

Numele și grupa: _____

Geometrie: Lucrarea de control II (Model)

La problemele 1 și 2, scrieți răspunsul în spațiul liber alocat. La problemele 3–6, bifați răspunsul corect. La problemele 7 și 8, prezentați soluția completă (cu calculele duse până la capăt!).

1. (0.5 puncte) Matricea unei scalări uniforme în spațiu de factor 2 este

Soluție:

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. (0.5 puncte) Ecuația planului tangent la elipsoidul $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0$ în punctul (x_0, y_0, z_0) de pe elipsoid este

Soluție: $\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} + \frac{zz_0}{c^2} - 1 = 0.$

3. (1 punct) Dreapta $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{1}$ intersectează paraboloidul hiperbolic $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 2z$ în punctele:

☒ $(0, 0, 0)$ și $(-4, -6, -2)$; ☐ $(1, 2, 1)$ și $\left(\frac{4}{3}, -\frac{2}{3}, 1\right)$; ☐ $(0, 2, 1)$ și $\left(\frac{3}{25}, -\frac{2}{15}, \frac{11}{25}\right).$

4. (0.5 puncte) În urma unei translații de vector $\mathbf{v}(1, 2)$ un triunghi dreptunghic se transformă într-un:

☐ triunghi ascuțitunghic; ☐ triunghi obtuzunghic; ☒ **triunghi congruent cu cel dat.**

5. (1 punct) Aria triunghiului format de asimptotele hiperbolei $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ și dreapta $2x + 3y - 7 = 0$ este egală cu

☐ $\frac{343}{130}$; ☒ $\frac{294}{65}$; ☐ $\frac{143}{15}.$

6. (1 punct) Ecuația tangentei la parabola $y^2 = 4x$, perpendiculară pe dreapta $x + y - 6 = 0$ este:

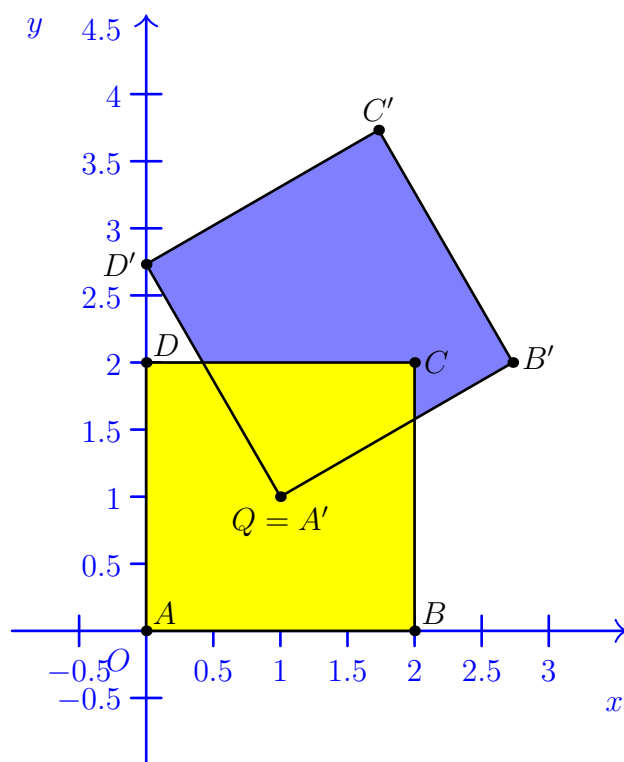
☐ $x + 2y - 3 = 0$; ☐ $x - y - 1 = 0$; ☒ $x - y + 1 = 0$; ☐ $2x - y + 3 = 0.$

7. (2 puncte) Determinați ecuația suprafeței cilindrice generate de o familie de drepte de vector director $\mathbf{u}(1, 1, 1)$ și care intersectează suprafața $y^2 + 2x^2 = 4, z = 2$. (Se cer calcule complete!);

Soluție: $2x^2 + y^2 + 3z^2 - 4xz - 2yz + 8x + 4y - 12z + 4 = 0.$

8. (2.5 puncte) Determinați imaginea pătratului $ABCD$, cu $A(0, 0), B(2, 0), C(2, 2), D(0, 2)$ printr-o translație de vector $\mathbf{w}(1, 1)$, urmată de o rotație de unghi 30° în jurul punctului $Q(1, 1)$. Reprezentați, pe același sistem de axe, pătratul inițial și imaginea sa prin transformarea compusă.

Soluție: $A'(1, 1)$, $B'(1 + \sqrt{3}, 2)$, $C'(\sqrt{3}, 2 + \sqrt{3})$, $D'(0, 1 + \sqrt{3})$.



Timp de lucru: 90 min.
Se acordă 1 punct din oficiu