

# Inférences statistiques et test d'hypothèse

*Par*

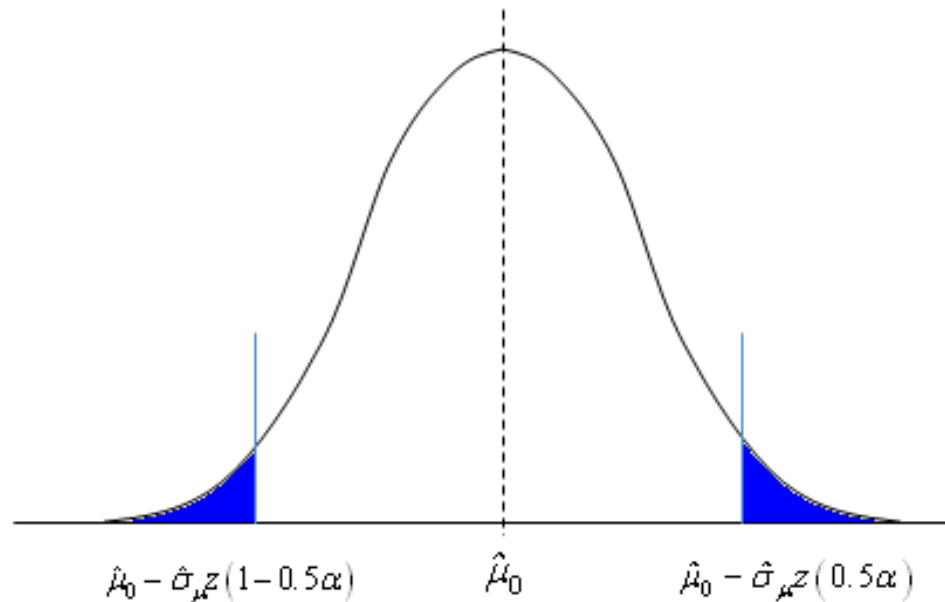
*Araar Abdelkrim*

## *Estimateurs et inférence*

- Les estimations distributives obtenues à partir des enquêtes ne sont pas des valeurs exactes comme celle obtenue à partir de toute la population.
- Les estimations suivent normalement une distribution asymptotique connue – *telle que la distribution normale* —, mais avec des paramètres inconnus. Les paramètres de cette distribution peuvent être estimés à l'aide de l'information contenue dans l'échantillon (y compris le plan d'échantillonnage).
- Sur cette base, on peut alors effectuer des tests d'hypothèses et établir des intervalles de confiance de nos valeurs estimées.

## *Distribution des estimateurs*

Prenons l'exemple de l'estimation du revenu moyen. Lorsque la taille de l'échantillon est élevée, l'estimateur habituel de la moyenne suit une distribution asymptotiquement normale:



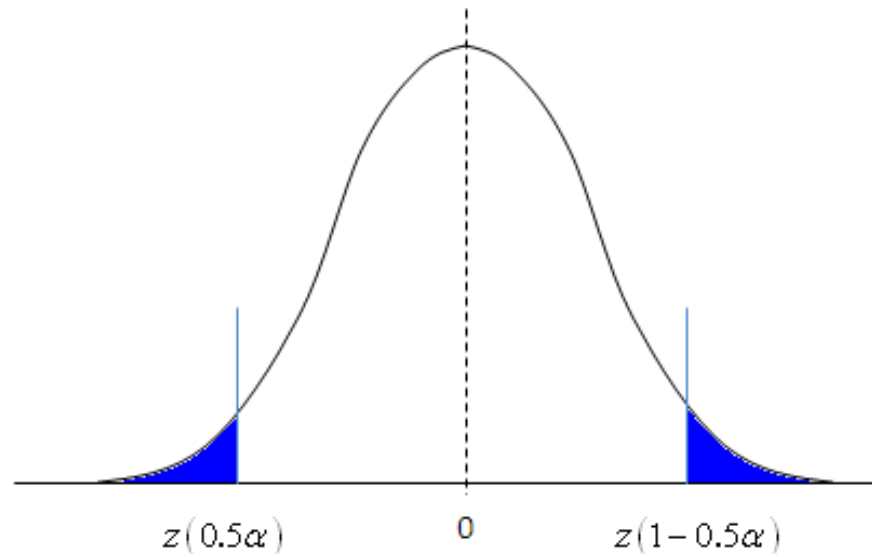
To be defined ...

