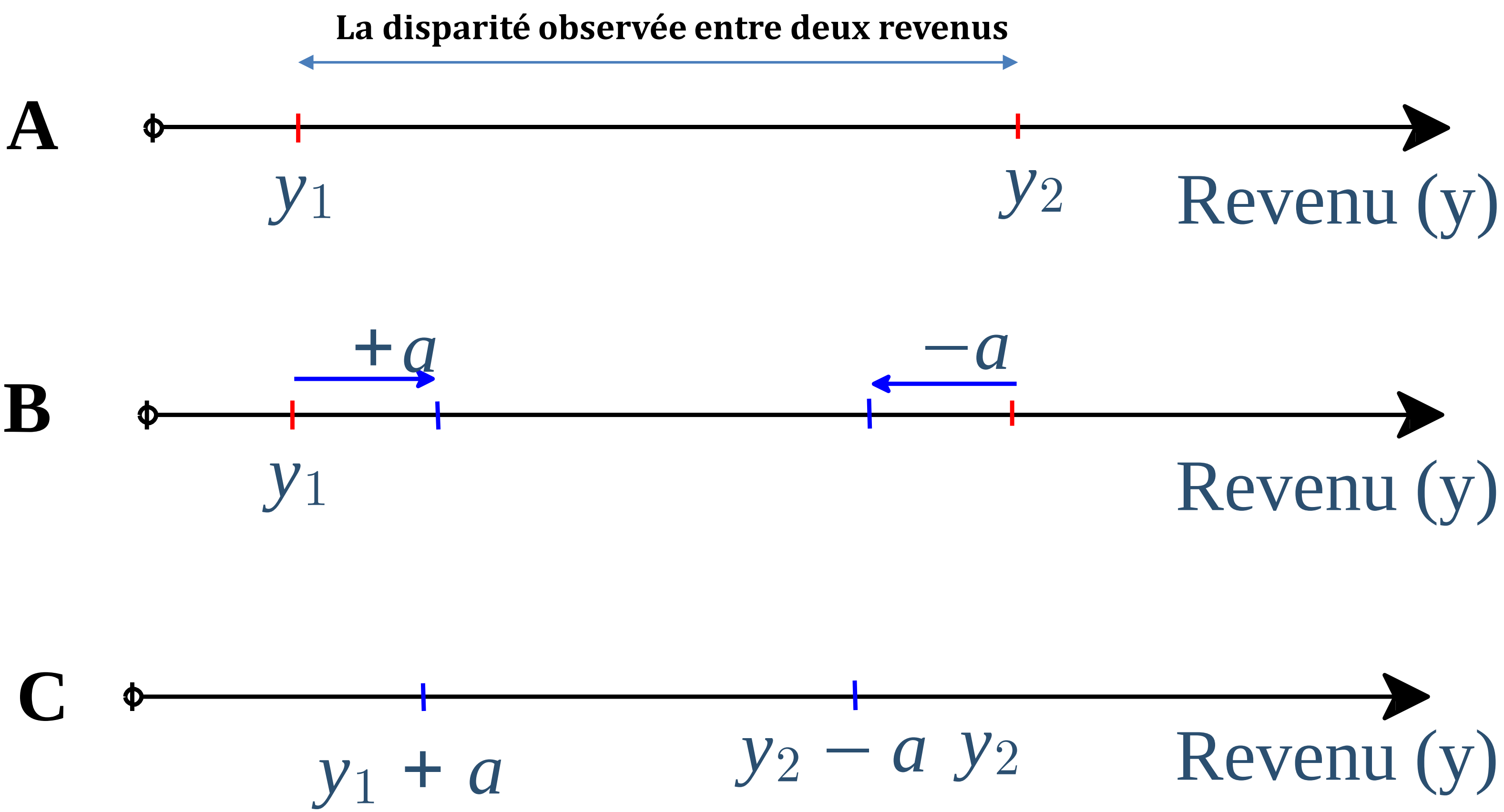
Inégalité

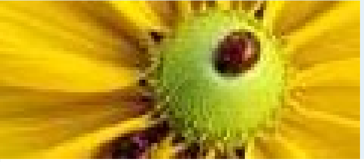
Contenu

Penser à l'inégalité

Notions de base

- *L'inégalité* fait référence aux disparités entre les revenus des individus.
- Une réduction des disparités entre deux individus inégaux réduit l'inégalité





La disparité des revenus et l’inégalité

Distributions	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
A	2	6	10	14	18
B	4	4	10	14	18
C	2	8	8	14	18
D	2	6	10	16	16

- Un mouvement de la distribution A vers l'une quelconque de B, C ou D réduira l'inégalité.

Le principe de transfert Pigou-Dalton

Le lien entre disparités et inégalités peut s'exprimer à travers un principe fondamental, appelé Pigou (1912) et Dalton (1920).

IA1 *Le principe de transfert de Pigou-Dalton:*

Le transfert de revenu d'une personne plus riche à une personne plus pauvre devrait diminuer (ou du moins, ne pas augmenter) l'inégalité.

Le principe de l'anonymat

Distributions	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
A	2	6	10	14	18
B	14	6	10	2	18

- L'inégalité met l'accent sur les disparités entre les individus; L'inégalité dans A et B devrait être la même.

- **IA2** ***Principe d'anonymat:***
  Les indices d'inégalité ne dépendent que de la répartition des revenus (ou d'autres indicateurs de bien-être), et non de l'identité des individus.

Le principe de la population

IA3 *Le principe de population:*
L'inégalité doit être invariante aux réplications d'une population.

Distributions	y_1	y_2	y_3	y_4
A	2	6	.	.
B	2	6	2	6

- Même si, à la première fois, cet axiome semble étrange, nous pouvons facilement l'accepter après l'exemple du tableau. Comme on peut le constater, les écarts attendus dans les distributions A et B sont égaux (c'est-à-dire (6-2) / 2 est égal à (2 * (6-2) / 4).

Scale invariance

Distributions	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
A	2	6	10	14	18
B	4	12	20	28	36

Le principe d'invariance à l'échelle

IA4: *Le principe d'invariance à l'échelle*: $I(y) = I(\lambda y)$ avec $\lambda > 0$

Distributions	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
A	2	6	10	14	18
B	4	12	20	28	36

- L'axiome de l'invariance de l'échelle indique que les indices d'inégalité doivent être les mêmes dans A et dans B. La distribution B est simplement celle de A multipliée par 2.

- Cela pourrait s'expliquer par le fait que les revenus sont en termes nominaux en B et en termes réels dans A. Ou peut-être parce que les deux vecteurs sont exprimés en unités différentes, avec 1 unité dans A ayant le même pouvoir d'achat que 2 unités dans B.

