vida y por permitirnos el cuestionamiento constante de nuestras conductas, logrando así la mejora continúa de nosotros mismos como persona con el fin de alcanzar en el futuro una sociedad mas igualitaria, solidaria y libre.

También agradecer a mi madre, a mi padre, por fomentarme desde niño una curiosidad permanente a los fenómenos que me rodean, a mis hermanos Iván y Raúl, y a Fabián los cuales fueron testigos y soportaron mis excentricidades viviendo bajo el mismo techo y fueron también conejillos de india de mis innumerables experimentos culinarios.

Quiero agradecer a todas las personas que tuve el privilegio de conocer y compartir dentro de la universidad y que fomentaron mi desarrollo como profesional integral. A mis compañeros y compañeras de carrera, a mis amigos y amigas con las que participé dentro de la política universitaria, a la vocalía de género, a las personas con la que conformamos el Centro de Alumnos de Mecánica 2015, a mis compañeros de banda, al Club de Música UTFSM, al taller de robótica y a todas aquellas personas que hacían que el día a día dentro de esta universidad fuera menos monótono y mas liberador.

Del mismo modo, quiero dar agradecimientos especiales a mis profesores de mecánica de fluidos y turbulencia, profesor Alex Flores, Carlos Rosales, Romain Gers y Christopher Cooper, por la paciencia y por permitirme recibir el conjunto de conocimientos que, por una parte forman el núcleo en el que se sustenta esta tesis y que, por otra, me permitieron descubrir la belleza, los desafíos y los misterios de esta área.

Finalmente agradecer a la universidad y a la Dirección de Posgrado y Programas por la preocupación constante y el financiamiento que permitieron mi mantención a través de este trabajo y en el programa.

Abstract

Resumen

Con el fin de lograr una correcta predicción del recurso viento en terreno complejo en zonas muy localizadas, se llevaron cabo una serie de simulaciones numéricas multiescala con datos reales utilizando WRF-LES a través de la técnica de dominios anidados hasta una resolución mínima de aproximadamente 2 [m]. Para corregir las desviaciones propias de una simulación numérica, se propuso mejorar los resultados utilizando un esquema de asimilación de datos en el dominio mas interior.

Se presentan resultados para 4 casos, los primeros dos casos corresponden a una simulación real en el sitio de pruebas de turbinas en Høvsøre, Dinamarca, el cual es un terreno cuasi-plano ampliamente estudiado. La primera simulación valida el acercamiento numérico y la segunda muestra la influencia de la asimilación de datos considerando 3 niveles de un mástil meteorológico ubicado en el centro del dominio.

Las siguientes dos simulaciones corresponden a la aplicación de la metodología en terreno complejo. En este caso se simula la colina de Bolund ubicada también en Dinamarca. Estas dos simulaciones ahora nos exponen el comportamiento del modelo para este caso, y la influencia de la asimilación de datos multipunto utilizando la información de 8 mástiles.

Los resultados obtenidos muestran que es posible obtener predicciones certeras y que rescaten el comportamiento turbulento del viento a las escalas simuladas y que además, la asimilación de datos mejora considerablemente esta predicción, dando pie a un uso operativo de los códigos utilizados.

Índice general

Agradecimientos	7
Abstract	9
Resumen	11
1. Introducción	17
2. Caracterización de la Tesis	24
2.1. Hipótesis	24
2.2. Objetivos	24
2.2.1. Objetivos Principales	24
2.2.2. Objetivos Secundarios	24
3. Estado del Arte	26
3.1. Simulación Multiescala y Zona Gris	26
3.2. Turbulencia Atmosférica y LES	31
3.3. Alta Resolución y Terreno Complejo	31
3.3.1. Importancia de la Estimación del Viento	31
3.3.2. Problemáticas de la Simulación de Alta Resolución	32
3.4. Uso Operativo de Asimilación de Datos	35
4. Marco Teórico	37
4.1. Leyes Fundamentales de un Fluido	38
4.1.1. Conservación de la Masa	38
4.1.2. Conservación de la Cantidad de Movimiento	38
4.1.3. Conservación de la Energía	39
4.1.4. Ecuación de Estado: Gas Ideal	41
4.2. Dinámica Atmosférica	41
	<i>13</i>

4.2.1.	Temperatura Potencial	42
4.2.2.	Gradiente de Temperatura	42
4.2.3.	Condiciones de Estabilidad	43
4.2.4.	Ecuaciones Primitivas	44
4.2.5.	Análisis de Escalas	44
4.3.	Turbulencia Hidrodinámica	44
4.3.1.	Fundamentos	44
4.3.2.	Cascada de Energía	45
4.4.	Teoría de la Capa Límite Atmosférica	45
4.5.	Large Eddy Simulation	45
4.6.	Análisis Numérico	46
4.7.	Asimilación de Datos	46
5.	Weather Research and Forecast (WRF)	48
5.1.	Aspectos Generales	48
5.1.1.	Ecuaciones Resueltas	49
5.1.2.	Discretización Espacial	49
5.1.3.	Discretización Temporal	50
5.1.4.	Aspectos Numéricos	50
	Bibliografía	52

Índice de figuras

1.1.	Interfaz online del explorador eólico de la Universidad de Chile.	19
1.2.	Detalle del proyecto FONDEF ID16I10105. (a) Célula del sistema experimental de medición. (b) Prototipo en el laboratorio.	21
1.3.	Esquema de la sonda FONDEF ID16I10105.	22
3.1.	Separación de escalas para la dinámica atmosférica.	27
3.2.	Idealización de los distintos tamaños de vórtices dentro de un dominio en la zona gris de la turbulencia. Los vórtices mas grandes pueden ser resueltos por la malla, mientras que los más pequeños son filtrados numéricamente y por lo tanto deben ser parametrizados para que su efecto se considere en las ecuaciones de movimiento.	29
3.3.	Espectro de energía turbulenta multiescala.	30
3.4.	Comparación entre las coordenadas usuales sigma (arriba) y el método de frontera inmersa (abajo).	35
5.1.	Estructura de la coordenada vertical.	49

Índice de cuadros

Capítulo 1

Introducción

En el transcurso de los últimos años, es decir, desde la década de los 2000 en adelante, ha habido un aumento considerable en el uso de tecnologías renovables para la obtención de energía eléctrica a lo largo de todo el planeta. El consenso internacional de avanzar en pos de un desarrollo sustentable para la humanidad y que esta, a la vez, sea amigable con el resto de las especies y los recursos naturales, da la intuición de que es la manera correcta para progresar y por lo tanto se debe desplegar la mayor cantidad de capital humano para que estas tecnologías continúen en un proceso de mejora continua y se asegure el bienestar de toda la sociedad.

De manera mas concreta, esto se está llevando a cabo a través del uso e implementación de las Energías Renovables No Convencionales (en adelante ERNC) y que corresponden a la energía solar, a la energía hidráulica, la mareomotriz, undimotriz, geotérmica, biomasa y eólica. Para el alcance de este trabajo de tesis, se está interesado en la energía eólica, que es aquella energía que se extrae del viento en movimiento.

El recurso viento posee la particularidad de ser extremadamente variable en todo su espectro de escalas temporales y espaciales, es decir, presenta fenómenos cíclicos distinguibles en cada una de estas escalas. Desde los cambios que tiene en la escala climática (ciclos planetarios, cambio climático) hasta la microescala (turbulencia, interacción con el terreno) y por ende la generación de energía a partir de este es indistintamente variable.

Además, en la práctica existe un conflicto permanente en que las zonas con mayor potencial eólico (i.e. aquellos lugares donde estadísticamente se tienen velocidades del viento lo suficientemente altas para que sea conveniente generar energía de estos), son aquellas que tienen terreno complejo, o sea, terreno con topografía no regular como las costas o montañas, esto debido a la aceleración que toma el viento al ajustarse a los

contornos del suelo. Existe entonces una dicotomía o conflicto entre que los lugares mas aptos para poner parques eólicos, son al mismo tiempo los mas turbulentos y los más difíciles de predecir.

De este modo, surge la necesidad de buscar maneras teóricas y prácticas para tener completamente determinado el comportamiento del viento en su interacción con terreno complejo y así tener también determinada la potencia eléctrica que se puede generar de esta.

Históricamente se ha dependido de técnicas estadísticas (describiendo el viento a través de distribuciones de probabilidad) basadas en bases de datos que contienen mediciones del viento a lo largo de varios años. El problema con este acercamiento es que para el terreno complejo, en donde el comportamiento del viento es en gran parte no homogéneo, este no refleja el movimiento real ni los fenómenos no lineales (como el desprendimiento de la capa límite o la mezcla turbulenta) dentro de la zona de interés. Aún así, si se quisiera aplicar estos métodos estadísticos, el volumen de instrumentación necesaria sería inmenso para aplicarlo en zonas localizadas y por lo tanto, los costos asociados serían demasiado altos como para que se pudieran llevar a cabo en todos los lugares en donde se quisieran instalar turbinas.

Se busca entonces aplicar un método indirecto, y aquí es donde se ve atractivo el predecir el comportamiento del viento a través de simulaciones numéricas.

Evidentemente, las simulaciones se encargarán de resolver las ecuaciones que rigen el comportamiento de la atmósfera. Estas ecuaciones son las llamadas ecuaciones primitivas y dan origen a una rama de la meteorología llamada predicción numérica del clima (Numerical Weather Predicción o NWP).

La predicción numérica del clima no es algo que se viene realizando desde hace poco. Las primera simulaciones atmosféricas datan desde el los años 20, en donde Lewis Fry Richardson logró hacer un pronóstico para 6 horas en dos puntos de Europa central. Este cálculo tardó cerca de dos semanas debido a que fueron realizados a mano. No fue hasta la década del 50, con la llegada de los computadores, que este campo pudo desarrollarse mas intensivamente, principalmente gracias al trabajo desarrollado por el grupo de investigación de Carl-Gustav Rosby que logró un pronóstico de 6 horas operativo. Desde aquí en adelante, el avance exponencial de la computación y la sofisticación de las ecuaciones que modelan la atmósfera han permitido tener pronósticos cada día mas precisos y para ventanas de tiempo cada vez mayores.

Si bien, las ecuaciones que permiten modelar la circulación planetaria de la atmósfera se conocen desde hace décadas, nuestra vida como seres humanos (o por lo menos la mayoría de nosotros) y la vida en general, se confina a una pequeña parte de esta. A esta

parte se le denomina capa límite, y es aquella zona que está influenciada directamente por las condiciones del suelo y que en promedio tiene una altura de 1[km]. Los fenómenos que afectan a la capa límite, como por ejemplo la turbulencia originada por los obstáculos, la transferencia de calor a la superficie terrestre o el intercambio de humedad con la vegetación, son características únicas de esta pequeña parte de la atmósfera. Por lo tanto la precisión que se tiene para estimar el comportamiento global del viento no es directamente útil para estimar el viento dentro de la capa límite, que es donde, como especie, estamos interesados.

