BÀI 2. TÍN HIỆU VÀ HỆ THỐNG TRONG MIỀN Z

3.1 BIẾN ĐỔI ZT

3. 1.1 Xác định điểm cực và không dựa vào hàm zplane

Biến đổi Z của tín hiệu rời rạc x(n) :

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) z^{-n}$$

X(Z) là hàm hữu tỷ :

$$X(z) = \frac{N(z)}{D(z)} = \frac{\sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^{N} a_k z^{-k}}$$

Giả sử a0 ≠ 0 và b0 ≠ 0 :

$$X(z) = \frac{N(z)}{D(z)} = \frac{b_0 z^{-M}}{a_0 z^{-N}} \frac{z^M + \frac{b_1}{b_0} z^{M-1} + \cdots + \frac{b_M}{b_0}}{z^N + \frac{a_1}{a_0} z^{M-1} + \cdots + \frac{a_M}{a_0}}$$

Do N(Z) và D(Z) là các đa thức theo Z nên có thể biểu diễn như sau :

$$X(z) = G z^{N-M} \frac{\prod_{k=1}^{M} (z - z_k)}{\prod_{k=1}^{N} (z - p_k)}$$

Để biểu diễn trên đồ thị, điểm cực được đánh dấu bằng x và điểm không được đánh dấu bằng o.

num = [1 2 3]; % Tử số

den = [2 4 7]; % Mẫu số

zplane(num,den); ko cho phép he so 1 cua mau =0

Ta có thể vẽ các điểm cực và điểm không nếu đã biết điểm cực điểm không bằng cách đưa thông số vào hàm zplane ở dạng vector cột :

*zero = [-1 1+j*1];*

*pole = [j*2 -1+j];*

zplane(zero',pole');

Để xác định điểm cực và điểm không, ta dùng hàm ***tfzp*** : [z,p,k] = ***tf2zp***(num,den) trong đó z, p là các điểm cực và không lưu dạng vector hàng, k là hệ số khuếch đại :

num = [1 2 3]; % Tử số

den = [2 4 7]; % Mẫu số

[z,p,k] = tf2zp(num,den) tra ve gia tri diem 0, diem cuc, he so khuech dai, yeu cau tu va mau co so he so bang nhau

Nếu đã cho điểm cực và điềm không, ta có thể xác định lại biểu thức của biến đổi Z bằng hàm zp2tf : [num,den] = ***zp2tf***(z,p,k) (z,p ở dạng cột).

```
zero = [-1 1+j*1];
pole = [j*2 -1+j];
k = 2;
[num,den] = zp2tf(zero',pole',k)
```

Ví du 3.1

```
% xac dinh gia tri diem cuc va diem khong
b =[1 -0.8];
a = [1 -0.6 0.9];
[z,p,k] = tf2zp(b,a);
```

3.1.2. Phân tích dùng phương pháp thặng dư

Phân tích thành các thừa số theo phương pháp thặng dư :

$$\frac{N_1(z)}{D(z)} = \frac{A_1}{1-p_1 z^{-1}} + \cdots + \frac{A_N}{1-p_N z^{-1}}$$

Xác định các hệ số của biểu thức biến đổi Z bằng hàm ***residuez :***

```
num = [1 2 3] ;
den = [2 2 7] ;
[A, p, k] = residuez(num,den);
```

Ta cũng có thể dùng hàm residuez để xác định lại mẫu số và tử số:

```
[num,den] = residuez(A,p,k);
```

3.1.3 Biến đổi Z và Z ngược

Xét hệ LTI biểu diễn bằng phương trình sai phân hệ số hằng:

$$y(n) = -\sum_{k=1}^{N} a_k y(n-k) + \sum_{k=0}^{M} b_k x(n-k)$$

Hàm hệ thống của LTI biểu diễn bằng phương trình sai phân hệ số hằng:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k}}{1+\sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}}$$

Biến đổi Z ngược:

$$X(z) = \frac{N(z)}{D(z)} = \sum_{k=0}^{M-N} c_k z^{-k} + \frac{N_1(z)}{D(z)}$$

(Nếu bậc của tử số nhỏ hơn bậc của mẫu số)

$$\sum_{k=0}^{M-N} c_k z^{-k} \overset{z}{\leftrightarrow} \sum_{k=0}^{M-N} c_k \delta(n-k)$$