Inégalité absolue et inégalité relative

La principale question normative concerne le type de disparité d'intérêt.

Est-ce que la société est plus averse à la disparité entre les revenus (y_i) ou à la disparité entre les parts des revenus - semblable aux revenus par rapport à la moyenne, y_i/μ?

Inégalité absolue et inégalité relative

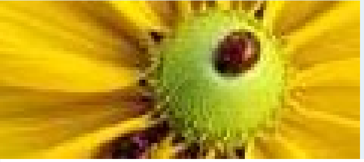
Pour mieux discuter de ces deux notions, nous commençons par un exemple avec deux distributions de revenu A et B, avec des moyennes de 200 et de 400 respectivement.

Distributions	y_1	y_2	The average : μ
A	100	300	200
B	300	500	400

Inégalité absolue et inégalité relative

Distributions	y_1	y_2	**Différence Absolue**	y_1/μ	y_2/μ	**Différence Relative**
A	100	300	**200**	2/4	6/4	**1.0**
B	300	500	**200**	3/4	5/4	**0.5**

Après avoir calculé les différences absolues et relatives, on remarque que même si la différence absolue entre les individus 1 et 2 est la même dans A et B; La différence par rapport à la moyenne est plus prononcée dans A. Ceci suggère deux classes principales d'indices d'inégalité, absolus et relatifs.



Inégalité absolue et inégalité relative

1. *Inégalité absolue:* se base sur les différences de revenu absolues. L'ajout du même montant à tous les revenus ne modifie pas les différences de revenus absolus et n'affecte donc pas l'inégalité absolue.

2. *Inégalité relative:* fait référence aux différences par rapport à la moyenne. La multiplication des revenus par le même scalaire ne changera pas ces différences relatives et ne changera donc pas le niveau d'inégalité relative.

Inégalité absolue et inégalité relative

- Parmi les problèmes potentiels de l'approche absolue est son ignorance du «contexte». Soit deux distributions données par $y^A = \{1, 3\}$ et $y^B = \{99, 101\}$. Les deux distributions ont le même niveau d'inégalité absolue, mais la différence de revenu représente 200% du revenu de l'individu le plus pauvre en A et seulement 2% en B.

- Un autre problème est la sensibilité des indices absolus aux unités de mesure.

Mesurer les inégalités

La courbe de Lorenz

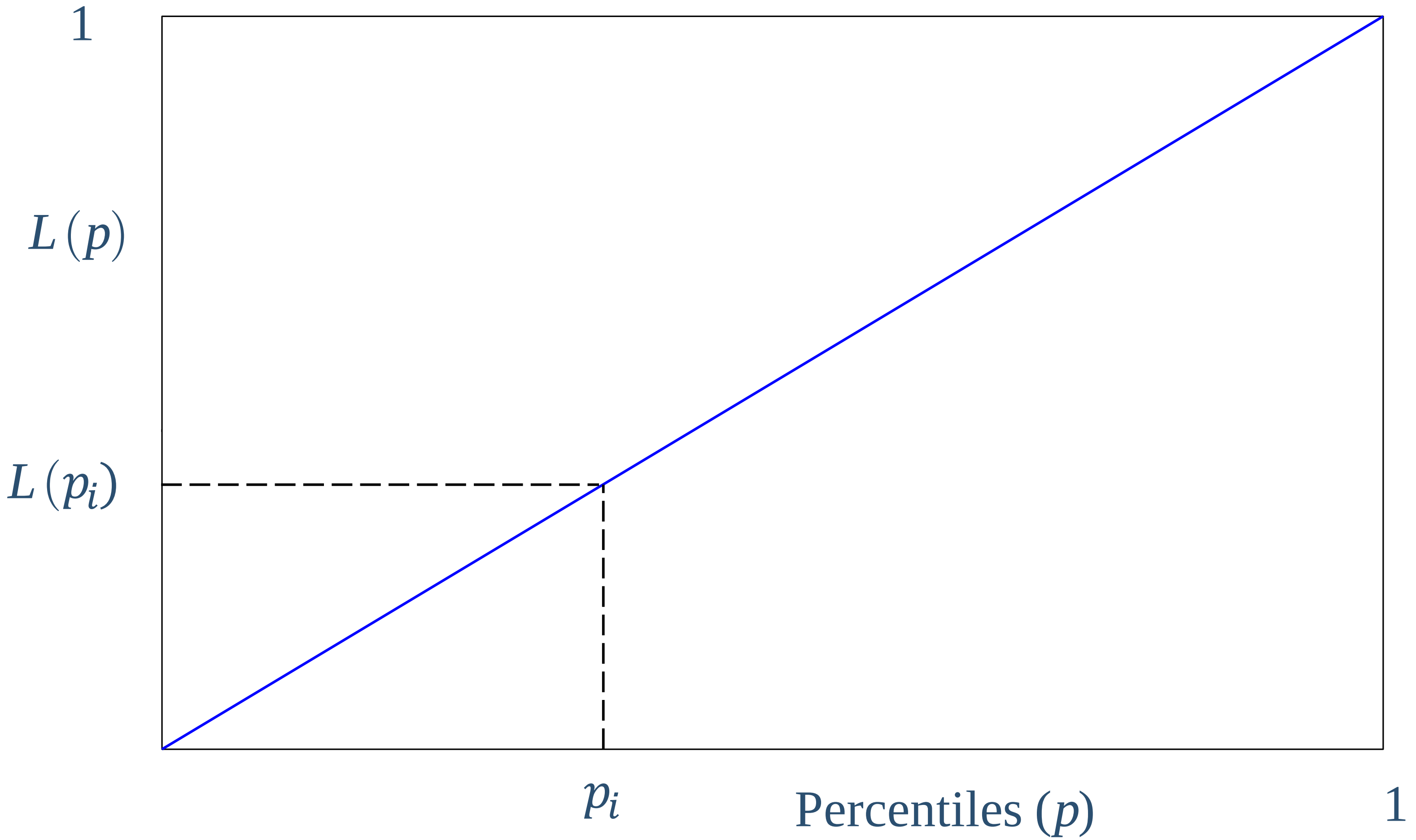
- La courbe de Lorenz est la courbe la plus populaire pour visualiser l'inégalité et comparer l'inégalité entre les distributions.