Entonces, frente a esta latente necesidad de conocer el comportamiento del viento dentro de la capa límite para terreno complejo y aprovechando los avances en capacidad computacional que existen actualmente, es que se plantea el uso de simulaciones multiescala que permitan resolver desde las escalas planetarias hasta las escalas mas pequeñas relevantes para el caso de estudio y así obtener pronósticos fiables para zonas muy localizadas. Estos resultados no solamente serán útiles en términos de generación por energía eólica, si no que también sientan las bases de una manera vanguardista para predecir dispersión de contaminantes, zonas de recirculación, evolución de incendios, entre otros.

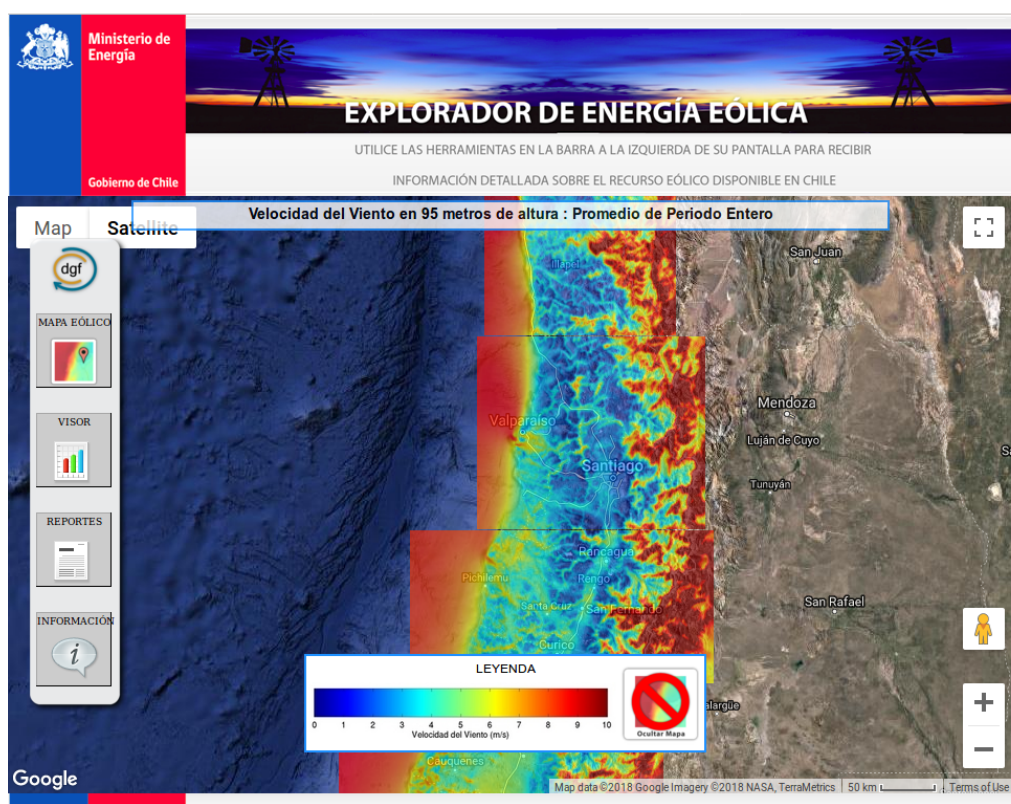


Figura 1.1: Interfaz online del explorador eólico de la Universidad de Chile.

Aterrizando el tema a una escala mas local, Chile cada año está inaugurando nuevos parques eólicos debido al buen factor de planta que posee en ciertas zonas del país (según estudios del Ministerio de Energía en el 2014). Hasta la fecha ya se han instalado mas de 600 turbinas eólicas y la tendencia es a que este número siga aumentando. De la mano de la instalación de nuevas plantas, está la simulación numérica realizada para tener una estimación de la cantidad de energía que se puede llegar a generar. En el 2010, la Universidad de Chile entregó a la comunidad la herramienta online llamada Explorador Eólico, en esta se muestra el potencial que tiene gran parte de Chile el cual fue simulado a través del software libre WRF. Algunos resultados de esta herramienta se pueden ver en la Figura 1.1.

Si bien esta herramienta ha entregado a Chile información certera y que antes no existía, las simulaciones realizadas para el Explorador Eólico contemplaban mallas numéricas con una resolución horizontal máxima de 1 [km], resolución que no es suficiente para resolver el comportamiento turbulento de microescala, ni para captar efectivamente las variaciones orográficas. El comportamiento del viento a lo largo de una superficie de 1 [km²] puede cambiar mucho, en especial si existe terreno complejo, y por lo tanto la ubicación o no de una turbina eólica requiere un análisis mas detallado del dominio.

El objetivo es entonces buscar una buena aproximación para el campo de viento en la capa límite en terrenos complejos y a alta resolución, a modo de tener un insumo mas realista para efectuar la toma de decisiones en situaciones en donde el viento sea una variable crítica.

Debido a que en la capa límite es donde predominan los fenómenos de mezcla y turbulencia, es acá en donde los modelos presentan la mayoría de sus problemas y desviaciones, y de hecho, el buen comportamiento del un modelo va a depender en gran manera de la habilidad del modelador para ajustar ciertos parámetros arbitrarios del código. Como la filosofía de este trabajo es utilizar la información de la manera menos manipulada posible y evitar el ajuste de parámetros, es que se va a buscar la manera de corregir los resultados numéricos a través de un proceso de asimilación de datos.

La asimilación de datos es el proceso matemático mediante el cual se combina información de observaciones y de simulación numérica para obtener el mejor estimador del estado real de la atmósfera en un instante dado. Este proceso se utiliza cotidianamente en modelos globales o sinópticos para entregar la información sobre el clima que se ve día a día en los noticieros.

Para los modelos meteorológicos operativos, el realizar asimilación de datos en la microescala no presenta beneficios, debido a que generalmente la resolución de estos

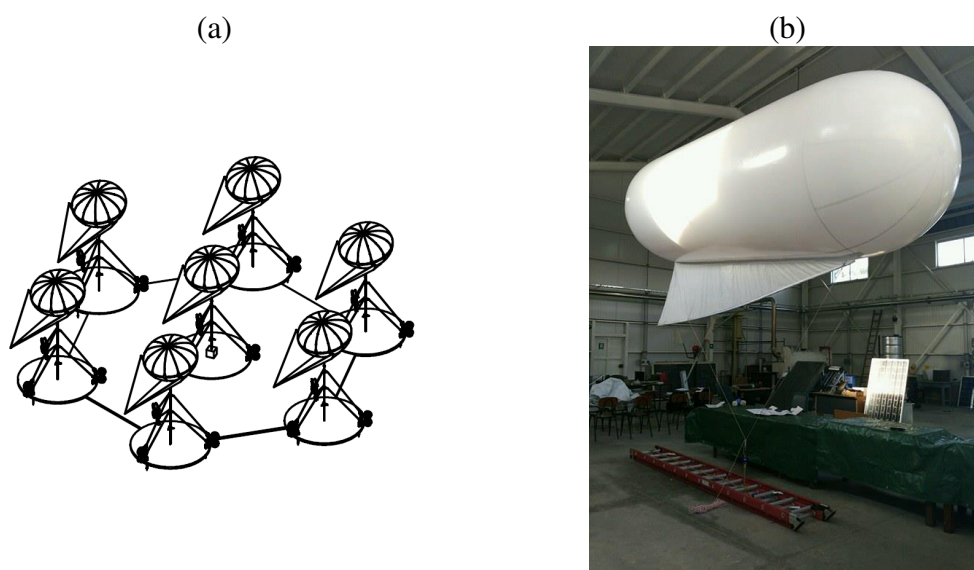


Figura 1.2: Detalle del proyecto FONDEF ID16I10105. (a) Célula del sistema experimental de medición. (b) Prototipo en el laboratorio.

modelos es gruesa en las cercanías de la superficie (la capa límite está pobremente resuelta), lo que se traduce en que la combinación entre observaciones superficiales y resultados numéricos no es fiable.

Sin embargo, y considerando esto como motivación para esta investigación, si se trabaja a resoluciones lo suficientemente altas como para tener información confiable en las cercanías de la superficie, si es posible realizar asimilación de datos en la microescala y por lo tanto mejorar los pronósticos del viento en esta.

El trabajo realizado en esta tesis se enmarca dentro del proyecto FONDEF ID16I10105: “Red multisensorial distribuida para la evaluación del recurso eólico con sondas aerotransportadas y georeferenciadas” cuyo objetivo práctico es diseñar un sistema de monitoreo en terreno para el viento a través de globos situados de forma estratégica en un terreno complejo. En las Figuras 1.2 y 1.3 se pueden apreciar algunos detalles técnicos del trabajo que hasta el día de hoy se está realizando por parte del laboratorio de energías renovables de la universidad. Las simulaciones numéricas, las cuales son el núcleo de esta tesis, tienen cabida dentro de este proyecto en la parte donde es necesario predecir a corto plazo y en una zona muy localizada, el comportamiento futuro del viento en función de los valores medidos por las sondas (asimilación de datos).

El objetivo final de esta investigación será lograr un sistema robusto que obtenga una buena aproximación del campo de viento futuro en función de datos medidos que se estarán obteniendo en tiempo real, mediante simulaciones numéricas multiescala que se harán, para este caso, con el software WRF. La filosofía de simulación, será realizarlas

de la manera menos manipulada posible, utilizando bases de datos públicas y evitando la asignación arbitraria de parámetros. La sumatoria de esto tiene como resultado un acercamiento mucho mas vanguardista, y poco investigado, a la predicción eólica en terreno real a alta resolución.