Để tính thành phần còn lại, ta phân tích thành các thừa số theo phương pháp thặng dư:

$$\frac{N_1(z)}{D(z)} = \frac{A_1}{1 - p_1 z^{-1}} + \cdots + \frac{A_N}{1 - p_N z^{-1}}$$

Nếu các giá trị pj = ….pm thì chuyển các số hạng từ Aj đến Am thành:

$$\frac{A_j}{1 - p_N z^{-1}} + \frac{A_{j+1}}{(1 - p_N z^{-1})^2} + \cdots + \frac{A_{j+m-1}}{(1 - p_N z^{-1})^m}$$

Áp dụng kết quả:

$$\frac{A}{1 - az^{-1}} \overset{z}{\leftrightarrow} Aa^n u(n), ROC: |z| > |a|$$

Dùng hàm ztrans để biến đổi Z ở dạng công thức:

syms n x

x = 2^n; ztrans(x)

x = (-1/2)^n; ztrans(x)

Biến đổi Z ngược theo giá trị bằng hàm impz.

num = [1 1 2];

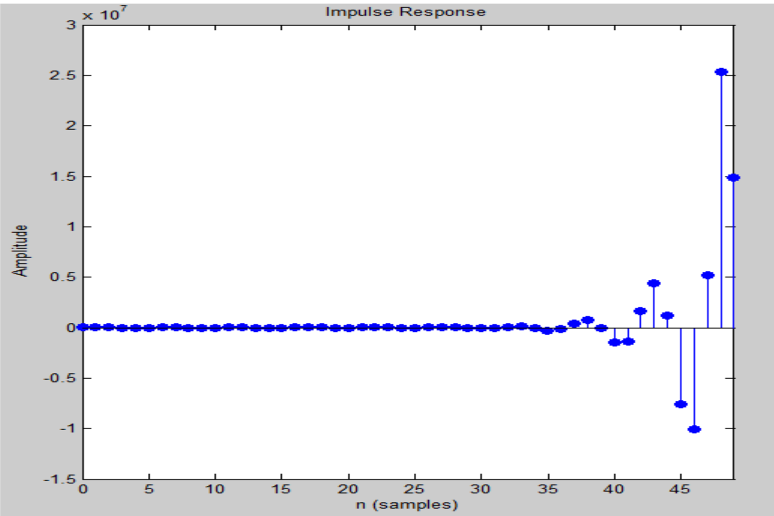
den = [1 -1 2];

L = 50; *%Số lượng mẫu cần tính*

x = impz(num,den,L); *% x là biến đổi z ngược*

impz(num,den,L); *% Vẽ trên đồ thị*

Đồ thị đáp ứng xung như hình vẽ 3.2



Hình 3.2*- Mô phỏng đáp ứng xung*

Ta cũng có thể xác định biến đổi Z ngược bằng cách dùng hàm ***iztrans***.

syms F z

*F = 2*z^(-1)/(1-3*z^(-1));*

iztrans(F)

3.2 Biến đổi FOURIER

3. 2.1 Tính DTFT trong miền tần số liên tục

Biến đổi Fourier DTFT mô tả như sau :

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-jn\omega} = |X(e^{j\omega})|e^{j\Phi(\omega)}$$

+ Các phương pháp biểu diễn $X(e^{j\omega})$

Vì *$X(e^{j\omega})$* là hàm phức, nên có thể biểu diễn nó dưới các dạng, phần thực và phần ảo, mô đun và argumen, độ lớn và pha.

1. Dạng phần thực và phần ảo

$$X(e^{j\omega}) = X_R(\omega) + j\,X_I(\omega)$$

Theo công thức *Euler* có :

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j\omega.n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)\left[\cos(\omega.n) - j\sin(\omega.n)\right]$$

Hàm phần thực : $X_R(\omega) = \mathrm{Re}[X(e^{j\omega})] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n).\cos(\omega.n)$

Hàm phần ảo : $X_I(\omega) = \mathrm{Im}[X(e^{j\omega})] = -\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n).\sin(\omega.n)$

2. Dạng mô đun và argumen

$$X(e^{j\omega}) = \left|X(e^{j\omega})\right|.e^{j\varphi(\omega)}$$

Mô đun : $\left|X(e^{j\omega})\right| = \sqrt{X_R^2(\omega) + X_I^2(\omega)}$

Argumen : $\varphi(\omega) = Arg\left[X(e^{j\omega})\right] = arctg\left[\dfrac{X_I(\omega)}{X_R(\omega)}\right]$

$|X(ej\omega)|$ được gọi là hàm biên độ tần số, nó là hàm chẵn và đối xứng qua trục tung : $|X(ej\omega)| = |X(e\text{-}j\omega)|$, $\varphi(\omega)$ được gọi là hàm pha tần số, nó là hàm lẻ và phản đối xứng qua gốc toạ độ: $\varphi(\omega) = -\varphi(-\omega)$.