- Supposons que chaque observation compter pour 1 personne. La courbe de Lorenz au percentile p_i est:

$$L(p_i) = \frac{\sum_{j=1}^{i} Q(p_j)}{\sum_{j=1}^{n} Q(p_j)} = \frac{\sum_{j=1}^{i} y_j}{\sum_{j=1}^{n} y_j}$$

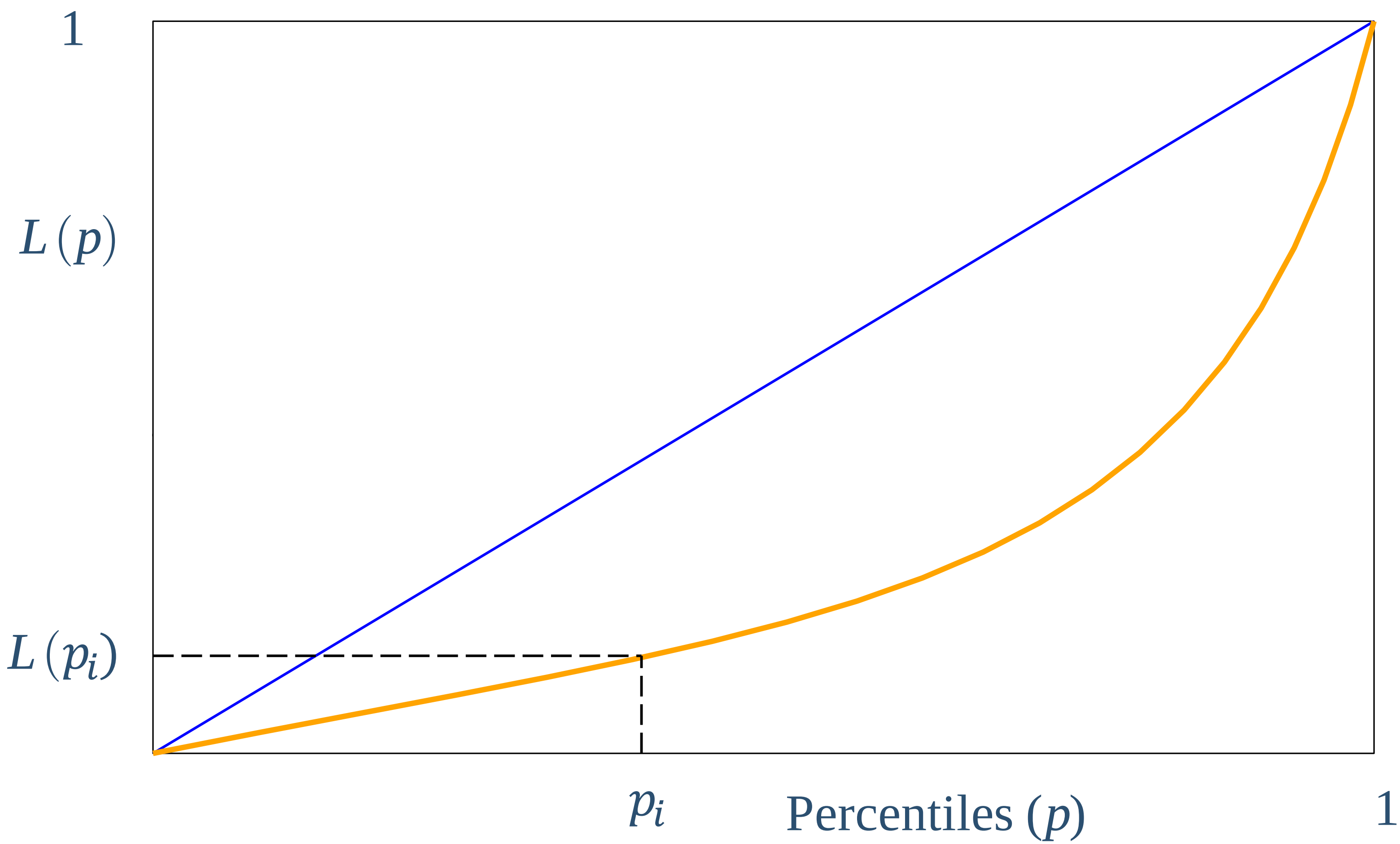
Propriétés de la courbe de Lorenz

Nous commençons par montrer le cas particulier où la courbe de Lorenz est celle de la ligne 45. Dans ce cas, nous avons une égalité parfaite et le revenu de chaque individu est égal à la moyenne.