## *Distribution des estimateurs*

Une distribution centrée et normalisée de notre variable aléatoire (revenu) peut être alors obtenue:

$$z = \frac{\hat{\mu} - \mu_0}{\hat{\sigma}_\mu} \sim N(0,1)$$

$$z \rightarrow N(0,1)$$



To be defined ...

## *Test d'hypothèse*

Il existe trois types d'hypothèses qui peuvent être testées :

1. Un «indice» est égal à une valeur donnée :
  - La différence de pauvreté est égale à 0;
  - L'inégalité est égale à 0.2.
  
1. Un «indice» est supérieur à une valeur donnée :
  - L'inégalité a augmenté entre deux périodes ( $\text{dif\_ineq} > 0$ ).
  
3. Un «indice» est inférieur à une valeur donnée :
  - La pauvreté a diminué entre deux périodes ( $\text{dif\_pov} < 0$ ).

## *Résultats des tests d'hypothèses*

- Le résultat d'un test d'hypothèse est une décision statistique
- La conclusion du test sera soit de rejeter une hypothèse nulle,  $H_0$ , en faveur d'une alternative,  $H_1$ , soit de ne pas la rejeter.
- La plupart des tests d'hypothèses, mettant en jeu un paramètre vrai, mais inconnu, se regroupent dans trois cas suivants :
  1.  $H_0 : \mu = \mu_0$  contre  $H_1 : \mu \neq \mu_0$
  2.  $H_0 : \mu \leq \mu_0$  contre  $H_1 : \mu > \mu_0$
  3.  $H_0 : \mu \geq \mu_0$  contre  $H_1 : \mu < \mu_0$

## *Aspects des tests d'hypothèses*

La décision statistique ultime peut être correcte ou incorrecte. Deux types d'erreur peuvent se produire:

**Erreur de type I:** ce produit lorsque nous rejetons  $H_0$  quand elle est en fait vrai;

**Erreur de type II:** ce produit lorsque nous ne réussissons pas à rejeter  $H_0$  lorsque  $H_0$  est en fait faux.

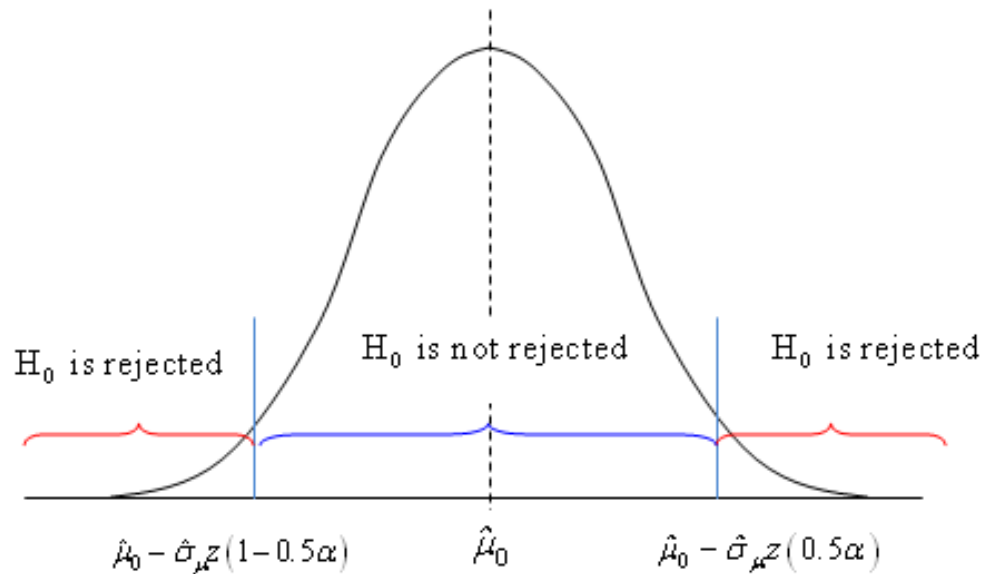
**Puissance du test:** d'une hypothèse  $H_0$  par rapport à  $H_1$ : la probabilité de rejeter  $H_0$  en faveur de  $H_1$  lorsque  $H_1$  est vrai.

