

Lucrare de control

Exercițiul 1 (2p) Se consideră ecuația:

$$y'(x) - \frac{y(x)}{x} = m \cdot x$$

(a) Determinați soluția generală a ecuației diferențiale;

(b) Determinați parametrul $m \in \mathbb{R}$ astfel încât graficul soluției problemei Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) - \frac{y(x)}{x} = m \cdot x \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

să treacă prin punctul de coordonate $A(2, 0)$ și precizați care este această soluție.

Exercițiul 2 (2p) Se consideră ecuația diferențială:

$$x^2 y''(x) + 3xy'(x) + y(x) = 0$$

(a) Determinați soluția generală a ecuației diferențiale;

(b) Determinați și reprezentați grafic pe intervalul $[1, 10]$ soluția ecuației ce satisface condițiile inițiale $y(1) = 1$, $y'(1) = 1$.

Exercițiul 3 (3p) Se consideră ecuația diferențială autonomă:

$$x'(t) = x(t)(x(t) + 1)(2 - x(t))$$

(a) Determinați punctele de echilibru ale ecuației și precizați stabilitatea acestora;

(b) Reprezentați în același grafic soluțiile ce satisfac condițiile $x(0) = -2$, $x(0) = -1$, $x(0) = -\frac{1}{2}$, $x(0) = 0$, $x(0) = \frac{1}{2}$, $x(0) = 1$, $x(0) = \frac{3}{2}$, $x(0) = 2$ pe intervalul $[0; 2]$.

Exercițiul 4 (2p) Se consideră sistemul de ecuații diferențiale autonome:

$$\begin{cases} x'(t) = y^2(t) - 8x(t) \\ y'(t) = x^2(t) - y(t) \end{cases}$$

(a) Determinați punctele de echilibru ale sistemului;

(b) Determinați stabilitatea și tipul punctelor de echilibru.