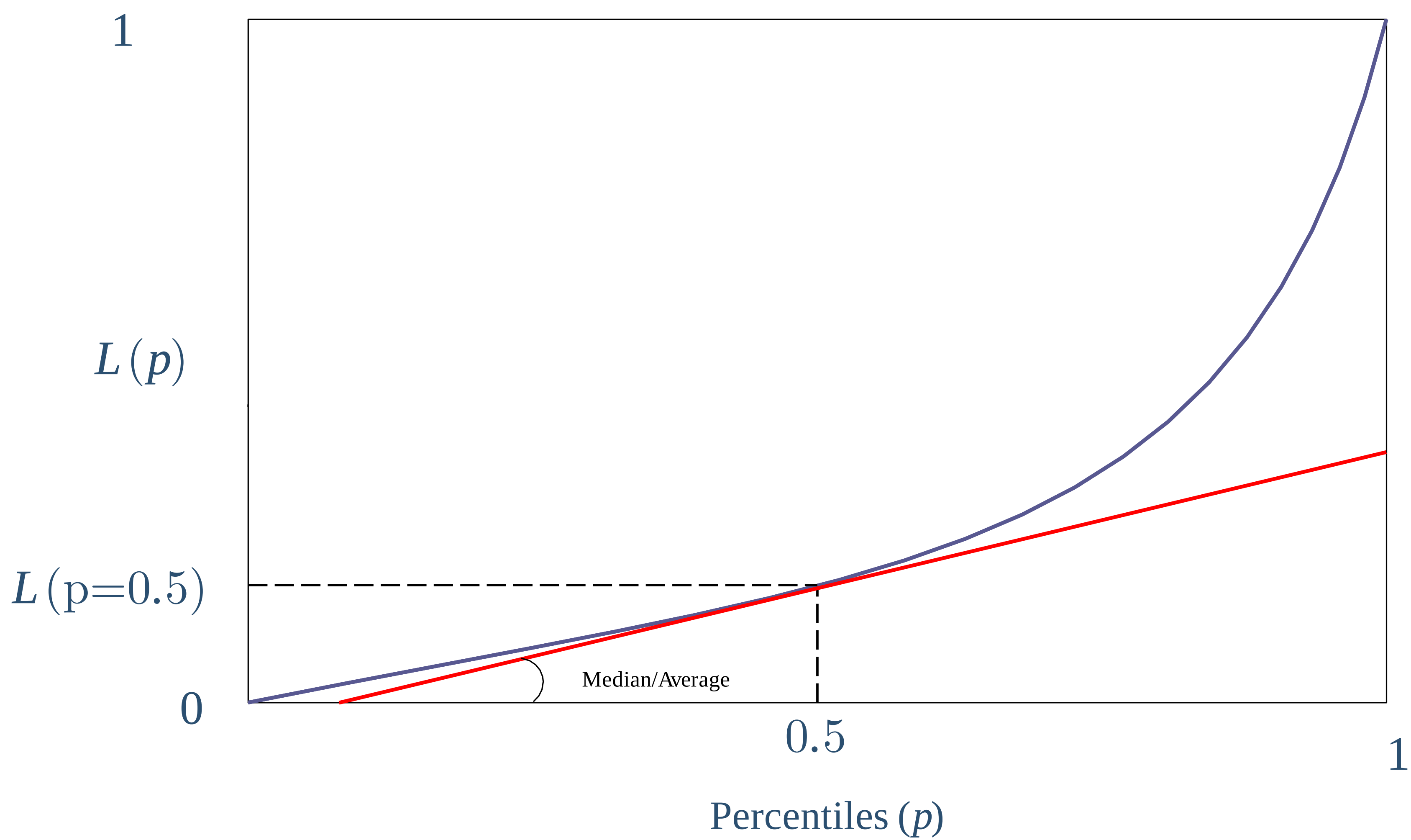
Propriétés de la courbe de Lorenz

Cette figure montre la courbe de Lorenz avec une certaine inégalité en orange et la ligne 45 en bleu pour le cas d'égalité parfaite.



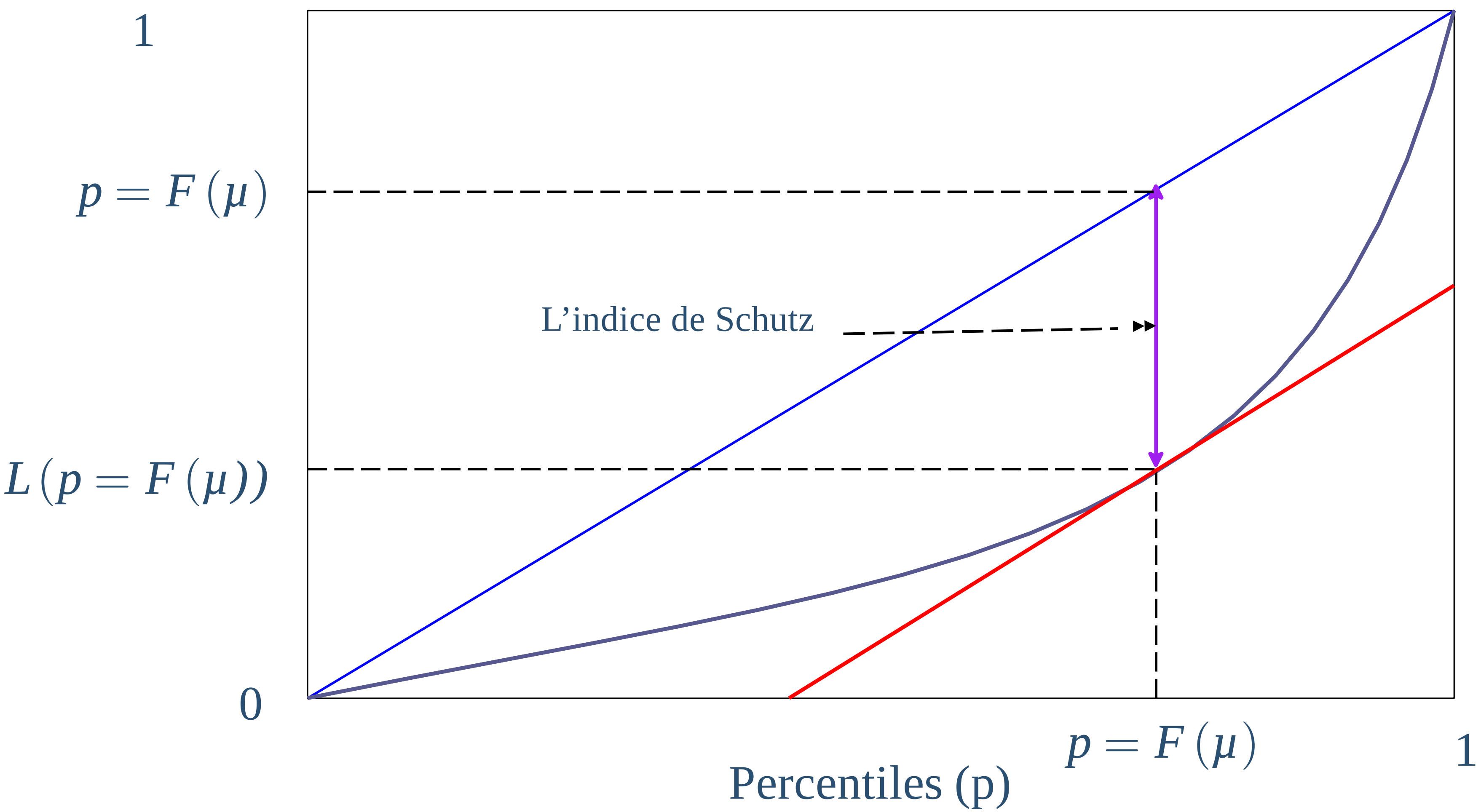
Propriétés de la courbe de Lorenz

La pente de la courbe de Lorenz à $p = 0.5$ est égale au rapport entre le revenu médian et le revenu moyen. C'est un indicateur de la distorsion de la distribution.



Propriétés de la courbe de Lorenz

La proportion du revenu total que l'on aurait besoin de réaffecter des riches aux pauvres pour parvenir à une égalité parfaite est donnée par la distance entre la courbe de Lorenz et celle de la ligne 45 au percentile qui coïncide avec le revenu moyen. Cette distance est également appelée *Indice de Schutz*.