**Valeur P (P-Value):** le plus petit niveau de signification pour lequel  $H_0$  serait rejeté en faveur de certains  $H_1$ .

## *Règles de test des hypothèses*

Rejeter  $H_0: \mu = \mu_0$  en faveur de  $H_1: \mu \neq \mu_0$  ssi:

$$\mu_0 < \hat{\mu}_0 - \hat{\sigma}_\mu z(1 - \alpha / 2) \text{ or } \mu_0 > \hat{\mu}_0 - \hat{\sigma}_\mu z(\alpha / 2)$$



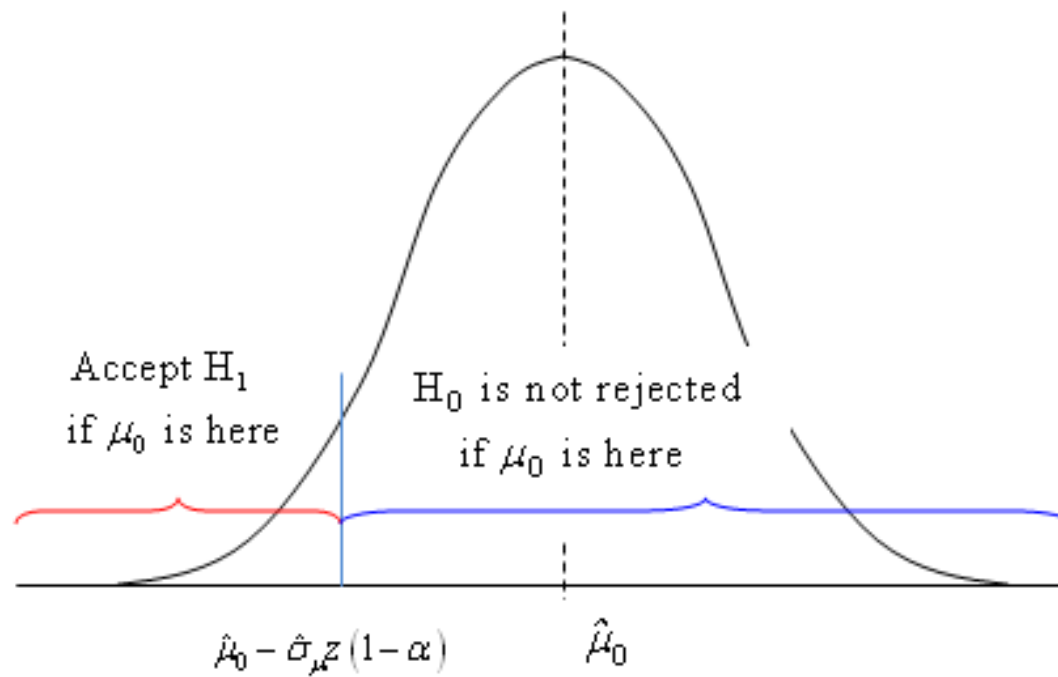
To be defined ...



## *Règles de test des hypothèses*

Rejeter  $H_0: \mu_0 \geq \mu$  en faveur de  $H_1: \mu < \mu_0$  ssi:  $\mu_0 < \hat{\mu}_0 - \hat{\sigma}_\mu z(1 - \alpha)$