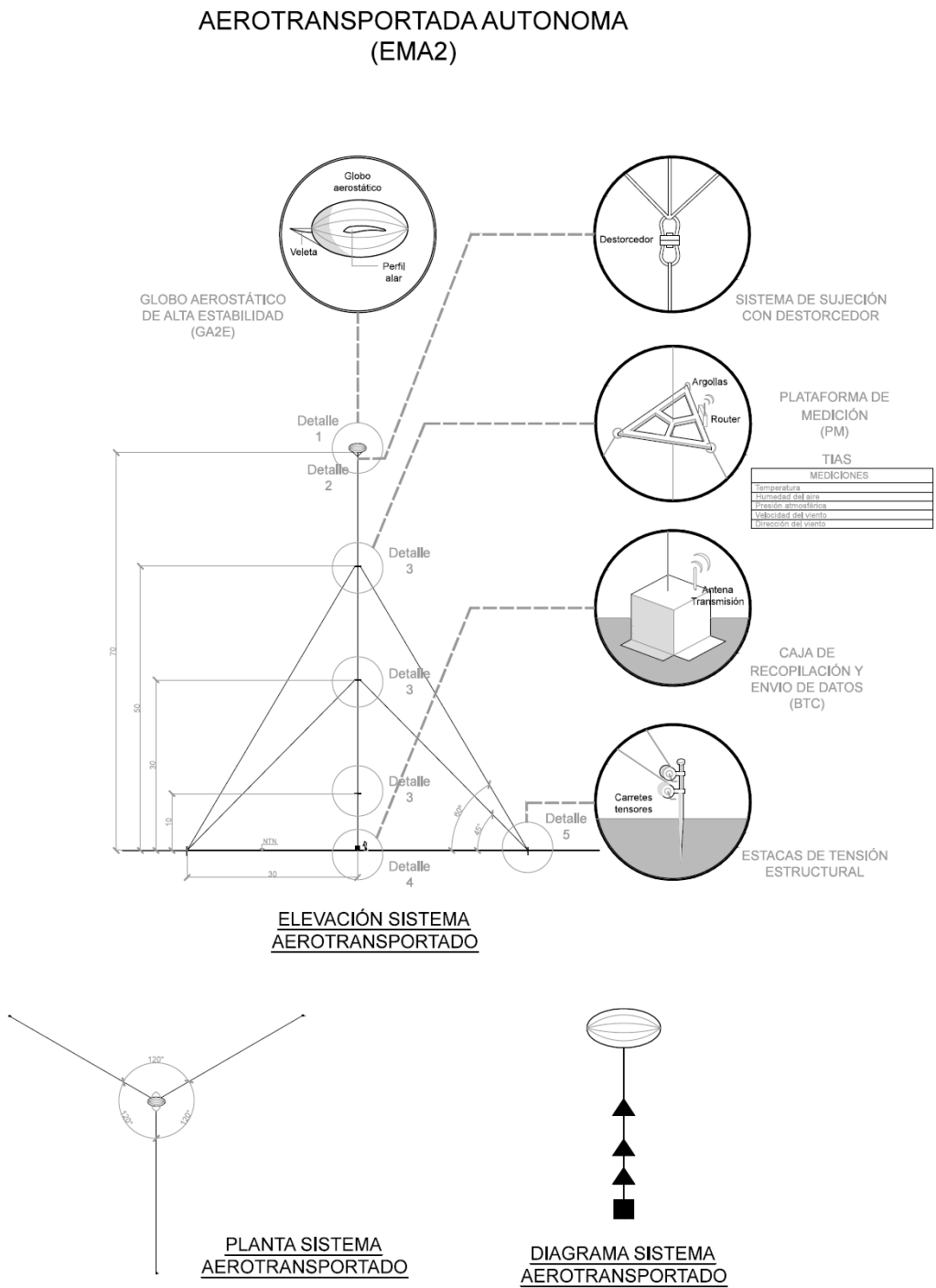


Figura 1.3: Esquema de la sonda FONDEF ID16I10105.

Finalmente, a través de esta tesis se espera una descripción acabada de los fenómenos y problemáticas que abarca la tarea descrita anteriormente, además de un resumen de la bibliografía necesaria para que cualquier persona que quiera involucrarse en el campo de la simulación atmosférica pueda hacerlo de una manera sencilla.

La estructura de la tesis es la siguiente, en el capítulo 2 se explican los últimos avances, problemáticas y consensos en torno a la simulación atmosférica multiescala y asimilación de datos. El capítulo 3 sienta las bases matemáticas, físicas y numéricas que enmarcan toda la investigación. En el capítulo 4 se detallan las particularidades del código WRF, que es el programa que se utilizó para realizar las simulaciones y el proceso de asimilación de datos. El capítulo 5 muestra la metodología de trabajo para poder obtener los resultados esperados, detallando la configuración con la que se llevaron a cabo los experimentos numéricos en WRF y la manera con la que se valida el modelo propuesto. En el capítulo 6 se exponen los resultados obtenidos. Finalmente en el capítulo 7 están las conclusiones de la investigación y los aspectos que quedan abiertos a la mejora.

Capítulo 2

Caracterización de la Tesis

2.1. Hipótesis

entregar un caso de benchmark, decir esto en la intro como motivación

Mejorar la precisión de los pronósticos actuales para el viento a través de simulaciones atmosféricas de alta resolución en terreno complejo y la incorporación de un esquema de asimilación de datos que vaya alimentando datos al sistema en tiempo real.

2.2. Objetivos

2.2.1. Objetivos Principales

- Desarrollar un sistema de predicción de viento en terreno complejo de alta resolución en base al código WRF que proponga una mejora comparativa con respecto a los modelos existentes a través del uso de la asimilación de datos en la capa límite atmosférica.

2.2.2. Objetivos Secundarios

- Acoplar dominios de microescala y mesoescala en las simulaciones numéricas mediante una clausura de turbulencia a través del modelo LES.
- Estudiar el uso e incorporación de bases de datos de alta resolución para orografía y tipo de uso de suelo en el modelo WRF
- Estudiar fenómenos específicos de la capa límite planetaria por la interacción del viento en terreno complejo.

- Desarrollar y optimizar códigos relacionados con simulación atmosférica multiescala y asimilación de datos.
- Verificar y validar resultados obtenidos con aquellos presentes en el estado del arte y campañas de medición en terrenos reales.
- Hacer uso operativo del sistema incorporándolo a un sistema de medición remoto por redes multisensoriales de sondas distribuidas.
- Entregar a la comunidad una herramienta fiel, libre y gratuita para el diagnóstico de la atmósfera en su interacción con el terreno complejo.

Capítulo 3

Estado del Arte

Tomando en consideración lo amplio, en el sentido de las disciplinas a abarcar, de este trabajo de tesis, el resumen del estado del arte para este se llevará a cabo en cuatro secciones distintas.

Primero se expondrá la problemática que nace debido a la turbulencia en las simulaciones multiescala. Luego se revisará la historia y la creciente utilización de la técnica de Simulación de Grandes Vórtices (de aquí en adelante *Large Eddy Simulations* o LES) en la solución numérica de los modelos meteorológicos. Tercero, se verán las complicaciones y los desafíos que conlleva el realizar simulaciones de alta resolución en terreno complejo y los consensos internacionales tomados al respecto. Finalmente se mostrará el estado actual de la utilización de los métodos de asimilación de datos para el uso operacional en el contexto de las simulaciones atmosféricas.

3.1. Simulación Multiescala y Zona Gris

Como ya se justificó en la introducción, la predicción atmosférica en zonas localizadas, en especial en aquellas con terreno irregular, es un tema de especial relevancia en las áreas del cambio climático, la contaminación ambiental y la industria energética. Actualmente las simulaciones climáticas regionales se realizan con una resolución de malla del orden de los kilómetros. Esto es, evidentemente, insuficiente para poder representar fehacientemente una topografía compleja, como puede ser la Cordillera de Los Andes, y por lo tanto, insuficiente también para resolver los fenómenos meteorológicos asociados a esta.

Una manera de solucionar esto puede ser el uso de un escalamiento estadístico para llevar las soluciones a una malla mas fina, sin embargo, este acercamiento no contempla

espaciales y se representan correctamente sus fenómenos asociados.

Nos referimos, por otra parte, a escalamiento dinámico, cuando se resuelven escalas mas pequeñas usando como base una escala mas grande, la cual es usada como condición inicial y de contorno en un subdominio de un dominio general. De esta forma es posible tener resultados numéricos para la microescala partiendo desde una escala, por ejemplo, global.

En el contexto del trabajo a realizar, las escalas temporales pertenecientes a las simulaciones serán del orden de los días, por lo tanto, los fenómenos que se engloban dentro de estas son una combinación entre fenómenos de microescala, mesoescala y escala sinóptica. El buen comportamiento del resultado de una simulación estará directamente relacionado con lo bien representado que estén cada uno de estos fenómenos dentro del modelo.

De manera general, el escalamiento dinámico funciona bien y solo incorpora al modelo un error de interpolación debido al traspaso de una malla mas gruesa a otra mas fina. Sin embargo, la presencia de la turbulencia a lo largo de todo el espectro de escalas complica el escalamiento desde la mesoescala hasta la microescala.

Para entender la complejidad asociada a la presencia de la turbulencia debido al escalamiento dinámico, hay que entender primero la manera en la que actúan las distintas fuerzas que controlan el movimiento atmosférico. Si se considera, por ejemplo, la fuerza de Coriolis que es el motor principal de los ciclones y anticiclones en los hemisferios, esta fuerza es relevante en escalas sinópticas y globales y si se quisiera resolver ecuaciones a un nivel de mesoescala, podrían ser válidamente despreciadas. Por otra parte, si se considera ahora, la disipación viscosa generada por el roce entre los distintos elementos diferenciales de aire, esta podría ser válidamente despreciada también en todas las escalas debido a que la viscosidad del aire es muy baja, sin embargo si se desea analizar la parte viscosa de la capa límite atmosférica, este término es fundamental y no podría despreciarse¹.

Se concluye entonces que las distintas fuerzas que aparecen en las ecuaciones tienen un cierto rango de escalas propias donde contribuyen fuertemente al movimiento atmosférico.

La turbulencia sin embargo², no funciona de la misma forma. Los vórtices de distintos

¹Un análisis mas detallado de las distintas fuerzas existentes dentro de las ecuaciones que modelan el comportamiento atmosférico y su correspondiente análisis en órdenes de magnitud se dará en el próximo capítulo.

²Probablemente le haga ruido al lector el hecho que hasta ahora no se ha presentado una definición formal de la turbulencia. Como esta requiere una descripción matemática extensa se prefirió dejarla para el próximo capítulo.

tamaños que habitan en la atmósfera son igualmente importantes en términos de órdenes de magnitud para las ecuaciones que se resuelven.

Cuando se modelan las grandes escalas (sinóptica, mesoescala), generalmente la resolución de malla horizontal es demasiado grande como para captar los vórtices y por lo tanto en efecto de estos en las ecuaciones queda filtrado numéricamente. Operacionalmente, esta operación de filtrado se revierte con la utilización de un esquema adecuado para parametrizar la turbulencia. En los modelos meteorológicos actuales este efecto generalmente queda confinado en la llamada *parametrización de capa límite*, ya que el principal rol que cumple la turbulencia en estas escalas es la de transmitir la información que se genera a nivel de superficie terrestre a la atmósfera libre.

Cuando se modelan las pequeñas escalas, idealmente la resolución de malla horizontal va a bastar para captar de manera adecuada cierto espectro de los vórtices generados por el efecto de la turbulencia y por lo tanto se puede omitir la parametrización de capa límite. Es importante notar que si bien ahora se resuelven los vórtices grandes que provocan la mezcla dentro de la capa límite, otra parte de los vórtices sigue sin ser resuelta y por lo tanto se deberá utilizar otro modelo turbulento para modelarla. Esta modelación será la encargada de representar la cascada de energía y la disipación de energía turbulenta.