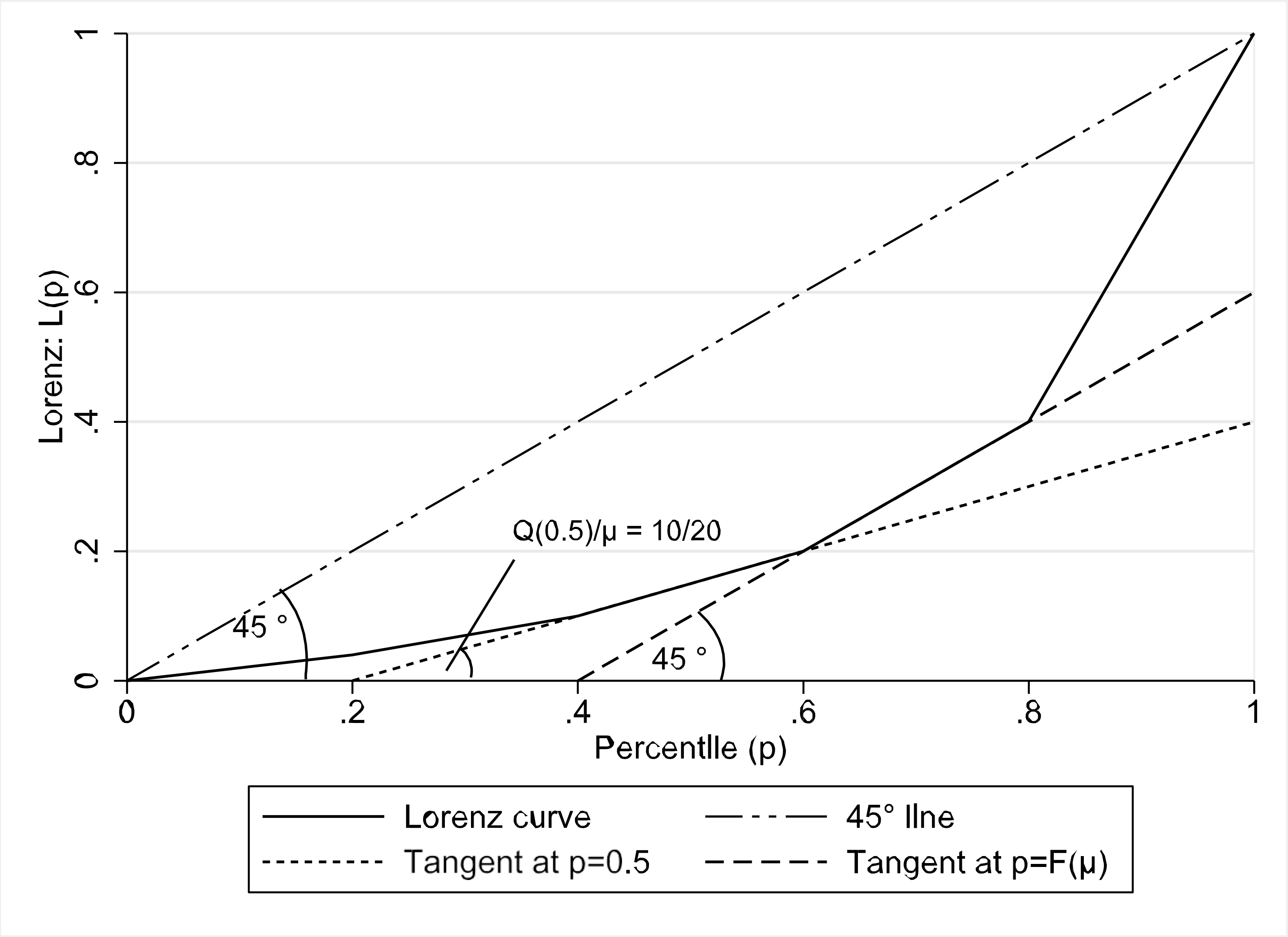
Construction d'une courbe de Lorenz

Identifiant	Percentile $p_i = F(y_i)$	Revenu $Q(p_i) = y_i$	Proportion de revenu $L(p_i)$
1	0.2	2	2/50 = 0.04
2	0.4	6	8/50 = 0.16
3	0.6	10	18/50 = 0.36
4	0.8	14	32/50 = 0.64
5	1.0	18	50/50 = 1.00

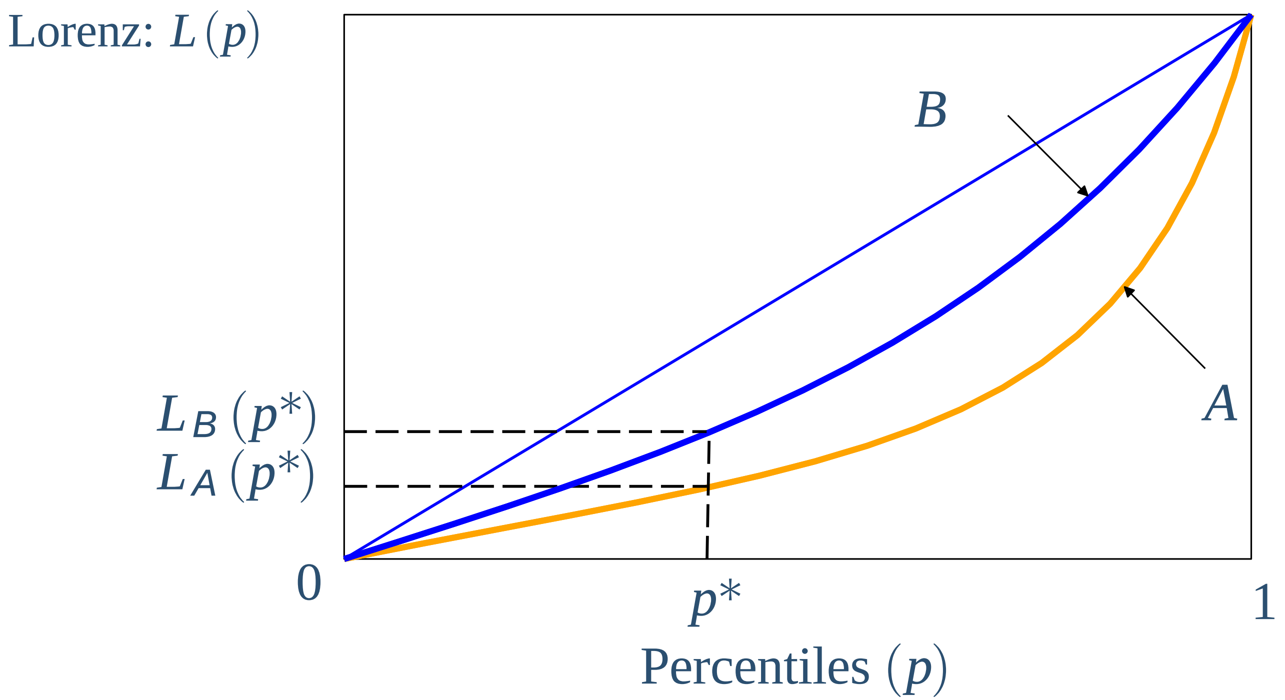
Ce tableau montre comment construire la courbe de Lorenz avec des données fictives de 5 individus. Par exemple, on peut dire que les 40% plus pauvres ont 16% du revenu total ou (2 + 6) / 50.