3. Dạng độ lớn và pha

$$X(e^{j\omega}) = A(e^{j\omega})e^{j\theta(\omega)} = \left|A(e^{j\omega})\right|.e^{j\varphi(\omega)}$$

Hàm độ lớn *$A(ej\omega)$* có thể nhận các giá trị dương hoặc âm, và :

$$\left|A(e^{j\omega})\right| = \left|X(e^{j\omega})\right|$$

Còn : $$Arg[A(e^{j\omega})] + \theta(\omega) = \varphi(\omega)$$

Hàm pha : $$\theta(\omega) = \varphi(\omega) - Arg[A(e^{j\omega})]$$

Với $Arg[A(e^{j\omega})]$ phụ thuộc vào dấu của hàm $A(e^{j\omega})$ như sau :

$$Arg[A(e^{j\omega})] = \begin{cases} 0 & Khi\ A(e^{j\omega}) \geq 0 \\ \pi & Khi\ A(e^{j\omega}) < 0 \end{cases}$$

Một cách tổng quát, có thể viết:

$$Arg[A(e^{j\omega})] = \frac{\pi}{2}\left\{1 - \frac{A(e^{j\omega})}{\left|A(e^{j\omega})\right|}\right\} = \frac{\pi}{2}\left\{1 - Sign\left[A(e^{j\omega})\right]\right\}$$

Ta có thể biểu diễn hàm pha $\theta(\omega)$ dưới dạng như sau:

$$\theta(\omega) = \varphi(\omega) - \frac{\pi}{2}\left[1 - \frac{A(e^{j\omega})}{\left|A(e^{j\omega})\right|}\right]$$

Ví dụ 1: Tính DTFT của dãy $X(e^{-j\omega})$ có dạng:

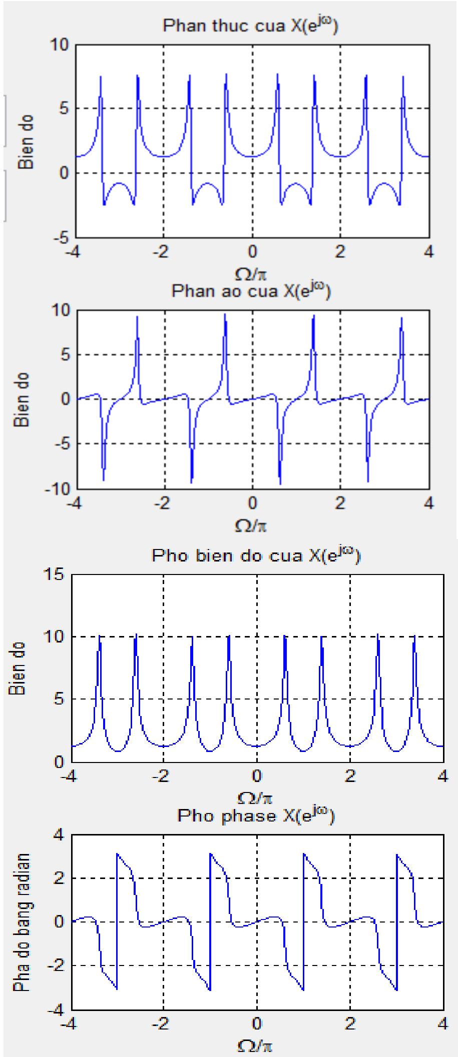
$$X(e^{j\omega}) = \frac{1 + 2e^{-j\omega}}{1 + 0.6e^{-j\omega} + 0.8e^{-j2\omega}}$$

a = [1 0.6 0.8]

b = [1 2]

```
w = -4*pi:8*pi/511:4*pi
h = freqz(b,a,w);
plot(w/pi,real(h));grid on;
title('Phan thuc cua X(e^{j\omega})')
xlabel('\Omega/\pi');
ylabel('Bien do');
plot(w/pi,imag(h));grid on;
title('Phan ao cua X(e^{j\omega})')
xlabel('\Omega/\pi');
ylabel('Bien do');
plot(w/pi,abs(h));grid on;
title('Pho bien do cua X(e^{j\omega})')
xlabel('\Omega/\pi');
ylabel('Bien do');
plot(w/pi,angle(h));grid on;
title('Pho phase X(e^{j\omega})')
xlabel('\Omega/\pi');
ylabel('Pha do bang radian');
```

Đồ thị được biểu diễn ở hình 3.3.