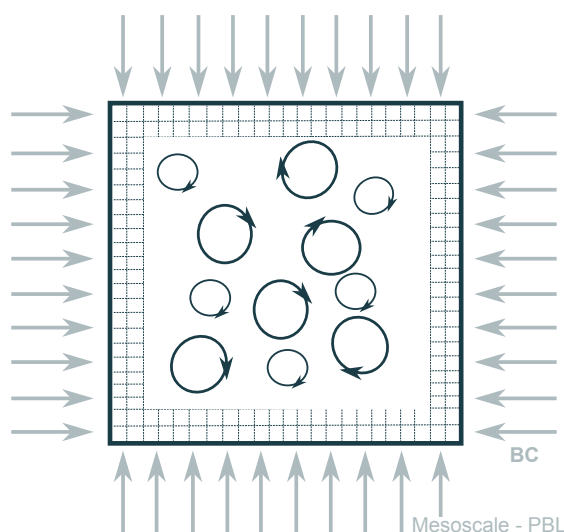


Figura 3.2: Idealización de los distintos tamaños de vórtices dentro de un dominio en la zona gris de la turbulencia. Los vórtices mas grandes pueden ser resueltos por la malla, mientras que los más pequeños son filtrados numéricamente y por lo tanto deben ser parametrizados para que su efecto se considere en las ecuaciones de movimiento.

Reflexionando un poco con respecto al rol que toma la turbulencia tanto en las escalas grandes como en las pequeñas, no es difícil llegar a la conclusión que a través del proceso de escalamiento dinámico se llegará eventualmente a una zona de traslape en

donde algunos de los vórtices asociados a la capa límite son indistintamente resueltos y modelados al mismo tiempo. La Figura 3.2 representa este hecho.

A esta zona de traslape se le denomina zona gris o *Terra Incognita*.

Utilizando la terminología de Wyngaard (2004), sea Δ la escala (o tamaño) del filtro espacial asociado a la solución numérica (o malla) de las ecuaciones de movimiento y l la escala característica de los vórtices en el rango inercial, el espectro de energía turbulenta $\phi(\lambda)$ se ve como se muestra en la Figura 3.3.

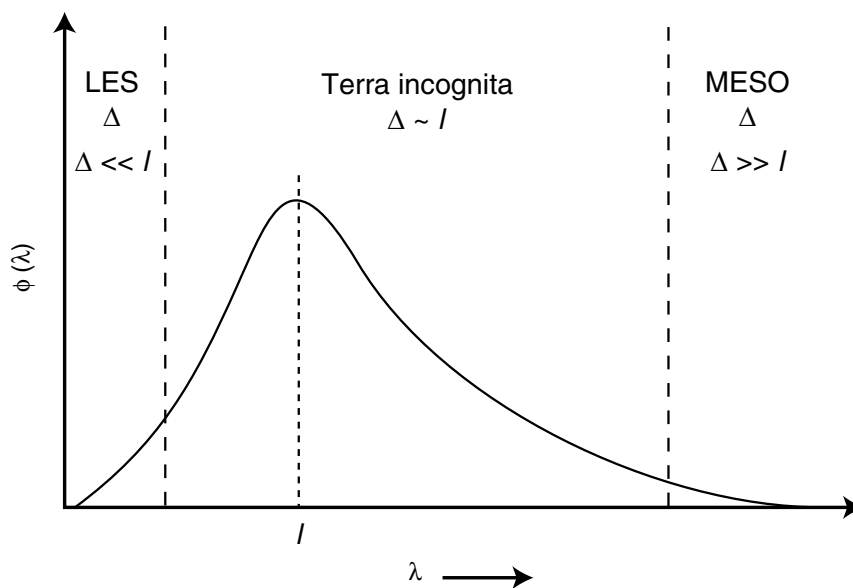


Figura 3.3: Espectro de energía turbulenta multiescala.

Para valores de $\Delta \gg l$ asociados a la mesoescala, la producción de energía turbulenta queda por debajo del filtro y por lo tanto, tiene sentido que se modele a través de un esquema de submalla. Por otro lado, para valores de $\Delta \ll l$ los vórtices que contienen la energía pueden ser completamente modelado por las ecuaciones y entonces no debe usarse un SGS (microescala).

Queda entonces el rango en donde $\Delta \sim l$. Dentro de este intervalo se desconoce cual es el comportamiento de los modelos atmosféricos ya que existe una doble representación de tanto los vórtices que se resuelven como los que se modelan.

En la práctica, el acercamiento para compensar este problema es definir los dominios de modo que se evite usar el modelo en el rango de la *Terra Incognita*.

3.2. Turbulencia Atmosférica y LES

hacer

3.3. Alta Resolución y Terreno Complejo

Como motivación, se comienza esta sección haciendo una pequeña derivación de la importancia de una correcta estimación de la velocidad del viento. Luego se expondrán los consensos tomados el año 2012 por el *HiRCoT Workshop* (High Resolution Modelling in Complex Terrain), los cuales resumen de muy buena forma las bases y desafíos actuales sobre este tema particular y que tienen especial importancia en el trabajo a desarrollar.

3.3.1. Importancia de la Estimación del Viento

Para tener un acercamiento a la importancia de la correcta estimación del viento, consideremos la energía cinética del viento. Para un área arbitraria de magnitud A en un tiempo t se tiene:

$$E = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}(AV_t\rho)V^2 = \frac{1}{2}At\rho V^3 \quad (3.3.1)$$

Donde ρ es la densidad del aire y V es la rapidez del viento. AV_t es entonces el volumen de aire pasando por el área A que se define como normal a la dirección de la velocidad del viento V . La potencia del viento (energía por unidad de tiempo) para el caso de una turbina eólica queda definida entonces como:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{1}{2}A\rho V^3 \quad (3.3.2)$$

Donde A pasa a ser ahora el área del rotor de la turbina. La potencia del viento, es entonces, proporcional al cubo de la velocidad del viento.

Se puede derivar la ecuación anterior para hallar una relación entre los errores relativos de las dos variables de interés. Derivando la ecuación anterior se obtiene:

$$dP = \frac{1}{2}A\rho \cdot d(V^3) = \frac{3}{2}A\rho V^2 dV \quad (3.3.3)$$

Y dividiendo ahora por la potencia eólica:

$$\frac{dP}{P} = 3 \frac{dV}{V} \quad (3.3.4)$$

Lo que significa que un error relativo (o porcentual) en una estimación de la velocidad del viento, conlleva a un error el triple mas grande para la potencia que se podría generar.

Anteriormente ya se había hablado de la relación que existe entre la complejidad del terreno y la velocidad del viento. Los fenómenos asociados a la orografía y las no linealidades provocan que la predicción del viento en estas zonas sea especialmente difícil.

Como consecuencia, es de especial interés analizar las problemáticas que induce el terreno complejo y definir las maneras de como abordarlas.

3.3.2. Problemáticas de la Simulación de Alta Resolución

El año 2012 se llevo a cabo en Viena, el primer *HiRCoT Workshop*, instancia que reunió a académicos y personas de la industria a debatir activamente sobre las problemáticas y avances existentes con respecto a la modelación atmosférica a alta resolución.

El concepto de alta resolución, se debe entender en el sentido de una resolución que está por sobre aquella definida por los desarrolladores para utilizar los modelos. A priori se podría decir que un modelo atmosférico con una resolución de malla menor a 1 [km] entra en esta categoría.

Dentro de los objetivos específicos definidos en este workshop se incluyen: la identificación de problemas asociados a la simulación numérica en terreno complejo y el mapeo de las posibilidades de como manejar estos, por lo tanto las conclusiones emanadas de ese taller sirven como buenos cimientos para este trabajo de tesis.

A continuación se presenta un resumen de los cuatro aspectos estudiados en el workshop y que se deben tener en consideración a la hora de realizar una simulación atmosférica a alta resolución y para la lectura de esta tesis.

Aspecto 1: Problemas Computacionales

Tomando en consideración que existen casos demostrados en donde la alta resolución es una necesidad para simular realísticamente fenómenos meteorológicos asociados a las escalas sinópticas y mesoescala, queda claro que, para desarrollar simulaciones a alta resolución en terreno complejo, se debe asumir un cierto compromiso computacional. El workshop identifica 2 temas principales: los relacionados a los tiempos de simulación y aquellos relacionados al rendimiento I/O del código.

Con respecto al tiempo de simulación, se abordó el tema de como impacta en este el hecho de llevar una simulación con resolución de 9 [km] a 1 [km]. Si se mantienen

los límites de los dominios numéricos constantes, el aumento en la resolución de la malla traerá consigo un aumento de la cantidad de puntos necesarios para simular. Por otro lado, este refinamiento también exigirá un paso de tiempo menor para evitar la violación de la condición CFL. En el mejor de los casos entonces, pasar de una resolución de 9 [km] a 1 [km] en la cual la primera se demore, por ejemplo, 1 hora, implicará que la simulación a alta resolución se va a demorar aproximadamente 1 mes. Actualmente no existen maneras de reducir este aumento considerable en los tiempos de cálculo y por lo tanto pasa mas a ser un limitante en el diseño experimental. Pequeñas mejoras se pueden obtener si se adopta el uso de un paso de tiempo adaptativo, pero esto puede crear incongruencias en los tiempos de obtención de resultados del modelo, en especial para la aplicación de asimilación de datos. La paralelización de procesos también puede ayudar bastante, sin embargo para el análisis de este caso, ambas simulaciones estuvieron masivamente paralelizadas.

Con respecto al rendimiento en I/O, y que tiene especial relación con lo descrito en el párrafo anterior, el aumento en la cantidad de puntos de malla, y la disminución en el paso de tiempo, significa un aumento considerable en término de memoria para cada uno de los procesos con los que se ejecuta el código. En la arquitectura del WRF (y en la mayoría de los modelos atmosféricos) el cálculo se paraleliza en tantos procesos como procesadores se disponga utilizando un paradigma de maestro/esclavo en donde un único proceso maestro es el encargado de ejecutar las funciones de entrada/salida del modelo. A grandes rasgos el aumento de los puntos de malla no afecta tanto a los procesos que son esclavos, pero el proceso maestro si sufre de un cuello de botella al ser el encargado de leer y ubicar todas las variables globales a cada proceso. Como ejemplo académico, consideremos un dominio de 448 millones de puntos ($4000 \times 4000 \times 28$) en un servidor con 75 nodos de 4 núcleos cada uno. En este ejemplo cada proceso usará un total de 1.9GBytes, sin embargo el proceso maestro requerirá un extra de 1.8GBytes para las funciones de I/O, pudiendo ser un potencial punto de falla. En la actualidad se estan desarrollando nuevos formatos y paradigmas para facilitar la paralelización de este tipo de tareas, sin embargo una implementación de estos no se ve en el corto plazo.