Exemple de courbe de Lorenz

Illustration avec : $y = \{4, 6, 10, 20, 60\}$ // moyenne (μ) $= 20$



Inégalité et courbe de Lorenz



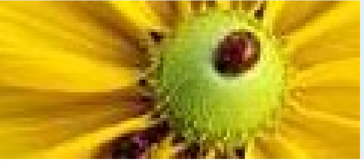
Si une courbe de Lorenz pour une distribution B est partout supérieure à celle d'une distribution de A, alors B "Lorenz-domine" A; La distribution B est sans équivoque plus égale que la distribution A.

Inégalité et courbe de Lorenz

- En utilisant un théorème d'Atkinson (1970), tous les indices d'inégalité "classiques" devraient montrer que l'inégalité dans A est plus élevée que dans B.

- Les courbes de Lorenz peuvent se croiser et nous ne pouvons pas ordonner l'inégalité de deux distributions. L'ordre des courbes de Lorenz est donc un ordre «partiel» des distributions.

- L'utilisation d'un indice d'inégalité peut garantir un ordre «complet» de distributions.



L’indice de Gini

- L'indice de Gini est un indice synthétique d'inégalité qui comprime toute l'information sur l'inégalité en une seule valeur.

- Les valeurs de l'indice de Gini se situent entre zéro (égalité parfaite) et un (inégalité parfaite) lorsque les revenus sont non négatifs.

- L'expression de l'indice de Gini peut être manipulée algébriquement pour fournir des interprétations différentes.

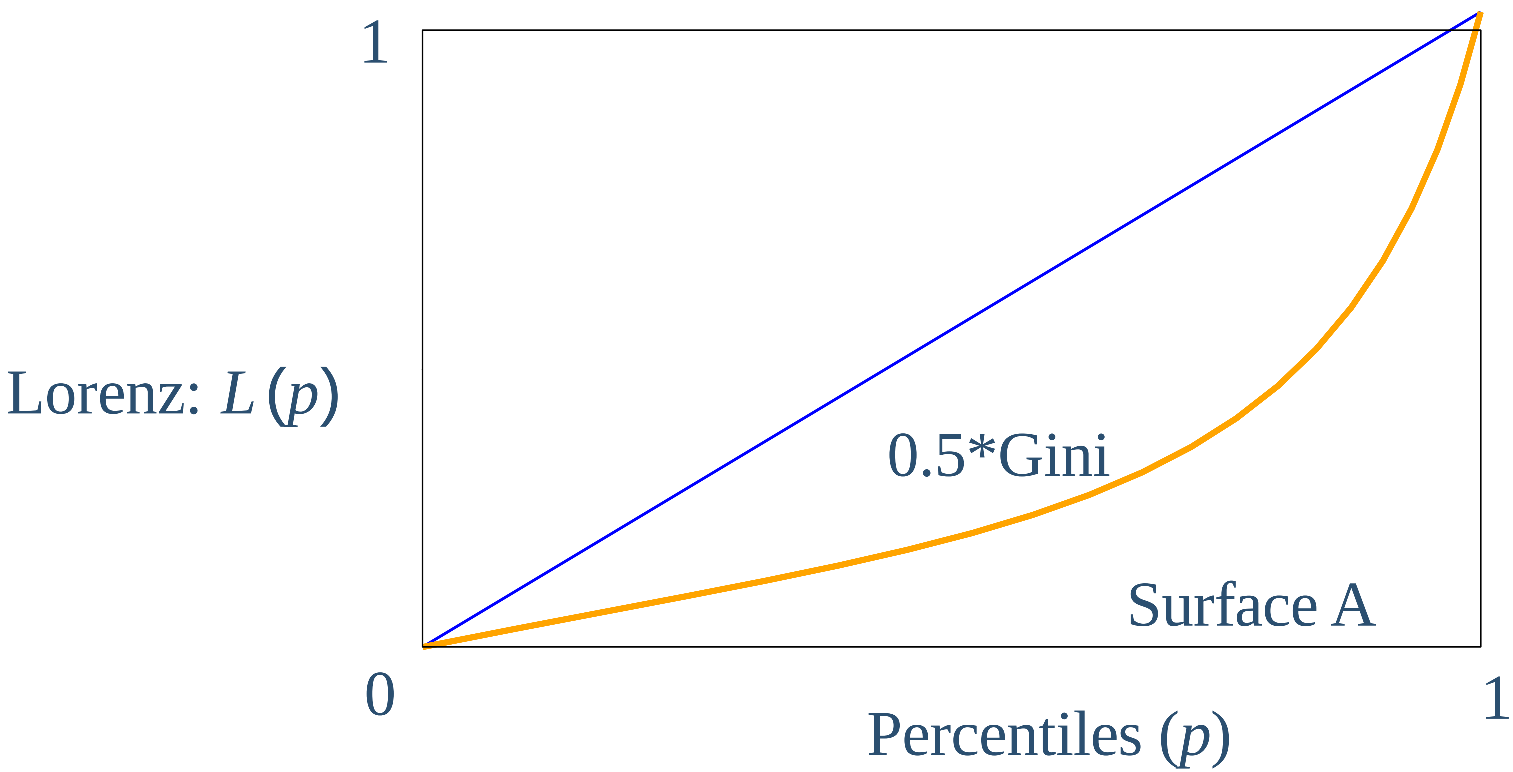
L’indice de Gini

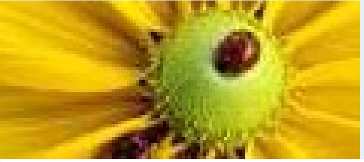
- L'indice de Gini équivaut au double du déficit attendu des dans les parts des revenus: $(p_i - L(p_i))$ soit le double de la superficie entre la ligne 45° et la courbe de Lorenz.

L’indice de Gini

- En désignant la zone sous la courbe de Lorenz par A, on a:

$$I_{Gini} = 1 - 2A \quad and \quad = \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}\left(L(p_i) + L(p_{i-1})\right)$$





L'indice d'inégalité d'Atkinson

- Atkinson (1970) propose un indice d'inégalité relative basée sur une fonction additive de bien-être social:

