

① Se dau 2 urne cu bile U_1, U_2 astfel:

U_1 : 3 bile cu cifra 1, o bilă cu cifra 2 și o bilă cu cifra 3

U_2 : o bilă cu cifra 1, 3 bile cu cifra 2, o bilă cu cifra 3

$X = \overline{X_1 X_2}$ unde X_1, X_2 se extrag aleator și independent din U_1 , respectiv U_2

a) prob. $\{X_1 = 1\}$

U_1 : 5 bile din care 3 cu 1 $\Rightarrow \frac{3}{5}$

b) prob. $\{X \text{ este impar}\}$

X_2 - impar

U_2 : 5 bile din care 2 impar $\Rightarrow \frac{2}{5}$

c) prob. $\{X = 12\}$ $\Rightarrow P(E) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{25}$

$\frac{3}{5}$ $\frac{2}{5}$

d) media sumei cifrelor lui X $E(X_1 + X_2) = E(X_1) + E(X_2)$

$$E(X_1) = 1 \cdot \frac{3}{5} + 2 \cdot \frac{1}{5} + 3 \cdot \frac{1}{5} = \frac{8}{5} \quad \Rightarrow E(X_1 + X_2) = \frac{18}{5}$$

$$E(X_2) = 1 \cdot \frac{1}{5} + 2 \cdot \frac{3}{5} + 3 \cdot \frac{1}{5} = \frac{10}{5}$$

e) prob. $\{X_1 = 1 \cap \{X \text{ este impar}\}\} = \{X_1 = 1 \cap \{X_2 \text{ e impar}\}\}$ - sunt independente

$$\text{prob. } \{X_1 = 1\} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow P(E) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{25}$$

$$\text{prob. } \{X_2 \text{ - impar}\} = \frac{2}{5}$$

$$\begin{aligned} \text{f) prob. } \{X_1 = 1 \cup \{X \text{ este impar}\}\} &= P(\{X_1 = 1\}) + P(\{X \text{ e impar}\}) - P(\{X_1 = 1 \cap \{X \text{ e impar}\}\}) \\ &= \frac{3}{5} + \frac{2}{5} - \frac{6}{25} = \frac{19}{25} \end{aligned}$$

g) sunt $\{X_1 = 1\}$ și $\{X \text{ e impar}\}$ independente? DA

② X și Z sunt 2 v.a. continue independente cu aceeași funcție de repartiție:

$$F: \mathbb{R} \rightarrow [0,1], F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^2}{9}, & x \in [0,3] \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

a) $P(X > 1) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - F(1) = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$

b) $P(\{X > 1\} \cap \{2 \leq 3\}) \rightarrow$ ^{asta îi e ca și} independente

$$\begin{aligned} &= P(\{X > 1\}) + P(\{2 \leq 3\}) - P(\text{alia intersectate}) = \\ &= P(X > 1) + P(2 \leq 3) - P(X > 1) \cdot P(2 \leq 3) = \\ &= \frac{8}{9} + F(3) - \frac{8}{9} \cdot F(3) = \frac{8}{9} + 1 - \frac{8}{9} \cdot 1 = 1 \end{aligned}$$

c) $P(X+1 = 2 = Z) = P(X+1=2 \text{ și } Z=2) = 0$

pe caz continuu $P(X=a) = 0 \forall a \in \mathbb{R}$

③ Un zar este mârșit dacă media aruncărilor lui nu este 3,5. Zarul s-a aruncat de 100 de ori, în tabelul urm. fiind frecvențele absolute:

1	2	3	4	5	6
19	11	15	15	20	20

aproximată

Știind că abaterea standard de selecție a aruncărilor de mai sus este 1,8 să se:

a) Construiești un interval bilateral de încredere pt media aruncărilor cu un nivel de semnificație 5%

facem interval pt medie când nu știm varianța

$$\begin{aligned} n_0 &= 100 \\ m_0 &= 3,5 \\ s_m &= 1,8 \end{aligned}$$

$$\bar{X}_{100} = \frac{1}{100} \left(1 \cdot \frac{19}{100} + 2 \cdot \frac{11}{100} + 3 \cdot \frac{15}{100} + 4 \cdot \frac{15}{100} + 5 \cdot \frac{20}{100} + 6 \cdot \frac{20}{100} \right) = 3,55$$

$$\left(3,55 - \frac{1,8}{10} \cdot t_{1-\frac{\alpha}{2}}, 3,55 + \frac{1,8}{10} \cdot t_{1-\frac{\alpha}{2}} \right)$$

$$\left(\bar{X}_m - \frac{s_m}{\sqrt{m}} \cdot t_{1-\frac{\alpha}{2}}, \bar{X}_m + \frac{s_m}{\sqrt{m}} \cdot t_{1-\frac{\alpha}{2}} \right)$$

5) Testeze dacă zarula a fost măsluit cu un nivel de semnificație de 5%.

$$t = \frac{\overline{x_m} - m_0}{\frac{s_m}{\sqrt{n}}} = \frac{3,55 - 3,5}{\frac{1,8}{10}} = 0,277$$

$$H_0: m = 3,5$$

$$H_1: m \neq 3,5$$

$$t_{1-\frac{\alpha}{2}} = ?$$

dacă $0,277 < t_{1-\frac{\alpha}{2}}$ se acceptă H_0 , altfel se respinge în favoarea H_1

se afla cu timor (0.05, 99)