**Lower Bounded  $H_1$**

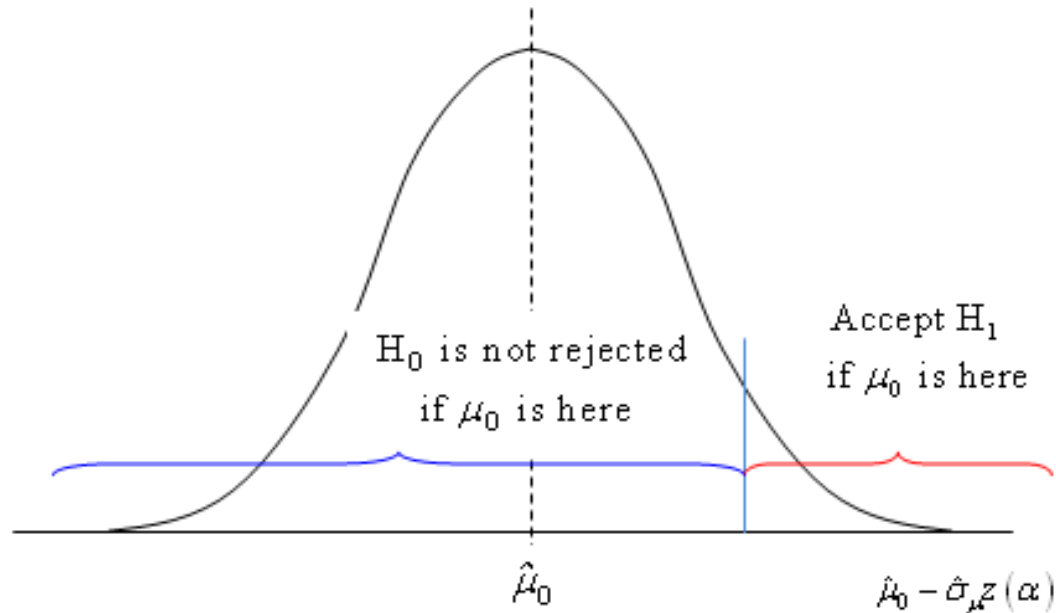


To be defined ...

## *Règles de test des hypothèses*

Rejeter  $H_0: \mu \leq \mu_0$  en faveur de  $H_1: \mu > \mu_0$  s.s.i :  $\mu_0 > \hat{\mu}_0 - \hat{\sigma}_\mu z_\alpha$

**Upper Bounded  $H_1$**



To be defined ...

## *Intervalle de confiance*

- Un intervalle de confiance contient toutes les valeurs de paramètre qui ne peuvent pas être rejetées dans une hypothèse nulle.
- Trois types d'intervalles de confiance peuvent être établis:

<i>Case</i>	<i>Confidence interval</i>	<i>p-value</i>	<i>H<sub>1</sub> is:</i>
1	$[\hat{\mu}_0 - \hat{\sigma}_{\hat{\mu}} z(1 - \alpha/2), \hat{\mu}_0 - \hat{\sigma}_{\hat{\mu}} z(\alpha/2)]$	$2[1 - F( z_0 )]$	two-sided
2	$[\hat{\mu}_0 - \hat{\sigma}_{\hat{\mu}} z(1 - \alpha), +\infty]$	$1 - F(z_0)$	lower-bounded
3	$[-\infty, \hat{\mu}_0 - \hat{\sigma}_{\hat{\mu}} z(\alpha)]$	$F(z_0)$	upper-bounded

## *Test d'hypothèse avec DASP*

The screenshot shows a software window titled "DASP | Hypothesis testing --> datest command". The window is divided into several sections for inputting test parameters. On the left, under "Hypothesis test", there are three input fields: "Estimated value:" with the value 0.66, "Estimated standard error:" with the value 0.10, and "Hypothesized value:" with the value 0.47. Below this, under "Distribution of estimate", there is a dropdown menu for "Distribution:" currently set to "Normal distribution". On the right, under "Confidence interval", there are two input fields: "Level of the test in (%):" with the value 5, and "Confidence interval:" with a dropdown menu set to "Two-sided". At the bottom of the window, there are three buttons: "OK", "Cancel", and "Submit". In the bottom-left corner, there are three small icons: a question mark, a registered trademark symbol (R), and a document icon.

DASP | Hypothesis testing --> datest command

Hypothesis test

Estimated value: 0.66

Estimated standard error: 0.10

Hypothesized value: 0.47

Distribution of estimate

Distribution: Normal distribution

Confidence interval

Level of the test in (%): 5

Confidence interval : Two-sided

OK Cancel Submit

To be defined ...

## Test d'hypothèse avec DASP

```
. datest 0.47, est(0.66) ste(0.10)
```

	Est. val.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. interval]	
Estimates	.66	.1	6.6	1.0000	.4640036	.8559964
Sign. level = 5 %				z = 1.9000		
H0: est. < .47 Against H1: est. >= .47			H0: est. == .47 Against H1: est. != .47		H0: est. > .47 Against H1: est. <= .47	
Pr(Z < z) = 0.0287 H0 is rejected.			Pr( Z  >  z ) = 0.0574 H0 is not rejected.		Pr(Z > z) = 0.9713 H0 is not rejected.	