Hình 3.3 *Ví dụ 3.2*

Trong Matlab đáp ứng tần số được đánh giá một cách dễ dàng nhờ sử dụng lệnh **freqz.** Bởi vì $H(e^{j\omega}) = H(z)\Big|_{z=e^{j\omega}}$

Ví dụ 2: Cho phương trình sai phân:

y(n) – 0.6y(n-1) + 0.9y(n-2) = x(n) + 0.8x(n -1)

Chuyển sang miền Z:

$$Y(Z) - 0.6\,Z^{-1}Y(Z) + 0.9\,Z^{-2}Y(Z) = X(Z) + 0.8\,Z^{-1}X(Z)$$

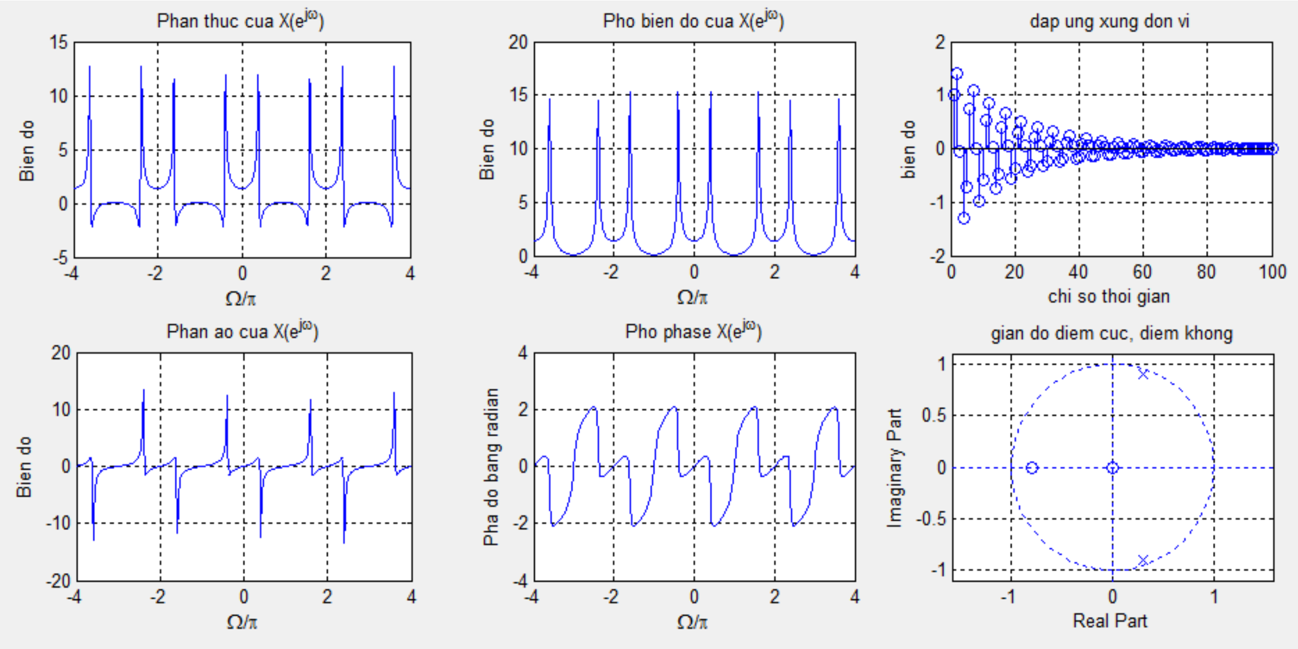
$$H(Z) = \frac{Y(Z)}{X(Z)} = \frac{1+0,8Z^{-1}}{1-0,6Z^{-1}+0,9Z^{-2}}, H(e^{j\omega}) = H(Z)|_{z=e^{j\omega}} = \frac{Y(e^{j\omega})}{X(e^{j\omega})} = \frac{1+0,8e^{-j\omega}}{1-0,6e^{-j\omega}+0,9e^{-j2\omega}}$$