Aspecto 2: Problemas Numéricos

Corresponden a las problemáticas asociadas a la discretización por la implementación de los esquemas numéricos para resolver las ecuaciones que rigen el comportamiento atmosférico. Se identificaron 5 grandes grupos:

- Precisión

- Estabilidad
- Difusión (explícita e implícita)
- Coordenadas
- Necesidad de Benchmark

El éxito de una simulación a alta resolución dependerá fuertemente del conocimiento de los aspectos técnicos relacionados a uso de los esquemas numéricos en el modelo a usar. Como base, la gran mayoría de los modelos atmosféricos utiliza un esquema de diferencias finitas y la integración temporal se hace de manera explícita. Esta selección en el modo de integrar numéricamente limita en gran medida la estabilidad del esquema ya que no se debe violar la condición CFL. La implementación de un esquema implícito permite ganar estabilidad, en el sentido de la condición CFL, sin embargo las numéricas se complejizan y la resolución implica ahora solucionar una ecuación elíptica la cual es difícil de paralelizar en super computadores.

La presencia de terreno complejo por otra parte, incentiva la aparición de ruido numérico debido al desarrollo de perturbaciones de alta frecuencia las cuales desafían la precisión del esquema de advección, los gradientes de presión y la consistencia de los términos métricos. Para evitar esto se suele suavizar el terreno, aunque para el caso de una simulación a alta resolución esto no es deseable ya que se pierde una parte sustancial de la fineza del terreno, que es lo que se quería ganar en primer lugar.

Precisión Se entiende como precisión, el orden con el cual se reducen los errores de truncación debido a un refinamiento temporal o espacial. Mejores esquemas numéricos implican una mejor precisión, sin embargo son mas costosos computacionalmente. Para simulaciones a alta resolución en terreno complejo, los datos utilizados para inicializar el modelo ya vienen con una resolución propia de los instrumentos de medición usados. Estos datos pueden ensuciar la precisión formal que tenga un cierto esquema numérico debido a que los errores inducidos por los datos predominaran por sobre aquellos del modelo. De ahí que para este tipo de simulaciones, la utilización de esquemas de alto orden no se presenta como un beneficio tan tangible.

Estabilidad cfl, damping de w que es lo mas critico para el cfl

$$\frac{c\Delta t}{\Delta x} < \beta \quad (3.3.5)$$

$$\frac{M\Delta t}{\Delta x^2} < \beta \quad (3.3.6)$$

Difusión problemas de la difusión artificial, puede suavizar completamente una simulación a alta resolución. En este caso se debe calcular la difusión horizontal en la coordenada real

Coordenadas aaa

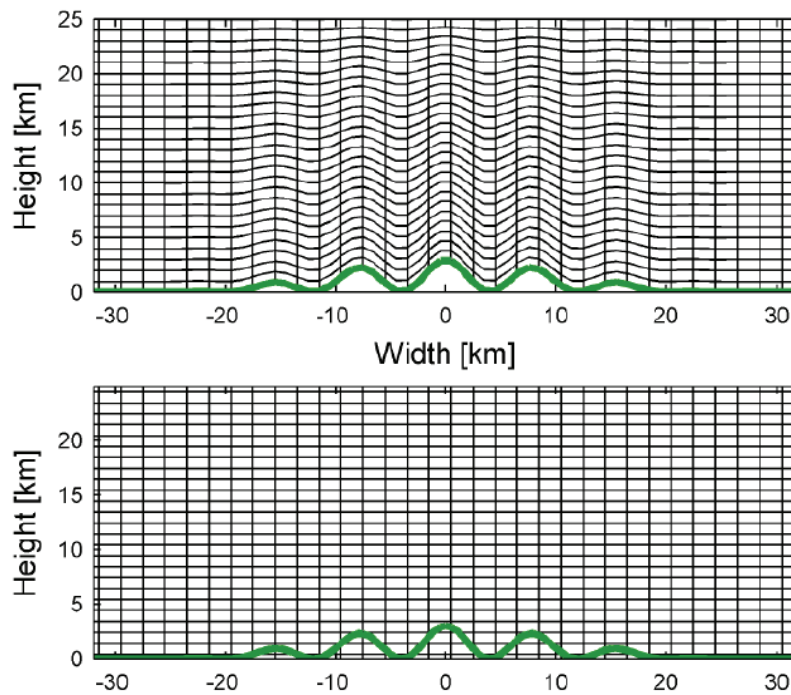


Figura 3.4: Comparación entre las coordenadas usuales sigma (arriba) y el método de frontera inmersa (abajo).

Benchmarking

Aspecto 3: Parametrizaciones de Capa Límite

Aspecto 4: Inicialización y Datos de Entrada

3.4. Uso Operativo de Asimilación de Datos

Como se verá mas adelante en detalle, el proceso de asimilación de datos corresponde a buscar la mejor estimación del estado de la atmósfera a través de una combinación lineal entre un conjunto de observaciones y el resultado de un modelo. A esta estimación se le llama análisis.

Actualmente la asimilación de datos es ampliamente utilizada para corregir las desviaciones propias de las simulaciones de la dinámica atmosférica para los casos de las escalas globales y sinópticas, ya que para ese rango existen una gran cantidad de datos de acceso libre que se pueden utilizar.

Para este caso, como se busca mejorar la aproximación atmosférica de una zona a muy alta resolución, y en la capa límite, la colección de observaciones que uno pueda poseer siempre va a ser escasa y generalmente va a ser responsabilidad del equipo de modeladores implementar equipos de medición específicos para la zona. Es por esto la investigación acerca de la influencia de la asimilación de datos para estas escalas es limitada e incluso confidencial ya que su aplicación está relacionada con las empresas militares.

Capítulo 4

Marco Teórico

Las bases de esta investigación se encuentran distribuidas en las áreas de la mecánica de fluidos, meteorología, computación científica y matemáticas. En este capítulo se presenta el conjunto de conocimientos mínimos necesarios para comprender la manera en la que el código WRF ejecuta la integración numérica para predecir el comportamiento del viento.

En primer lugar, se introducen las ecuaciones que describen el comportamiento de un fluido a modo de ganar cierta intuición sobre los términos existentes en cada ecuación. Luego se describen aspectos relevantes de estas ecuaciones aplicadas a la atmósfera, para finalmente escribir las ecuaciones primitivas. Seguido se presentan los temas de turbulencia, teoría de la capa límite, los fundamentos matemáticos del LES, generalidades sobre los métodos numéricos aplicados a las ecuaciones y finalmente el proceso de asimilación de datos.

A lo largo de esta sección, y por simplicidad, se aplicará la notación indicial cada vez que exista un índice repetido en un término, es decir:

$$\sum_{i=1}^3 x_i y_i = x_i y_i \quad (4.0.1)$$

De la misma manera, se utiliza la siguiente notación para las derivadas:

$$\partial_x \phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (4.0.2)$$

Utilizando estas dos notaciones, notar que es posible por ejemplo, escribir el operador divergencia como:

$$\nabla \cdot \vec{u} = \partial_i u_i \quad (4.0.3)$$

4.1. Leyes Fundamentales de un Fluido

Sea un medio fluido cualquiera de densidad ρ y campo de velocidad u_i . Se define la derivada material como el cambio total de una variable en un elemento diferencial fluido a lo largo de su trayectoria.

$$d_t a = \partial_t a + u_i \partial_i a \quad (4.1.1)$$

La definición de esta derivada permite unificar los enfoques lagrangianos y eulerianos de las leyes de conservación.

4.1.1. Conservación de la Masa

La conservación de la masa queda descrita en el sentido euleriano de la forma:

$$\partial_t \rho + \partial_i (\rho u_i) = 0 \quad (4.1.2)$$

donde el primer término corresponde a la acumulación de masa dentro de un elemento diferencial de fluido, y el segundo, a los flujos de masa por las fronteras.

Cuando las fluctuaciones en la densidad no son elevadas, i.e. no violan la condición de incompresibilidad para el número de Mach $M < 0,3$, el término de acumulación es de un orden inferior al término asociado a los flujos y por lo tanto puede despreciarse.

La conservación de masa en su forma incompresible se escribe entonces como:

$$\partial_i u_i = 0 \quad (4.1.3)$$

Implicando que el volumen de un elemento diferencial de fluido se mantiene constante en toda su trayectoria material.

4.1.2. Conservación de la Cantidad de Movimiento

La forma general de la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento lineal es de la forma:

$$\rho d_t u_i = \rho (\partial_t u_i + u_j \partial_j u_i) = \rho g_i + \partial_j \sigma_{ij} \quad (4.1.4)$$

El lado izquierdo de la ecuación 4.1.4 representa la derivada material de la cantidad de movimiento y por lo tanto su transformación. En el lado derecho están las fuerzas de cuerpo ρg_i (asociadas a las aceleraciones de gravedad, Coriolis o campos electromagnéticos), y los esfuerzos asociados a las fuerzas de superficie $\partial_j \sigma_{ij}$.

Esta ecuación es válida para cualquier medio continuo siempre y cuando existan maneras de determinar el tensor de esfuerzos σ_{ij} .

En específico para un fluido, las fuerzas de superficie vendrán dadas unicamente por la acción de la presión y de la viscosidad de la forma:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij} \quad (4.1.5)$$

La conservación de momentum para un fluido queda entonces:

$$\rho(\partial_t u_i + u_j \partial_j u_i) = \rho g_i - \partial_i p + \partial_j \tau_{ij} \quad (4.1.6)$$

En el caso de un fluido compresible, isotrópico, newtoniano y de viscosidad constante, el tensor de esfuerzos viscosos se define a través de su ecuación constitutiva:

$$\tau_{ij} = 2\mu S_{ij} - \frac{2}{3}\mu S_{kk}\delta_{ij} \quad (4.1.7)$$

Donde μ es la viscosidad dinámica y S_{ij} es el tensor tasa de deformación.

$$S_{ij} = \frac{1}{2}(\partial_j u_i + \partial_i u_j) \quad (4.1.8)$$

Nuevamente, cuando las variaciones de densidad son despreciables ($M < 0,3$) la traza del tensor S_{ij} vale cero. Entonces, la conservación de cantidad de movimiento puede expresarse de la siguiente forma:

$$\rho(\partial_t u_i + u_j \partial_j u_i) = \rho g_i - \partial_i p + \mu \partial_{jj} u_i \quad (4.1.9)$$

La ecuación 4.1.9 corresponde a la conocida ecuación de Navier-Stokes.