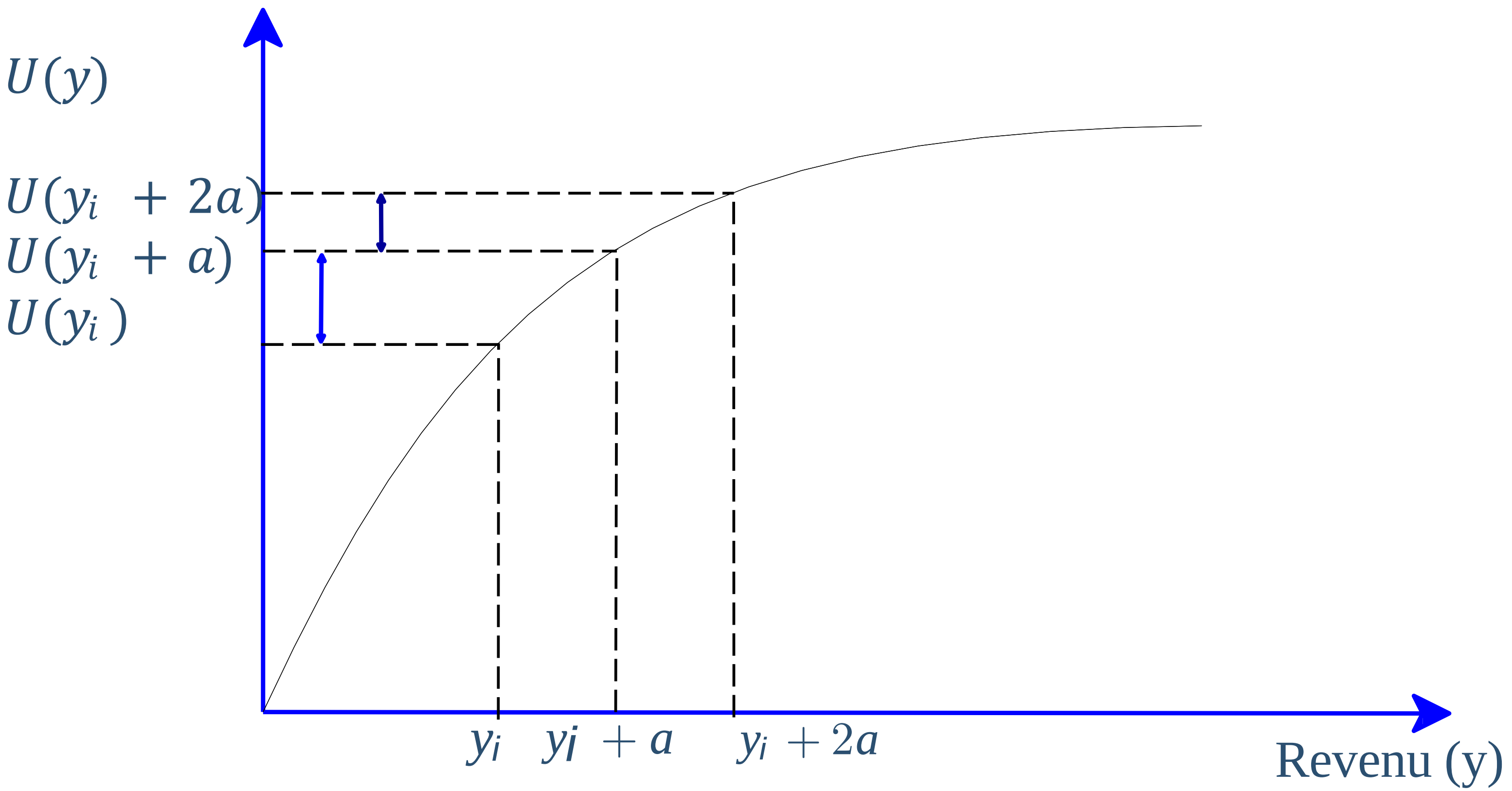
$$W_{Atkinson}(y) = n^{-1} \sum_{i=1}^{n} U(\varepsilon)$$

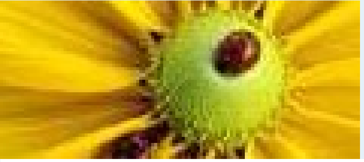
l'utilité U avec le revenu y_i, dénotée par $U(\varepsilon)$ est:

$$U(\varepsilon) = \begin{cases} \dfrac{y_i^{\varepsilon-1}}{\varepsilon - 1} & if \quad \varepsilon \neq 1 \\ \log(y_i) & if \quad \varepsilon = 1 \end{cases}$$

L'indice d'inégalité d'Atkinson

- Cela impose une hypothèse de concavité sur l'évaluation sociale des revenus des individus. L'augmentation de l'utilité $U(y_i)$ à $U(y_i + a)$ est plus élevée que celle de $U(y_i + a)$ à $U(y_i + 2a)$.





L'indice d'inégalité d'Atkinson

- Le revenu équivalent également distribué (EDE) est donné par:

$$\xi(\varepsilon) = \begin{cases} \left(n^{-1} \sum_{i=1}^{n} y_i^{1-\varepsilon}\right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}} & if \quad \varepsilon \neq 1 \\ \left(n^{-1} \sum_{i=1}^{n} \log(y_i)\right) & if \quad \varepsilon = 1 \end{cases}$$

- Et l'indice Atkinson est défini par:

$$I_{Atkison} = 1 - \frac{\xi(\varepsilon)}{\mu}$$

- I est la perte de bien-être social (par rapport à la moyenne) engendrée par l'inégalité dans la répartition des revenus.

L'indice d'inégalité d'Atkinson

- Supposons que $y = \{100, 400, 900, 1600\}$ et $\varepsilon = 0.5$.

Identifiant: i	Revenu: y_i	$U(y_i; \varepsilon = 0.5)$
1	100	20
2	400	40
3	900	60
4	1600	80
Moyenne	750	50

- L'EDE est 625 puisque

$$U\big(\xi(\varepsilon)\big) = 2 * 625^{(1-0.5)} = 50 = W_{Atkinson}$$

et l'indice d'Atkinson est égale à:

$$1 - (\xi(\varepsilon)/\mu) = 1 - (625/750) = 0.166.$$

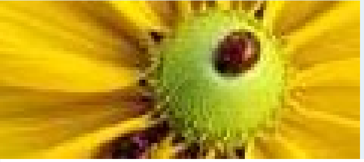
L'indice d'inégalité d’entropie

- Les indices d'entropie généralisés $I(\theta)$ sont définis comme suit:

$$I(\theta) = \begin{cases} \dfrac{1}{\theta(\theta-1)n} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} \left[\left(\dfrac{y_i}{\mu} \right)^{\theta} - 1 \right] & if \quad \theta \neq 0{,}1 \\ \dfrac{1}{n} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} \left[log \left(\dfrac{\mu}{y_i} \right) \right] & if \quad \theta = 1 \\ \dfrac{1}{n} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} \left[\dfrac{y_i}{\mu} log \left(\dfrac{y_i}{\mu} \right) \right] & if \quad \theta = 1 \end{cases} \qquad (4)$$

- Pour les cas $\theta = 0$ et $\theta = 1$, nous avons les deux indices de Theil, et qui sont des mesures spéciales fournies par la classe d’indices d'entropie généralisée.

Profils d'inégalité



Décomposition des inégalités par groupes de population

- Nous souhaitons évaluer la contribution de l'inégalité entre les groupes et celle au sein de chaque groupe à l'inégalité totale.