Chương trình mô phỏng như sau:

```
b = [1 0.8]; a = [1 -0.6 0.9];
w = -4*pi:8*pi/511:4*pi
```

```
h = freqz(b,a,w);
axes(handles.axes4); thay bang subplot
plot(w/pi,real(h));grid on;
title('Phan thuc cua X(e^{j\omega})')
xlabel('\Omega/\pi');
ylabel('Bien do');
axes(handles.axes6);
plot(w/pi,imag(h));grid on;
title('Phan ao cua X(e^{j\omega})')
xlabel('\Omega/\pi');
ylabel('Bien do');
axes(handles.axes5);
plot(w/pi,abs(h));grid on;
title('Pho bien do cua X(e^{j\omega})')
xlabel('\Omega/\pi');
ylabel('Bien do');
axes(handles.axes7);
plot(w/pi,angle(h));grid on;
title('Pho phase X(e^{j\omega})')
xlabel('\Omega/\pi');
ylabel('Pha do bang radian');
axes(handles.axes8);
h = impz(b,a);
stem(h); grid on;
xlabel('chi so thoi gian');ylabel('bien do');
title('dap ung xung don vi');
axes(handles.axes9);
zplane(b,a);grid on;
title('gian do diem cuc, diem khong');
```

Sơ đồ mô phỏng được thể hiện như hình vẽ 3.4.



Hình 3.4 *– Mô phỏng ví dụ 3.3*

Bài tập1: Cho hệ thống TTBB và NQ được mô tả bởi phương trình sai phân:

3y(n) – 2y(n-1) + y(n-2) = 2x(n) – x(n-2) + 3x(n-3)

a) Tìm H(Z); $H(e^{j\omega})$

b) Biểu diễn giản đồ điểm cực, điểm không. Xét tính ổn định của hệ thống

c) Biểu diễn tín hiệu đáp ứng xung của hệ thống với $n_\in$[-20;20]

d) Biểu diễn đồ thị phần thực, phần ảo, đáp ứng biên độ, đáp ứng pha của đáp ứng tần số.

e) Cho tín hiệu vào $x(n) = 2^{n-1}u(n+2)$. Biểu diễn tín hiệu vào và tín hiệu ra với $n_\in$[-20;20]

Bài tập 2: Cho hệ thống TTBB có đáp ứng xung: $h(n) = rect_2(n-2) + 3\delta(n-3)$

a) Tìm H(Z); $H(e^{j\omega})$

b) Biểu diễn giản đồ điểm cực, điểm không. Xét tính ổn định của hệ thống

c) Biểu diễn đồ thị phần thực, phần ảo, đáp ứng biên độ, đáp ứng pha của đáp ứng tần số.

d) Biểu diễn tín hiệu đáp ứng xung của hệ thống với $n_\in$ [-20;20]

e) Cho tín hiệu vào $x(n) = 2^{n+1}u(n-3)$. Biểu diễn tín hiệu vào và tín hiệu ra với $n_\in$ [-20;20]

Bài tập 3: Cho hệ thống TTBB có đáp ứng xung:

$$h(n) = \begin{cases} n + 2 \text{ với } n \le -2 \\ 3 \text{ với } n = 1 \\ -n - 1 \text{ với } 3 \le n \le 7 \\ 0 \text{ với } n \text{ còn lại} \end{cases}$$

c) Tìm H(Z); $H(e^{j\omega})$

d) Biểu diễn giản đồ điểm cực, điểm không. Xét tính ổn định của hệ thống

c) Biểu diễn đồ thị phần thực, phần ảo, đáp ứng biên độ, đáp ứng pha của đáp ứng tần số.

d) Biểu diễn tín hiệu đáp ứng xung của hệ thống với n∈ [-20;20]

e) Biểu diễn tín hiệu vào và tín hiệu ra với n∈ [-20;20] biết tín hiệu vào

$$x(n) = \begin{cases} 2 \ \ với\, n = -3 \\ 3\ với\, n = 0 \\ 2n - 1\ với\ 2 \leq n \leq 5 \\ 0\ với\ n\ còn\ lại \end{cases}$$