Para un fluido ideal, es decir $\mu = 0$ se obtiene la ecuación de Euler, que es de la forma:

$$\rho(\partial_t u_i + u_j \partial_j u_i) = \rho g_i - \partial_i p \quad (4.1.10)$$

4.1.3. Conservación de la Energía

En primer lugar, se extrae una ecuación para la energía cinética haciendo una contracción simple de la ecuación 4.1.6 con u_i .

$$\rho \left[\partial_t \left(\frac{u_i u_i}{2} \right) + u_j \partial_j \left(\frac{u_i u_i}{2} \right) \right] = \rho u_i g_i + u_i \partial_j \sigma_{ij} \quad (4.1.11)$$

Se define la energía cinética K como:

$$K = \frac{1}{2} u_i u_i \quad (4.1.12)$$

A través de la regla de la cadena podemos expresar la ecuación 4.1.11 como:

$$\rho d_t K = \rho (\partial_t K + u_j \partial_j K) = \rho u_i g_i + \partial_j (u_i \sigma_{ij}) - \sigma_{ij} \partial_j u_i \quad (4.1.13)$$

Notar que ahora el segundo término del lado derecho representa el trabajo realizado por las fuerzas de superficie. El primer término corresponde al trabajo realizado por las fuerzas de cuerpo. Reemplazando con la ecuación constitutiva se obtiene:

$$\rho (\partial_t K + u_j \partial_j K) = \rho u_i g_i + \partial_j (u_i \sigma_{ij}) + p \partial_i u_i - \Phi \quad (4.1.14)$$

El tercer término representa ahora el trabajo por expansión o compresión de un elemento de fluido. Φ es la pérdida de energía cinética por disipación viscosa y es un valor siempre positivo. Se puede demostrar que se puede escribir como:

$$\Phi = \tau_{ij} S_{ij} \quad (4.1.15)$$

La ley general de la conservación de energía se deriva del teorema de transporte de Reynolds y en su forma diferencial queda expresada como:

$$\rho d_t (e + K) = u_i \rho g_i + \partial_j (u_i \sigma_{ij}) - \partial_j q_i \quad (4.1.16)$$

Acá e es energía interna y q_i es el flujo de calor. Combinando la ecuación anterior con la ecuación 4.1.14 se obtiene una ecuación de transporte para la energía interna (ecuación de calor) en su forma mas general.

$$\rho (\partial_t e + u_j \partial_j e) = -\partial_i q_i - p \partial_i u_i + \Phi \quad (4.1.17)$$

Para el caso de un gas ideal, la magnitud de Φ es despreciable con respecto al resto de los términos en la ecuación¹. Se introduce la definición de energía interna.

$$e = C_v T \quad (4.1.18)$$

¹ Si bien los órdenes de magnitud pueden ser muy distintos en las escalas grandes, en la escala molecular la importancia de Φ es indiscutida, ya que es la encargada de “agotar” la energía cinética y transformarla efectivamente en calor, permitiendo la creación de una cascada de energía a través de las escalas espaciales. Este concepto se abordará mas adelante en la tesis.

Se puede demostrar que la ecuación de energía térmica para un gas ideal queda de la forma:

$$\rho C_p d_t T = -\partial_i q_i \quad (4.1.19)$$

El flujo de calor y la temperatura están relacionados a través de la ley de Fourier.

$$q_i = -k \partial_i T \quad (4.1.20)$$

Finalmente, la ecuación de calor para un gas ideal queda de la forma:

$$d_t T = \kappa \partial_{jj} T \quad (4.1.21)$$

Notar la naturaleza difusiva de la temperatura. $\kappa = k/\rho C_p$ es la difusividad térmica.

4.1.4. Ecuación de Estado: Gas Ideal

El acoplamiento de las leyes de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía introducen como incógnitas las variables u_i , ρ , p y T , por lo tanto solo se poseen 5 ecuaciones para 6 variables.

De manera general, la manera en la que se logra la clausura del sistema es a través de la inclusión de una relación de la forma:

$$p = f(\rho, T) \quad (4.1.22)$$

A esta relación de la forma de la Ecuación 4.1.22 se le denomina ecuación de estado.

Para un gas, la clausura del sistema se lleva a cabo incorporando la ecuación de gas ideal:

$$p = \rho R T \quad (4.1.23)$$

De esta forma, el sistema de ecuaciones que generan en conjunto las ecuaciones 4.1.2, 4.1.6, 4.1.17, 4.1.22 forman un sistema cerrado para 6 incógnitas.

4.2. Dinámica Atmosférica

Tomando en consideración las ecuaciones de conservación presentadas en la sección anterior, es fácil deducir el conjunto de ecuaciones que modelan el comportamiento de la atmósfera. La derivación de estas se puede encontrar en las referencias, sin embargo

si ya se tiene un instinto físico con respecto a las fuerzas fundamentales explicadas anteriormente no debería ser sorpresiva la forma que toman estas ecuaciones.

Las diferencias entre las leyes deducidas en la sección anterior y la dinámica atmosférica son:

1. Se agregan de las aceleraciones de Coriolis y centrífugas debido al marco de referencia no inercial que presenta la rotación de la Tierra.
2. Se incorporan los efectos debido a la curvatura de la Tierra.
3. Se anexa una ecuación de conservación de masa para la humedad en el aire.

Antes de escribir las ecuaciones en su forma final es necesario definir primero algunas variables auxiliares.

4.2.1. Temperatura Potencial

Generalmente en dinámica atmosférica es conveniente escribir la ecuación de conservación de energía en función de una nueva variable para la temperatura que permite entregar mas información acerca del estado térmico del ambiente.

Se introduce entonces la temperatura potencial θ . Corresponde la temperatura de un elemento diferencial de fluido si se expande adiabáticamente hasta una presión de referencia p_s (generalmente la presión atmosférica). Este valor permanece constante para procesos secos y adiabáticos.

$$\theta = T \left(\frac{p_s}{p} \right)^{\kappa/C_p} \quad (4.2.1)$$

Esta relación es conocida como la relación de Poisson.

4.2.2. Gradiente de Temperatura

Corresponde a la variación de temperatura con respecto a la altura. Es un parámetro muy importante en meteorología ya que permite clasificar la estabilidad de la atmósfera (la cual se define mas adelante). Se puede desprender una relación entre el gradiente de temperatura y la temperatura potencial tomando el logaritmo de la ecuación 4.2.1, derivando con respecto a z y utilizando la ecuación de gas ideal. Esta relación queda como:

$$\frac{T}{\theta} \partial_z \theta = \partial_z T + \frac{g}{C_p} \quad (4.2.2)$$

Para el caso de una atmósfera en donde θ es constante con respecto a su altura (estabilidad neutra), se obtiene el valor para el gradiente adiabático:

$$-\partial_z T = \frac{g}{C_p} = \gamma_d \quad (4.2.3)$$

El valor de γ_d es de 9,8 [°C/km] y es aproximadamente constante en la parte baja de la atmósfera.

4.2.3. Condiciones de Estabilidad

Se desprende de lo anterior que si la temperatura potencial varía con respecto a la altura, existe una desviación del gradiente de temperatura con respecto a su contraparte adiabática. Se escribe esta desviación como:

$$\frac{T}{\theta} \partial_z \theta = \gamma_d - \gamma \quad (4.2.4)$$

Si $\gamma < \gamma_d$, significa que $\partial_z \theta > 0$ entonces un elemento diferencial de aire que se somete a un desplazamiento adiabático desde su posición de equilibrio va a tender a flotar hacia arriba cuando es desplazado hacia abajo y, de la misma manera, va a tender a flotar hacia abajo si es desplazado hacia arriba, de tal forma que independiente de su perturbación, este va a tender al equilibrio. Para este caso se habla de *atmósfera estable* o *establemente estratificada*.

Naturalmente, un elemento de fluido sometido a una perturbación en una atmósfera estable va a tener un movimiento oscilatorio hasta su equilibrio. A este movimiento se le denomina oscilación de flotabilidad.

Se puede hallar un valor para la frecuencia característica de estas oscilaciones si se considera la ecuación de conservación de cantidad de movimiento y una aproximación hidrostática frente a un pequeño desplazamiento δz .

La ecuación que modela la oscilación es:

$$d_z^2(\delta z) = -N^2 \delta z \quad (4.2.5)$$

Donde:

$$N^2 = g \partial_z \ln \theta \quad (4.2.6)$$

N es una medida de la estabilidad de la atmósfera.

Notar que la ecuación 4.2.5 tiene como solución general la forma $\delta z = A \exp(iNt)$, por lo tanto si $N^2 > 0$, un elemento de fluido va a oscilar torno al equilibrio con periodo

$\tau_n = 2\pi/N$. N es entonces la frecuencia de flotación o frecuencia de Brunt–Väisälä.

Para el caso donde $N = 0$, no existen fuerzas que aceleren un movimiento perturbado y un elemento de fluido estará en equilibrio neutro con un nuevo nivel. Para $N^2 < 0$ (θ disminuye con respecto a la altura), el desplazamiento incrementará exponencialmente en el tiempo.

Como resumen, se puede clasificar la estabilidad atmosférica según los siguientes criterios:

$$d_z\theta > 0 \quad ; \quad \text{Estable}$$

$$d_z\theta = 0 \quad ; \quad \text{Neutra}$$

$$d_z\theta < 0 \quad ; \quad \text{Inestable}$$

4.2.4. Ecuaciones Primitivas

Las ecuaciones en coordenadas esféricas son:

$$d_t u = \frac{uv \tan \phi}{a} - \frac{uw}{a} - \frac{1}{\rho} \partial_x p - 2\Omega(w \cos \phi - v \sin \phi) + F_{rx} \quad (4.2.7)$$

$$d_t v = -\frac{u^2 \tan \phi}{a} - \frac{uw}{a} - \frac{1}{\rho} \partial_y p - 2\Omega u \sin \phi + F_{ry} \quad (4.2.8)$$

$$d_t w = \frac{u^2 + v^2}{a} - \frac{1}{\rho} \partial_z p + 2\Omega u \cos \phi - g + F_{rz} \quad (4.2.9)$$

$$d_t T = (\gamma - \gamma_d)w + \frac{1}{C_p} d_t H \quad (4.2.10)$$

$$d_t \rho = -\rho(\partial_i u_i) \quad (4.2.11)$$

$$d_t q_v = Q_v \quad (4.2.12)$$

$$p = \rho RT \quad (4.2.13)$$

4.2.5. Análisis de Escalas

4.3. Turbulencia Hidrodinámica

4.3.1. Fundamentos

naturaleza de la turbulencia, fenomenología,

4.3.2. Cascada de Energía

hipótesis de kolmogorov, derivar ley $-5/3$, espectro de energía cinética turbulenta.

4.4. Teoría de la Capa Límite Atmosférica

Se define la capa límite atmosférica (ABL) como la parte de la troposfera que está influenciada directamente por la presencia de la superficie terrestre y responde a las fuerzas superficiales en una escala de tiempo del orden de las horas o menor.

explicar fenomenos de la abl, turbulencia, explicar transporte turbulento e introducir la descomposición de Reynolds.

$$\rho u_*^2 = |\tau_s| \quad (4.4.1)$$

monin obukhov

4.5. Large Eddy Simulation

Considerando entonces la naturaleza multiescala de la turbulencia, es natural querer resolver los campos de flujo separando las escalas de producción (relacionadas con los grandes vórtices y el ingreso de energía) de las microescalas (relacionadas a los vórtices en la escala de Kolmogorov y a la disipación de energía).