- L'inégalité entre les groupes est l'inégalité si chaque individu a le revenu moyen de son groupe.

Principe de décomposition du sous-groupe
L'inégalité totale peut être évaluée à partir des inégalités intergroupes et intragroupes.

- On peut montrer que les indices d'inégalité décomposables qui obéissent à l'axiome d'invariance de l'échelle ne sont qu'une transformation des indices d'entropie généralisés.

- Les indices d'entropie généralisée peuvent être décomposés comme suit:

$$I(\mathbf{y};\theta) = \underbrace{\sum_{l=1}^{L} \phi^l \left(\frac{\mu^l}{\mu}\right)^{\theta} I(\mathbf{y}^l;\theta)}_{\text{Within-group inequality}} + \underbrace{I(\mu^1, \ldots, \mu^l, \ldots \mu^L; \theta)}_{\text{Between-group inequality}}$$

- Supposons les distributions A et B :

	Distribution A		Distribution B	
Groupe (l)	y	μ^l	y	μ^l
1	2	4	1	2
1	6	4	3	2
2	12	16	18	18
2	20	16	18	18

Décomposition des inégalités par groupes de population

	Distribution A		Distribution B	
Groupe (l)	y	μ^l	y	μ^l
1	2	4	1	2
1	6	4	3	2
2	12	16	18	18
2	20	16	18	18

- Lorsque l'inégalité intragroupe est nulle, comme c’est le cas du groupe 2 dans la distribution B, la contribution intragroupe de ce groupe à l'inégalité totale est nulle.

Décomposition des inégalités par groupes de population

	Distribution A		Distribution B	
Groupe (l)	y	μ^l	y	μ^l
1	2	4	1	2
1	6	4	3	2
2	12	16	18	18
2	20	16	18	18

- Plus la distance entre les revenus moyens des groupes est grande, plus l'importance de l'inégalité entre les groupes est importante.

Décomposition des inégalités par groupes de population

	Distribution A		Distribution B	
Groupe (l)	y	μ^l	y	μ^l
1	2	4	1	2
1	6	4	3	2
2	12	16	18	18
2	20	16	18	18

- L'importance des inégalités intragroupes dépend de l'inégalité entre les groupes, des parts de la population et des revenus moyens.

- L'inégalité entre les groupes augmente habituellement avec le nombre de groupes.

Décomposition par composantes de revenu

- Cela montre l'importance de la contribution de différentes sources de revenus à l'inégalité totale.

- La somme de la contribution à l’inégalité des K sources de revenus est égale à l’inégalité du revenu total:

$$y_i = y_{i,1} + \ldots + y_{i,k} + \ldots + y_{i,K}$$

$y_{i,k}$ est le revenu de l'individu i de la source k.

Indice de Gini et les sources de revenus

- L'indice de Gini peut être défini comme suit:

$$
\begin{aligned}
I_{Gini}(\mathbf{y}) &= 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} v_i y_i}{\mu} \\
&= \sum_{k=1}^{K} \frac{\mu_k}{\mu} \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} v_i y_{i,k}}{\mu_k} \right) \\
&= \sum_{k=1}^{K} \frac{\mu_k}{\mu} IC(\mathbf{y}_k)
\end{aligned}
\tag{7}
$$

$IC(y_k)$ est le coefficient de concentration de la source k.

Indice de Gini et les sources de revenus

- Supposons que la population est composée de deux individus avec des revenus de 20 et 40. L'indice de Gini index est 1/6. Aussi, supposons qu'il y a trois source de ($K = 3$):

Source	Individu 1	Individu 2	$\frac{\mu_k}{\mu}$	$IC(y_k)$
$k = 1$	6	4	1/6	-0.1
$k = 2$	4	16	2/6	0.3
$k = 3$	10	20	3/6	1/6
Income	20	40	–	–

- L'individu pauvre a une part relativement importante de la première source. Alors, cette source permet de réduire l'inégalité totale; et l'indice de concentration est négatif.

Indice de Gini et les sources de revenus

Source	Individu 1	Individu 2	$\frac{\mu_k}{\mu}$	$IC(y_k)$
$k = 1$	6	4	1/6	-0.1
$k = 2$	4	16	2/6	0.3
$k = 3$	10	20	3/6	1/6
Income	20	40	–	–

- L'inégalité dans la deuxième source de revenus est plus prononcée que celle du revenu total. Son indice de concentration est plus élevé que le Gini; Cela fait que cette source tend à augmenter l'inégalité.

Indice de Gini et les sources de revenus

Source	Individu 1	Individu 2	$\frac{\mu_k}{\mu}$	$IC(y_k)$
$k = 1$	6	4	1/6	-0.1
$k = 2$	4	16	2/6	0.3
$k = 3$	10	20	3/6	1/6
Income	20	40	–	–

- L'inégalité dans la distribution de la troisième source est semblable à celle du revenu total. Sa contribution est donc nulle.

Conclusion

Résumé

- Un principe fondamental est que le transfert de revenu d'une personne plus riche à une personne plus pauvre devrait diminuer l'inégalité;

- Les mesures d'inégalité sont habituellement invariables à la population et à l'échelle;

- La courbe de Lorenz montre la part du revenu total de ceux qui se situent au bas de la répartition du revenu;

- L'indice de Gini est une mesure (populaire) pour la disparité des parts de population et de revenu;

- On suppose généralement que le bien-être social augmente avec le revenu moyen et diminue avec l'inégalité.

Commandes pertinentes de DASP

- Gini and concentration indices (igini)
- Difference between Gini/concentration indices (digini)
- Generalised entropy index (ientropy)
- Difference between generalized entropy indices (diengtropy)
- Atkinson index (iatkinson)
- Difference between Atkinson indices (diatkinson)
- Lorenz and concentration curves (clorenz)
- Lorenz/concentration curves with confidence intervals (clorenzs)
- Differences between Lorenz curves with C.I. (clorenzs2d)
- Inequality: decomposition by income sources (diginis)
- Gini index: decomposition by population subgroups (diginig)
- Entropy indices: decomposition by population subgroups (dentropyg)

Références

ATKINSON, A. (1970): “On the Measurement of Inequality,” *Journal of Economic Theory*, 2, 244–63.

CURRIE, C., D. CURRIE, L. MENCHINI, D. RICHARDSON, AND C. ROBERTS (2011): “Comparing inequality in the well-being of children in economically advanced countries: A methodology,” Iwp-2010-19, Innocenti Research Centre: Unicef.

DALTON, H. (1920): “The Measurement of the Inequality of Incomes,” *The Economic Journal*, 30, 348–61.

PIGOU, A. (1912): *Wealth and welfare*, London: Macmillan.