Laborator 6: Puncte de echilibru. Stabilitate

Exerciţiul 1 *Să se determine soluţiile echilibru pentru fiecare din ecuaţiile autonome date. Studiaţi stabilitatea acestora prin metoda grafică repezentând graficul soluţiilor reprezentative şi prin metoda stabilităţii în primă aproximaţie:*

(a) $x'(t) = x^2(t) - 2x(t)$

(b) $x'(t) = x(t) \cdot (x(t) - 1) \cdot (x(t) - 2)$

(c) $x'(t) = \sin(x(t))$ *(Indicatie: pentru determinarea tuturor soluţiilor ecuaţiei* $\sin(x) = 0$ *folosiţi comada* `solve` *in forma* `solve(f(s)==0,s,to_poly_solve = 'force')`*)*

Exerciţiul 2 *Reprezentaţi portretul fazic corespunzător următoarelor sisteme liniare omogene şi studiaţi stabilitatea şi tipul punctului de echilibru* $(0;0)$:

$$(a)\ \begin{cases} x'(t) = & 2x(t) + y(t) \\ y'(t) = & x(t) + 2y(t) \end{cases} \qquad (d)\ \begin{cases} x'(t) = & x(t) + 4y(t) \\ y'(t) = & x(t) + y(t) \end{cases}$$

$$(b)\ \begin{cases} x'(t) = & -3x(t) + 4y(t) \\ y'(t) = & -2x(t) + 3y(t) \end{cases} \qquad (e)\ \begin{cases} x'(t) = & 2x(t) - y(t) \\ y'(t) = & x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

$$(c)\ \begin{cases} x'(t) = & -x(t) - y(t) \\ y'(t) = & x(t) - 3y(t) \end{cases} \qquad (f)\ \begin{cases} x'(t) = & -y(t) \\ y'(t) = & x(t) \end{cases}$$

Exerciţiul 3 *Determinaţi punctele de echilibru, studiaţi stabilitatea şi tipul acestora, reprezentaţi portretul fazic pentru următoarele sisteme neliniare:*

(a) $\begin{cases} x'(t) = & y(t) \\ y'(t) = & x(t) \cdot (1 - x^2(t)) + y(t) \end{cases}$

(b) $\begin{cases} x'(t) = & -2x(t) + y(t) + 2 \\ y'(t) = & x(t) \cdot y(t) \end{cases}$

(c) $\begin{cases} x'(t) = & x^2(t) - y^2(t) \\ y'(t) = & x(t) \cdot y(t) - 1 \end{cases}$

Exerciţiul 4 *Se consideră modelul de tip pradă-prădător:*

$$\begin{cases} x'(t) & = 2 \cdot x(t) - 1.2 \cdot x(t)y(t) \\ y'(t) & = -y(t) + 0.9 \cdot x(t)y(t) \\ x(0) & = 0.5 \\ y(0) & = 2 \end{cases}$$

(a) Reprezentaţi graficul soluţiei problemei Cauchy;

(b) Determinaţi punctele de echilibru şi studiaţi stabilitatea acestora,

(c) Reprezentaţi portretul fazic.