La manera de realizar esto es aplicando un filtro a las variables de modo que actúe al nivel del espectro de energía, separando las escalas grandes de las pequeñas. Se introduce entonces el operador de filtrado según Leonard(1974).

$$\overline{\phi}(x_i, t) = \int G(r_i, x_j) \phi(x_j - r_i, t) dr_i \quad (4.5.1)$$

Donde la integración se realiza en todo el dominio del flujo. Notar que el filtro corresponde a una operación de convolución en el sentido del análisis de Fourier. El kernel G del filtro satisface una condición de normalización:

$$\int G(r_j, x_i) dr_j = 1 \quad (4.5.2)$$

Se define entonces una magnitud residual basada en la operación de filtrado como:

$$\phi' = \phi - \overline{\phi} \quad (4.5.3)$$

Es decir, se depara la variable de interés en una parte filtrada y su residuo. Está descomposición es, a priori, análoga a una descomposición de Reynolds.

Se debe tener en cuenta que el filtro es en el fondo un nuevo operador matemático que cumple sus propias propiedades y que permite separar las escalas grandes de las pequeñas. Para una mejor descripción teórica de lo que implica un operador de filtrado se puede recurrir a las referencias...

falta mucho...

4.6. Análisis Numérico

hablar del CFL

4.7. Asimilación de Datos

Se busca minimizar la siguiente función de costo, que pondera los errores provenientes del modelo J_b (*background*) y de las observaciones J_o :

$$J(x) = \frac{1}{2}(x - x_b)^T B^{-1}(x - x_b) + \frac{1}{2}(Hx - y)^T R^{-1}(Hx - y) \quad (4.7.1)$$

$$J(x) = J_b + J_o \quad (4.7.2)$$

En este problema $x = x_a$ es el valor que a posteriori minimiza la función de costo y por lo tanto es lo mas cercano al verdadero estado de la atmósfera.

El operador de observación H se encarga de hacer una interpolación 3D de la malla numérica al espacio de observación. En el paquete de asimilación del WRF esto se hace en dos pasos, una interpolación vertical y otra horizontal. El funcionamiento exacto se desconoce porque las subrutinas que realizan esta operación no están comentadas, sin embargo existe una ponderación según distancias para los 4 puntos mas cercanos a la observación.

Teóricamente el problema variacional se soluciona minimizando el gradiente de la función de costo, es decir:

$$\nabla J(x) = B^{-1}(x - x_b) - H^T R^{-1}(y - Hx) = 0 \quad (4.7.3)$$

Dejando expresado el incremento como:

$$x_a - x_b = BH^T (HBH^T + R)^{-1} (y - Hx_b) \quad (4.7.4)$$

La ecuación anterior es fácil de entender si se identifican las matrices HBH^T que es la proyección del error del background en el espacio de observación y BH^T que es la proyección del error del background en espacio de background-observación.

En WRF, para hallar x_a se consideran los siguientes cambios de variables que disminuyen el costo computacional:

$$y'_o = y_o - H(x_b) \quad (4.7.5)$$

$$x' = Uv = x - x_b \quad (4.7.6)$$

Donde U se calcula convenientemente para que:

$$UU^T \approx B \quad (4.7.7)$$

v es llamada la variable de control.

Notar que y'_o es el vector de innovación, i.e. la desviación entre la observación y el background. x' es el incremento de análisis.

Entonces podemos escribir el problema variacional como:

$$J(v) = \frac{1}{2}v^T v + \frac{1}{2}(y'_o - \bar{H}Uv)^T R^{-1} (y'_o - \bar{H}Uv) \quad (4.7.8)$$

Donde \bar{H} es el operador de observación linealizado.

En la práctica U es una aplicación recursiva de varios filtros que permiten que el proceso de asimilación sea menos costoso y que la variable de control cumpla con los balances atmosféricos.

La Ecuación 4.7.8 es la que se minimiza dentro del programa siguiendo el algoritmo de minimización Quasi-Newtoniano.

Capítulo 5

Weather Research and Forecast (WRF)

5.1. Aspectos Generales

El modelo ARW-WRF (Advanced Research WRF) es un modelo atmosférico (es decir, simula el comportamiento de la atmósfera) no hidrostático que resuelve el sistema de ecuaciones para flujo compresible en su forma conservativa y utilizando una coordenada vertical de masa (o de presión hidrostática). Su coordenada vertical está definida como:

$$\eta = \frac{p_{dh} - p_{dht}}{\mu_d} \quad (5.1.1)$$

Donde p_{dh} corresponde a la componente hidrostática de la presión del aire seco, y:

$$\mu_d = p_{dhs} - p_{dht} \quad (5.1.2)$$

es la masa de aire seco para una columna. En estas ecuaciones los subíndices t y s corresponden a los límites superior (top) e inferior (surface) del dominio.

Las variables principales que resuelve el modelo son las velocidades covariantes (u, v, w), masa de aire seco, el geopotencial, temperatura potencial (θ) y energía cinética turbulenta (TKE) de submalla (SGS). La ecuación de momentum, temperatura potencial, SGS TKE y otros escalares relevantes tienen una forma acoplada con la masa de aire seco, de la forma:

$$\partial_t(\mu_d \theta) + \partial_x(\mu_d u \theta) + \partial_y(\mu_d v \theta) + \partial_\eta(\mu_d \omega \theta) = F \quad (5.1.3)$$

Donde F es la suma de la mezcla turbulenta junto con otras fuerzas y

$$\omega = d_t \eta \quad (5.1.4)$$

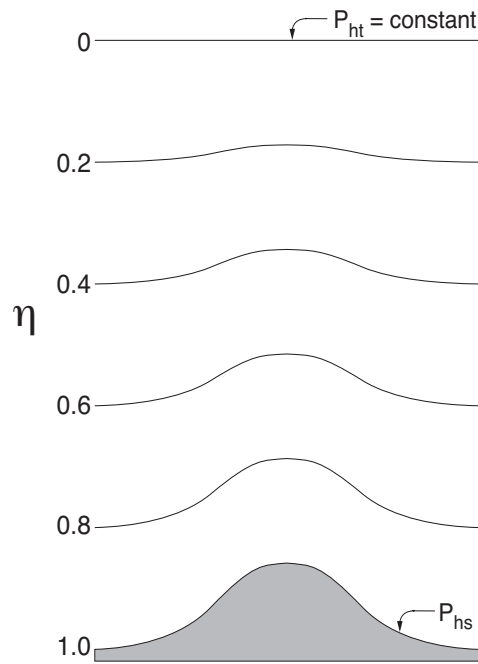


Figura 5.1: Estructura de la coordenada vertical.

es la velocidad en la coordenada vertical. Notar que la ecuación 5.1.3 corresponde a una ecuación de conservación de un escalar pasivo. θ es la temperatura potencial.

La discretización en el tiempo se realiza a través de un esquema de integración temporal múltiple. Este esquema separa los modos de alta frecuencia (i.e. ondas acústicas y de gravedad) de los modos de baja frecuencia (modo físico). ARW utiliza un esquema RK3 y durante cada paso en el RK, el modo de alta frecuencia que se propaga horizontalmente es integrado a través de un esquema *forward-backward* utilizando un paso de tiempo acústico, que es típicamente un orden de magnitud mas pequeño que el paso físico, mientras que un esquema implícito es utilizado para el modo de alta frecuencia que se propaga de manera vertical.

5.1.1. Ecuaciones Resueltas

ecuaciones de euler, derivacion de las ecuaciones completas, etc.

5.1.2. Discretización Espacial

mallla vertical, mallla horizontal, arakawa c-grid, metodos anidados

5.1.3. Discretización Temporal

pasos de tiempo físico y acústico, pasos del rk3

5.1.4. Aspectos Numéricos

Filtros

filtro acústico, filtro polar, otros filtros

Advección

discretización numérica de la advección, limitadores, etc.

Difusión

La difusión y los flujos turbulentos calculados según el espacio físico (x, y, z) se calculan haciendo uso de la métrica del espacio:

$$z_x = g^{-1} \delta_x \phi \quad (5.1.5)$$

$$z_y = g^{-1} \delta_y \phi \quad (5.1.6)$$

El término difusivo se agrega al lado derecho de las ecuaciones de Euler, junto al resto de las fuerzas externas. Estas se ven:

$$\partial_t U = \dots - m_x [\partial_x \tau_{11} + \partial_y \tau_{12} - \partial_z (z_x \tau_{11} + z_y \tau_{12})] - \partial_z \tau_{13} \quad (5.1.7)$$

$$\partial_t V = \dots - m_y [\partial_x \tau_{12} + \partial_y \tau_{22} - \partial_z (z_x \tau_{12} + z_y \tau_{22})] - \partial_z \tau_{23} \quad (5.1.8)$$

$$\partial_t W = \dots - m_y [\partial_x \tau_{13} + \partial_y \tau_{23} - \partial_z (z_x \tau_{13} + z_y \tau_{23})] - \partial_z \tau_{33} \quad (5.1.9)$$

Y el tensor de esfuerzos viscosos es:

$$\tau_{ij} = -\mu_d K_{h,v} S_{ij} \quad (5.1.10)$$

donde $K_{h,v}$ es la viscosidad turbulenta en dirección horizontal o vertical según la ecuación y S_{ij} es el tensor tasa de deformación.

Para la malla no LES:

$$K_h = C_s^2 l^2 [0.25(D_{11} - D_{22})^2 + D_{12}]^{0.5} \quad (5.1.11)$$

Con $C_s = 0,25$ y $l = \sqrt{\Delta x \Delta y}$. K_v queda definido según el esquema de parametrización utilizado para la capa límite planetaria.

Para las mallas con LES la viscosidad turbulenta se calcula en función de la energía cinética turbulenta e de la forma:

$$K_{h,v} = C_k l_{h,v} \sqrt{e} \quad (5.1.12)$$

donde C_k es una constante (normalmente $0,15 < C_k < 0,25$) y l es un largo característico que se calcula en función de la isotropía de la malla, la resolución, e y la estratificación de la forma:

$$l_v = \min[\Delta z, 0,76\sqrt{e}/N] \quad ; \quad N^2 > 0 \quad (5.1.13)$$

$$l_h = \Delta z \quad ; \quad N^2 \leq 0 \quad (5.1.14)$$

N es la frecuencia de Brunt-Väisälä. $N = \sqrt{g/\theta d_z \theta}$

La clausura del modelo de turbulencia se hace considerando la ecuación de transporte para e como:

$$\partial_t(\mu_d e) + (\partial_i V_i e)_\eta = \mu_d (\text{producción} + \text{flotación} + \text{disipación}) \quad (5.1.15)$$

Con:

$$\text{Producción} = K_h(D_{11}^2 + D_{22}^2 + D_{12}^2) + K_v(D_{33}^2 + D_{13}^2 + D_{23}^2) \quad (5.1.16)$$

$$\text{Flotación} = -K_v N^2 \quad (5.1.17)$$

$$\text{Disipación} = -\frac{C e^{3/2}}{l} \quad (5.1.18)$$

$$C = 1,9C_k + \frac{(0,93 - 1,9C_k)l}{(\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}} \quad (5.1.19)$$

$$l = \min[(\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}, 0,76\sqrt{e}/N] \quad (5.1.20)$$

Microfísicas

detallar cada microfísica y su incorporación a las ecuaciones

Bibliografía

- Raúl Arasa, Ignasi Porras, Anna Domingo-Dalmau, Miquel Picanyol, Bernat Codina, M^a Ángeles González, y Jérica Piñón. Defining a standard methodology to obtain optimum WRF configuration for operational forecast: Application over the port of huelva (southern Spain). *Atmospheric and Climate Sciences*, 06(02):329–350, 2016.
- D. Arnold, I. Schicker, y P. Seibert. High-resolution atmospheric modelling in complex terrain for future climate simulations (hirmod). Inf. téc., Institute of Meteorology (BOKU-Met), University of Natural Resources and Life Sciences, 2010.
- Delia Arnold, D Morton, I Schicker, P Seibert, MW Rotach, K Horvath, J Dudhia, T Satomura, M Müller, G Zängl, et al. *High resolution modelling in complex terrain: report on the HiRCOT 2012 Workshop, Vienna, 21-23 February 2012*. Institut für Meteorologie, Department Wasser-Atmosphäre-Umwelt, Univ. f. Bodenkultur, 2012.
- D. M. Barker, W. Huang, Y-R. Guo, A. J. Bourgeois, y Q. N. Xiao. A three-dimensional variational data assimilation system for MM5: Implementation and initial results. *Monthly Weather Review*, 132(4):897–914, 2004.
- Dale Barker, Wei Huang, Yong-Run Guo, y Al Bourgeois. A three-dimensional variational (3dvar) data assimilation system for use with mm5. 2003.
- Dale Barker, Xiang-Yu Huang, Zhiqun Liu, Tom Auligné, Xin Zhang, Steven Rugg, Raji Ajjaji, Al Bourgeois, John Bray, Yongsheng Chen, Meral Demirtas, Yong-Run Guo, Tom Henderson, Wei Huang, Hui-Chuan Lin, John Michalakes, Syed Rizvi, y Xiaoyan Zhang. The weather research and forecasting model's community variational/ensemble data assimilation system: WRFDA. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 93(6):831–843, 2012.
- A. Bechmann, N. N. Sørensen, J. Berg, J. Mann, y P.-E. Réthoré. The bolund experiment, part II: Blind comparison of microscale flow models. *Boundary-Layer Meteorology*, 141(2):245–271, 2011.

- Andreas Bechmann, Jacob Berg, Michael Courtney, Hans Ejning Jørgensen, Jakob Mann, y Niels N. Sørensen. *The Bolund Experiment: Overview and Background*. Danmarks Tekniske Universitet, Risø Nationallaboratoriet for Bæredygtig Energi, 2009. ISBN 978-87-550-3703-8. Risø-R-1658(EN).
- J. Berg, J. Mann, A. Bechmann, M. S. Courtney, y H. E. Jørgensen. The bolund experiment, part I: Flow over a steep, three-dimensional hill. *Boundary-Layer Meteorology*, 141(2):219–243, 2011.
- Luigi Berselli, Traian Iliescu, y William J. Layton. *Mathematics of Large Eddy Simulation of Turbulent Flows (Scientific Computation)*. Springer, 2005. ISBN 3540263173.
- James G. Brasseur y Tie Wei. Designing large-eddy simulation of the turbulent boundary layer to capture law-of-the-wall scaling. *Physics of Fluids*, 22(2):021303, 2010.
- Daniele Carati, Grégoire S. Winckelmans, y Hervé Jeanmart. On the modelling of the subgrid-scale and filtered-scale stress tensors in large-eddy simulation. *Journal of Fluid Mechanics*, 441, 2001.
- P.A. Davidson. *Turbulence in Rotating, Stratified and Electrically Conducting Fluids*. Cambridge University Press, 2013. ISBN 9781107026865.
- P. Doubrawa, A. Montornès, R. J. Barthelmie, S. C. Pryor, y P. Casso. Analysis of different gray zone treatments in wrf-les real case simulations. *Wind Energy Science Discussions*, 2018:1–23, 2018.
- Rica Mae Enriquez y Robert L. Street. An algebraic subgrid-scale model for large-eddy simulations of the atmospheric boundary layer. Inf. téc., Bob and Norma Street Environmental Fluid Mechanics Laboratory, Stanford University, 2017.
- Benjamin W. Green y Fuqing Zhang. Numerical simulations of hurricane katrina (2005) in the turbulent gray zone. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, 7(1):142–161, 2015.
- Jesper Grønnegaard Pedersen, Mark Kelly, Sven-Erik Gryning, y Burghard Brümmner. The effect of unsteady and baroclinic forcing on predicted wind profiles in large eddy simulations: Two case studies of the daytime atmospheric boundary layer. *Meteorologische Zeitschrift*, 22(6):661–674, 2013.
- J.R. Holton. *An Introduction to Dynamic Meteorology*. Academic Press, 1992. ISBN 9780123543554.

- B. Jiménez-Esteve, M. Udina, M.R. Soler, N. Pepin, y J.R. Miró. Land use and topography influence in a complex terrain area: A high resolution mesoscale modelling study over the eastern pyrenees using the WRF model. *Atmospheric Research*, 202:49–62, 2018.
- Branko Kosović y Judith A. Curry. A large eddy simulation study of a quasi-steady, stably stratified atmospheric boundary layer. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 57(8):1052–1068, 2000.
- P.K. Kundu, I.M. Cohen, y H. Hu. *Fluid Mechanics*. Elsevier Science, 2001. ISBN 9780080545585.
- Jean Mathieu y Julian Scott. *An Introduction to Turbulent Flow*. Cambridge University Press, 2000. ISBN 0521775388.
- A. De Meij y J.F. Vinuesa. Impact of SRTM and corine land cover data on meteorological parameters using WRF. *Atmospheric Research*, 143:351–370, 2014.
- J. D. Mirocha, J. K. Lundquist, y B. Kosović. Implementation of a nonlinear subfilter turbulence stress model for large-eddy simulation in the advanced research WRF model. *Monthly Weather Review*, 138(11):4212–4228, 2010.
- J. D. Mirocha, Julie K. Lundquist, Fotini Katopodes Chow, y B. Kosovi. New large eddy simulation subfilter turbulence models implemented into the advanced research wrf version 3 . 0.
- C-H. Moeng, Jimy Dudhia, Joe Klemp, y Peter Sullivan. Examining two-way grid nesting for large eddy simulation of the PBL using the WRF model. *Monthly Weather Review*, 135(6):2295–2311, 2007.
- Domingo Muñoz-Esparza, Branko Kosović, Jeff Mirocha, y Jeroen van Beeck. Bridging the transition from mesoscale to microscale turbulence in numerical weather prediction models. *Boundary-Layer Meteorology*, 153(3):409–440, 2014.
- Alfredo Peña, Rogier Floors, y Sven-Erik Gryning. The høvsøre tall wind-profile experiment: A description of wind profile observations in the atmospheric boundary layer. *Boundary-Layer Meteorology*, 150(1):69–89, 2013.
- Alfredo Peña, Rogier Floors, Ameya Sathe, Sven-Erik Gryning, Rozenn Wagner, Michael S. Courtney, Xiaoli. G. Larsén, Andrea N. Hahmann, y Charlotte B. Hasager. Ten years of boundary-layer and wind-power meteorology at høvsøre, denmark. *Boundary-Layer Meteorology*, 158(1):1–26, 2015.

- N. Pineda, O. Jorba, J. Jorge, y J. M. Baldasano. Using NOAA AVHRR and SPOT VGT data to estimate surface parameters: application to a mesoscale meteorological model. *International Journal of Remote Sensing*, 25(1):129–143, 2004.
- S.B. Pope. *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, 2000. ISBN 9780521598866.
- Fernando Porte-Agél, Charles Meneveau, y Marc B. Parlange. A scale-dependent dynamic model for large-eddy simulation: application to a neutral atmospheric boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 415:261–284, 2000.
- J Sanz Rodrigo, D Allaerts, M Avila, J Barcons, D Cavar, RA Chávez Arroyo, M Churchfield, B Kosovic, JK Lundquist, J Meyers, D Muñoz Esparza, JMLM Palma, JM Tomaszewski, N Troldborg, MP van der Laan, y C Veiga Rodrigues. Results of the GABLS3 diurnal-cycle benchmark for wind energy applications. *Journal of Physics: Conference Series*, 854:012037, 2017.
- Irene Schicker, Dèlia Arnold Arias, y Petra Seibert. Influences of updated land-use datasets on wrf simulations for two austrian regions. *Meteorology and Atmospheric Physics*, 128(3):279–301, 2016. ISSN 1436-5065.
- William Skamarock, Joseph Klemp, Jimy Dudhia, David Gill, Dale Barker, Wei Wang, Xiang-Yu Huang, y Michael Duda. A description of the advanced research wrf version 3. 2008.
- J. Smagorinsky. General circulation experiments with the primitive equations. *Monthly Weather Review*, 91(3):99–164, 1963.
- Richard J. A. M. Stevens, Michael Wilczek, y Charles Meneveau. Large-eddy simulation study of the logarithmic law for second- and higher-order moments in turbulent wall-bounded flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 757:888–907, 2014.
- R.B. Stull. *An Introduction to Boundary Layer Meteorology*. Springer Netherlands, 1988. ISBN 9789027727695.
- Charles Talbot, Elie Bou-Zeid, y Jim Smith. Nested mesoscale large-eddy simulations with WRF: Performance in real test cases. *Journal of Hydrometeorology*, 13(5):1421–1441, 2012.
- Alex Montornès Torrecillas, Pau Casso, Gil Lizcano, y Branko Kosovic. Wrf-les in the real world: Towards a seamless modeling chain for wind industry applications. 2016.

T.T. Warner. *Numerical Weather and Climate Prediction*. Cambridge University Press, 2010. ISBN 9781139494311.

WRF Community. Weather research and forecasting (wrf) model. 2000.

John C. Wyngaard. Toward numerical modeling in the “terra incognita”. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 61(14):1816–1826, 2004.

Takanobu Yamaguchi y Graham Feingold. Technical note: Large-eddy simulation of cloudy boundary layer with the advanced research WRF model. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, 4(3):n/a–n/a, 2012.